

TURING

图灵新知

WILEY

*The Art and Craft of Problem Solving*

# 怎样解题

## 数学竞赛攻关宝典 (第2版)

[美] Paul Zeitz 著 李胜宏 译



人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS

TURING 图灵新知

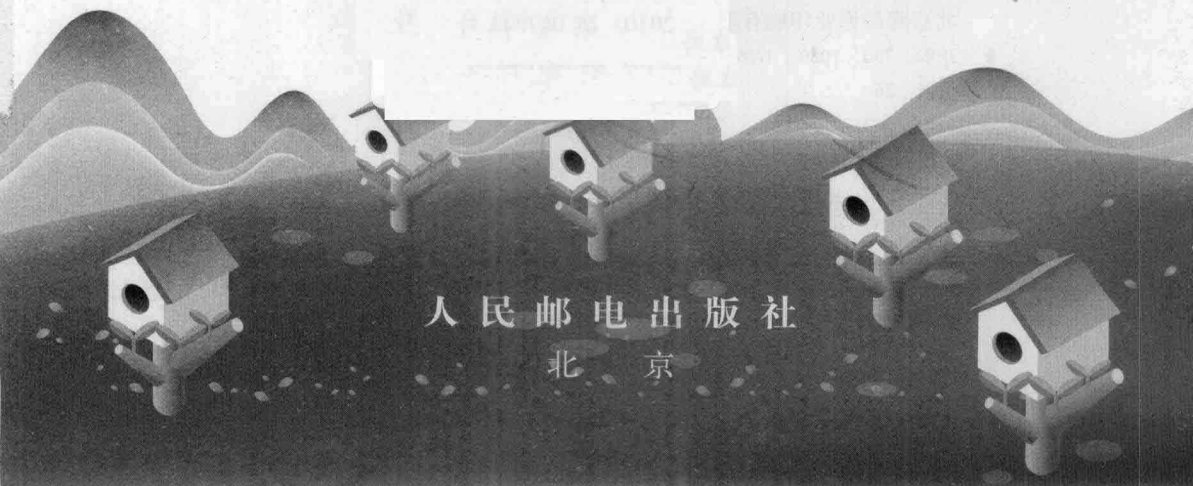


# 怎样解题

## 数学竞赛攻关宝典 (第2版)

[美] Paul Zeitz 著 李胜宏 译

人民邮电出版社  
北京



## 图书在版编目 (CIP) 数据

怎样解题：数学竞赛攻关宝典：第2版 / (美) 蔡茨 (Zeitz, P.) 著；李胜宏译. —北京：人民邮电出版社，2010.7

(图灵新知)

书名原文：The Art and Craft of Problem Solving  
Second Edition

ISBN 978-7-115-22749-2

I. ①怎… II. ①蔡…②李… III. ①数学—解题—普及读物 IV. ①01-44

中国版本图书馆CIP数据核字 (2010) 第 067843 号

## 内 容 提 要

本书将数学的统一性贯穿始终，将理论方法与经典例题相结合，以战略、战术及工具为主线，把解题提高到了艺术高度。首先总结解决问题的方法论，这也是全书的核心内容，进而通过实例阐述了具体的解题战术，如极端原理、抽屉原理等。并从解题者的角度分别讲述了代数学、组合数学、数论、几何和微积分。

本书适用于大学数学系的低年级学生、高中的高年级学生、想学习解决问题技巧的数学爱好者以及广大数学教师。

## 怎样解题：数学竞赛攻关宝典（第2版）

- 
- ◆ 著 [美] Paul Zeitz
  - 译 李胜宏
  - 责任编辑 傅志红
  - 执行编辑 卢秀丽
  - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号
  - 邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
  - 网址 <http://www.ptpress.com.cn>
  - 北京隆昌伟业印刷有限公司印刷
  - ◆ 开本：700×1000 1/16
  - 印张：26
  - 字数：503千字 2010年7月第1版
  - 印数：1-3 500册 2010年7月北京第1次印刷
  - 著作权合同登记号 图字：01-2008-2651号

ISBN 978-7-115-22749-2

定价：59.00元

读者服务热线：(010) 51095186 印装质量热线：(010) 67129223

反盗版热线：(010) 67171154

# 版 权 声 明

Original edition, entitled *The Art and Craft of Problem Solving* Second Edition, by Paul Zeitz, ISBN 978-0-471-78901-1, published by John Wiley & Sons, Inc.

Copyright ©2007 by John Wiley & Sons, Inc., All rights reserved. This translation published under License.

Translation edition published by POSTS & TELECOM PRESS Copyright ©2010.

Copies of this book sold without a Wiley sticker on the cover are unauthorized and illegal.

本书简体中文版由 John Wiley & Sons, Inc. 授权人民邮电出版社独家出版。

本书封底贴有 John Wiley & Sons, Inc. 激光防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。

# 译者序

多年对数学奥林匹克竞赛的研究与实践证明，科学合理地举办各级数学奥林匹克竞赛对传播数学思想及方法、培养学生学习数学的兴趣、增强学生的思维能力、丰富课外活动的内容、促进数学教师素质的提高和数学教学的改革、发现和选拔优秀人才等方面起到了积极的作用。随着数学竞赛在中国的深入开展，相关的书籍层出不穷，但大部分书都只注重对学生解题熟练性的培训或对基本知识的运用，而忽略了数学解题的真正意义与解题策略的传授。为了解题而解题，必然会使学生陷入机械的题海战术中，这与数学解题能力培养和数学奥林匹克竞赛的精神相违背。译者对此深感忧心，迫切希望能有一本让学生真正理解如何解决数学问题的辅导教材。本书正是译者为此而做出的初步尝试。

古人云：“授人以鱼，三餐之需；授人以渔，终生之用。”本书是一本既授人以鱼，又授人以渔的全面而详实的书。书中送给读者朋友的“鱼”是大量具有代表性的例题，而“渔”则是解题过程中一次次运用的各种战略、战术和方法，这些也正是本书的核心内容。书中的每个例题的重点都放在解法的构思过程上，即如何运用特定的解题策略来分析问题，探讨解题思路，提出解题方案，并将其呈现在读者面前，让读者和作者共同经历每道题的思维探索过程，真正做到了授人以渔，并将学生从题海战术中彻底解脱出来。本书让读者徜徉在数学的浩瀚海洋中，享受数学带给他们的乐趣，理解并感受数学的无与伦比之美。正如作者所述：“解决问题的方法是可以学习和传授的，成功解决问题的关键在于心理因素和非心理因素方面的战略规划、战术方法的运用，以及对问题不受任何限制的分析。”本书的作者 Paul Zeitz 先生曾代表美国首次参加国际数学奥林匹克竞赛，并多次担任国际奥林匹克竞赛美国队的教练，具有丰富的奥林匹克竞赛执教经验，对数学奥赛有着深刻的理解与认知。本书精选素材，深入浅出，将理论方法与经典例题相结合，将数学的统一性这一主题贯穿于全书，并将解决问题上升到了艺术的高度。因此本书是一本通俗易懂、语言风趣，又不失科学性和启发性的教材，可作为高中数学奥林匹克竞赛的参考教材，亦可作为数学奥林匹克竞赛教学工作者的参考书。因此我们将它翻译出来以飨国内的读者。

我翻译这本书的最大愿望，就是读者能够透过翻译出来的文字，准确无误地理解

原书作者的一番精心策划与安排，为自己在数学问题解决领域中取得斐然成绩开一个好头。在本书的翻译过程中，我得到了人民邮电出版社的大力支持，在此表示衷心的感谢。鉴于本人英文水平有限，粗疏不当之处，亦望读者不吝赐教。

李胜宏

2009年12月于求是园

## 第二版前言

本书是《怎样解题：数学竞赛攻关宝典》的第二版。相对于第一版，内容做了如下变动。

- 增加了有关几何的一章。这一章比较长，篇幅大约相当于数论和组合数学两章的总和但实际上只是对主题做了初步的介绍。诚然，一些专家会对这一章的节奏感到不满，例如，他们会认为进入主题太慢，特别在开始之处；此外，该章没有包含诸如立体几何、有向长度和角、Desargues 定理，9 点圆等主题。这一章主要是为初学者提供帮助的，所以章名叫做“美国人的几何”。我希望这样做能够使解题新手在解决几何问题时，也能像对付离散数学那样增添信心。
- 微积分学这一章有所扩展，增加了很多新问题。
- 其他几个章节也增加了很多问题，特别是一些“简单”的问题。

为了在控制本书厚度之余提供新的内容，本书每节后的习题使用较小字体印刷。但不要想当然地认为用小字体印刷，就说明它们不如书中其他的问题重要。和第一版中一样，这些习题才是本书的核心。认真的读者应该仔细阅读书中每个问题的分析和说明，并努力尝试解出它。为此，我增加了一些在提示附录中进行讨论的问题，大家可以登录网站：[www.wiley.com/College/zeitz](http://www.wiley.com/College/zeitz) 进行查看。

再次感谢在本书第一版引言中提到的给予我帮助的朋友，此外，我还要感谢下列朋友：

- Wiley 公司的 Jennifer Battista 和 Ken Santor，他们对本书的修订工作提出了很多指导性的意见，也没有因为本人延迟交稿而不耐烦。
- 在此也感谢 Brian Borchers, Joyce Cutler, Julie Levandosky, Ken Monks, Deborah MooreRusso, James Stein, Draga Vidakovic。他们仔细审读校对了我的手稿，指出了书中的不少错误，并对本书的修改提出了大量有益的建议。
- 自从我 1992 年进入旧金山大学工作以来，Jennifer Turpin 院长以及 Brandon Brown 助理院长就鼎力支持我从事这些非本职工作，包括同意我在 2005~2006 学年休年假来完成这本书。

- 自 1997 年以来，由于经常参与当地的数学交流沙龙和竞赛，我对解题的理解有了很大的提高。这些活动的经费大部分由数学科学研究所（MSRI）资助，我在此要特别感谢 MSRI 的各位领导 Hugo Rossi, David Eisenbud, Jim Sotiros 和 Joe Buhler。同时，我还要感谢 Tom Rike, Sam Vandervelde, Mark Saul, Tatiana Shubin, Tom Davis, Josh, Zucker, 特别是 Zvezdelina Stankova, 他们都曾在本书的写作过程中给我提供过帮助。

最后，我还要特别感谢我的妻子和两个孩子，就像在第一版中所写的一样，希望他们能谅解我这两年总是晚睡早起。我将此书和我的爱献给他们。

Paul Zeitz

2006 年 6 月于旧金山



# 第一版前言

## 为什么要写这本书

这是一本定位于供大学生学习如何解决问题的入门书。我们假定读者具备一定的数学基础（至少懂得一点微积分），喜欢数学，并对一般的证明方法有大致的了解，但他们平时花费了大量的时间去做练习而无暇去思考问题。

“练习”一般是为了单纯测试学生对某一数学技巧的掌握程度，一般是检验对新学知识的掌握程度而设计的一类题。练习题有的容易有的有些难度，但都不会让人很为难，学生一般都清楚如何去解题。虽然要得到答案可能需要很多技巧，但学生解题的思路往往非常明确。相反，解决“问题”并没有什么特定的思路，也不可能马上得到答案。许多问题都是开放性的，看上去自相矛盾的，有些甚至就无解，而在得到结论之前需要大量的分析。问题和解决问题是数学的核心。研究型数学家一辈子就在试图解决这些悬而未决的问题。在生产实践中，有能力解决一个定义晦涩的问题的人要比会求矩阵转置的人更重要，解决后者可以由计算机代劳，但解决前者却只有靠人才。

解决问题的高手并不仅仅只是更受老板器重，有些人甚至因此进入主流的数学圈了。他们因此特别有自信心并激励了其他人。最重要的是，解题令人愉悦，真正的高手懂得享受数学带给他们的乐趣，理解并享受数学的美。

打个比方，普通的数学专业学生就像是那种一星期去体育馆三次，每次都在各种运动器材上重复同样不负重运动的人。相反，喜欢解决问题的人则像是经常背着旅行包去徒步旅行的人。这两种人都能变得强壮，而通过解决问题锻炼的人则尝试到了冷、热、潮湿、疲劳和饥饿的感觉，他们可能会迷失方向而不得到处寻找出路，会饱经风霜。但他们能爬到山顶，看到一般人梦想不到的风景；他们能够到达奇妙而美丽的地方，更为历尽千辛万苦到达目的地而欣喜若狂；当他们回到家，会因为曾经的历险而充满活力，为曾经的经历而热情洋溢。而那些可怜的体育馆的“老鼠们”只是在慢慢变得强壮，却不能从运动中享受到任何乐趣，也没有多少可以和别人一起分享的经历。

当前，美国大多数数学专业的学生并不善于解决问题，但还是存在着热爱解决问题的风气。很多人都是由数学俱乐部培养的，经常参加一些数学竞赛，研究那些大部

分学家认为理所当然的重要的“历史”问题和观点。这种爱好解决数学问题的文化氛围在部分东欧国家和一些美国城市都很浓厚。我在纽约长大并在 Stuyvesant 中学度过高中阶段，在那里我曾经是学校数学竞赛队的队长并专门学习过如何解决问题，到现在还和数学竞赛都有着不解的缘分。在上高中时，我是美国首次参加国际数学奥林匹克竞赛（IMO）的代表成员，二十年后，我成为了一名大学教授，又以教练的身份辅导了最近很多届参加国际数学奥林匹克竞赛的队伍，包括 1994 年我们在国际数学奥林匹克竞赛历史上取得最优异成绩那支代表队。

但在很多人成长的环境中并没有这种喜欢解决问题的文化氛围，我在担任高中以及大学老师期间和这些想解决问题的孩子们经常接触，我相信解决问题是任何能够读数学专业的学生都能轻易学会的一件事。作为解决问题的文化氛围的倡导者，写作这本书是我首次为传播这一文化所做出的努力。我之所以决定写这本书是因为我在旧金山大学工作期间，没有找到任何类似的书。虽然现在已经有不少优秀的专门介绍数学问题的书，但我觉得光有数学问题是不够的。我写这本书的指导原则是：

- 解决问题的方法是可以教授给学生并被他们掌握的；
- 成功解决问题的关键在于心理因素，像信心、专心和勇气都是非常重要的；
- 对问题不受任何限制的分析至少和严格的论证同样重要。
- 影响解决问题的非心理因素主要包括高度的战略规划、集中的战术方法和灵活运用技术工具。
- 掌握大量的历史著名问题（比如抽屉原理）和精通各种技术工具同样重要。

## 如何读这本书

虽然这本书编写得像是一本标准的数学教材，但它的语言是非常口语化的：它就是一位友善的教练，不仅讲解问题，还通过各种告诫、举例和挑战来传授知识。学习这本书不需要太多的预备知识，只要掌握一点浅显的微积分知识就足够了，因为我把这本书的读者定位于大学数学系的学生。当然这本书也适合高中高年级学生以及各级别的自学者，特别是数学老师们。

本书的内容分成两部分。第一部分是总结解决问题的方法论，这也是全书的核心内容。第二部分包含四个独立成章的部分，即按解题者的角度分成代数学、组合数学、数论和微积分四章。<sup>①</sup>为了控制全书的厚度，书中没有讨论几何方面的问题，但几何

<sup>①</sup> 为节省纸张，第二版已不再使用正式的第一、第二部分标签了。但全书的结构还是相同的，只是加了几何一章，如何读这本书，请大家见 1.4 节。

的思想却贯穿始终，并在一些地方（如 4.2 节）有集中讨论。但从总体上讲，本书涉及的几何方面的内容还是相对较少的。幸运的是，现在已经出版了很多几何方面的书籍。这些书中，我认为初等几何方面的 *Geometry Revisited* 和 *Geometry and the Imagination* 写得非常好。

本书每一小节的结构都很清晰：讲解、例题和问题。有些比较容易，有些稍微难些，还有一些非常难。本书的目的是教大家如何解决问题，要提高这一能力的唯一途径就是解决大量问题，独立解决一些问题并学习别人的解题方法，但并非所有的问题都是能解出的，任何时间只要是用在思考问题上都是值得的。

我希望读者在读完这本书并解决书中 660 个问题中的一部分后，能有前面说过的背包长途旅行的那种感觉。读者在阅读的过程中有时不可避免地会茫然不知所措，感到非常痛苦，但是当完成这样一次旅行以后，你们的意志会变得坚强，并且欣喜若狂，而且随时准备着下一次的冒险旅行。

当然，你们还能从中学到很多数学知识——不是分割成一块块的数学分支，而是数学本身，纯粹而简单。的确，贯穿整本书反复出现的主题是数学的统一性。很多特定的解题方法都涉及从一数学分支来理解问题的思想，比如，可以从几何角度解释一个代数不等式。

## 如何教授这本书

如果是一学期的课程，应该教完第一部分的内容，虽然学生不一定能够完全掌握。此外，还可以从第二部分选取一部分内容讲解。例如，如果给大学一二年级学生开设这门课可以讲解第 1~6 章。如果是高年级，则可以跳过第 5 章的大部分（除了最后一节）和第 6 章，而将主要时间用来学习第 7、8 两章。

## 致谢

Deborah Hughes Hallett 是我近二十年事业的守护天使。没有她的仁慈和鼓励，就不可能有这本书，我也不可能成为一名数学教师。我将这一切归功于你，Deb。谢谢您！

我真的很幸运能在旧金山大学工作，在这里，我无时无刻不感到同事们的友善和支持，学生们很热爱学习，学校的领导也从各方面为教职工们提供服务。特别地，我想真诚地感谢下列朋友：

- Stanley Nel 院长，他非常慷慨地帮我解决实际困难，升级我的电脑，资助我出差。但更重要的是，他从一开始就对我写的这本书表现出极大的兴趣，他的热情和赏识支持我度过了过去四年。
- 从 1992 年到旧金山大学任教开始，Tristan Needham 就是我的导师、同事和朋友。没有他的建议和为本书的写作所付出的努力，我也不可能完成这本书。Tristan 学识渊博，从最细微的 LATEX 命令到丰富的数学史知识以及扎实的数学基础。在很多方面，我仍旧只是个初学者，Tristan 教会我真正地深入理解数学的真相。
- Nancy Campagna, Marvella Luey, Tonya Miller 以及 Laleh Shahideh 想尽办法，非常慷慨地帮助我料理杂事。完全可以这样说，没有她们的帮助和友谊，我在旧金山大学的生活可能会糟透了。
- 每天都离不了的 Wing Ng，我们系最多才多艺的教学秘书，帮助我解决了很多问题，从修复印机到安装软件到设计版面，她的足智多谋和大公无私的精神大大提高了我工作的效率。

在这本书中，我的很多想法都来源于我在以下两个地方给学生上课的经验：旧金山大学开设的关于如何解决问题的一学期课程，和担任国际数学奥林匹克竞赛美国队教练时讲授的课程。非常感谢我的学生们，他们给我提供了这样一个与大家一起分享数学的机会。

在担任数学竞赛教练期间，我从同事们那里学到了很多解决问题的方法。特别地，我要感谢 Titu Andreescu, Jeremy Bem, Doug Jungreis, Kiran Kedlaya, Jim Propp 及 Alexander Soifer，和他们之间的多次交流对我的帮助极大。

Bob Bekes, John Chuchel, Dennis DeTurk, Tim Sipka, Robert Stolarsky, Agnes Tuska 和 Graeme West 阅读了本书的手稿，并提出了很多有益的修改意见，并指出了书中不少错误。由于他们的认真工作，本书在原稿基础上又有了很大改进，如果书中还有其他错误，当然由我一人承担。

本书用 Macintosh 电脑写作完成的，在 Textures 上运行 LA TEX，Textures 是一个非常出色的排版程序，大大优于其他 TEX 软件。我向希望用 TEX 或 LATEX 软件写书的人推荐该软件 ([www.bluesky.com](http://www.bluesky.com))。另一个对我帮助很大的软件是 Eric Scheide 公司的索引程序，这些程序极大地节省了我的时间。欲知更多的信息，请联系 [scheide@usfca.edu](mailto:scheide@usfca.edu)。

Wiley 出版公司的编辑 Ruth Baruth 小姐在极短的时间里帮我把模糊的想法变成了

一本书，整个过程少不了她积极的鼓励、创新的提议和温和的督促。我在此对她表示真诚的感谢。我期待着将来能有更多的书奉献给读者。

我的妻子和儿子在我写书期间给予了我极大的支持。感谢他们对我的容忍，也希望他们能够原谅我这段时间对他们的忽视。正因为没有家庭上的分心，我才能够将更多的时间投入到工作中，也不会因为对工作的热爱而感到内疚。可是，如果没有我的家庭，其他任何东西（甚至是数学的美）对我来说都是毫无意义的。

Paul Zeitz

1998年11月于旧金山

# 目 录

<b>第 1 章</b>	<b>本书的内容及阅读方法</b>	<b>\ 1</b>
1.1	“练习”与“问题”	\ 1
1.2	解决问题的三个层次	\ 3
1.3	题型	\ 6
1.4	怎样阅读这本书	\ 11
<b>第 2 章</b>	<b>研究问题的策略</b>	<b>\ 14</b>
2.1	心理策略	\ 15
2.2	开始分析问题的策略	\ 27
2.3	论证方法	\ 44
2.4	其他重要策略	\ 59
<b>第 3 章</b>	<b>问题求解的战术</b>	<b>\ 68</b>
3.1	对称	\ 69
3.2	极端原理	\ 82
3.3	抽屉原理	\ 94
3.4	不变量	\ 104
<b>第 4 章</b>	<b>三个重要的交叉战术</b>	<b>\ 123</b>
4.1	图论	\ 123
4.2	复数	\ 135
4.3	生成函数	\ 148
<b>第 5 章</b>	<b>代数</b>	<b>\ 160</b>
5.1	集合、数和函数	\ 160
5.2	代数运算回顾	\ 165
5.3	和与积	\ 174
5.4	多项式	\ 182
5.5	不等式	\ 192
<b>第 6 章</b>	<b>组合数学</b>	<b>\ 208</b>
6.1	计数简介	\ 208

6.2	分划和双射	\217
6.3	容斥原理	\229
6.4	递归	\238
<b>第7章</b>	<b>数论</b>	\247
7.1	素数与整除性	\247
7.2	同余	\256
7.3	数论函数	\261
7.4	丢番图方程	\268
7.5	各种各样有启发性的例子	\275
<b>第8章</b>	<b>美国人的几何</b>	\286
8.1	三个“简单”问题	\286
8.2	基础几何 I	\288
8.3	基础几何 II	\300
8.4	初等几何的威力	\313
8.5	变换	\327
<b>第9章</b>	<b>微积分</b>	\347
9.1	微积分基本定理	\347
9.2	收敛性和连续性	\349
9.3	导数和积分	\362
9.4	幂级数和欧拉数学	\377
<b>参考文献与延伸阅读</b>		\393
<b>参考文献</b>		\395

# 第1章

## 本书的内容及阅读方法

### 1.1 “练习”与“问题”

这是一本介绍解决数学问题方法的书，我们假定本书的读者为以下三类人：

- 喜欢数学；
- 已经很好地掌握了高中数学的内容；并且至少已经初步学习了高等数学的内容，如微积分和线性代数；
- 希望进一步提高解决数学问题的能力。

首先，什么是“问题”？我们需要将“练习”与“问题”区分清楚。“练习”是你理解且可以立即解决的问题，练习的解答是否正确取决于你对特定技巧掌握的熟练程度，但你却从不用去琢磨究竟应使用何种技巧。相反，“问题”是需要做深入思考和丰富资料收集才能找到正确方法的题目。例如，下面是一道练习。

例 1.1.1 请不使用计算器计算  $5436^3$ 。

毫无疑问，你知道如何计算——只要仔细地连乘两次就可以了。而下面这个问题则深奥得多。

例 1.1.2 将

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$$

表示成最简分数形式。

乍一看，这只不过又是一个毫无新意的练习题，因为你可能认为只要将所有的 99 项加起来就可以得到正确答案了。但是你稍微观察一下题目就会发现一个很有趣的现象，我们首先将多项式的前几项加总化简后发现：

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{3}{4},$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} = \frac{4}{5}.$$

因此，可以猜测：对于所有的正整数  $n$ ,

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

这样，就提出了一个“问题”：这个猜测是否正确？如果是，又该如何证明？如果你曾经做过类似的问题，并会应用数学归纳法（参见第 2 章），那么这一题对于你来讲也仅仅是一个“练习”而已了。但如果我们从没见过这类题型，那么这一题对我们来说就是一个“问题”而不是“练习”了。我们可能就需要花大量的时间尝试不同的方法来解决该问题，问题越难，需要花的时间越多，第一次尝试通常会失败，而有时多次尝试都会失败。

下面这个例子是非常有名的“户口调查员问题”，少数人认为这是个“练习”，对于大多数人来说，这是个“问题”。

**例 1.1.3** 一个户口调查员敲开一户人家的门，并询问屋内的妇女有几个小孩，孩子们都多大了。

该妇女答道：“我有三个女儿，她们的年龄都是整数，并且她们年龄的乘积等于 36。”

“这些信息还不够算出你女儿的年龄。”户口调查员回答道。

“我就是告诉你她们年龄的总和，你还是不能算出她们的年龄。”

“我希望能告诉我更多的信息。”

“好吧，我大女儿安妮喜欢狗！”

请问：从这段对话中，户口调查员能计算出该妇女三个女儿的年龄吗？

初看这个题目，觉得要想得到答案似乎是不可能的，因为题目中好像没有提供足够的信息来解决问题。这就是为什么我们认为这是一个“问题”，但这个问题的确很有趣。

（如果你仍旧比较迷惑，可以看本章结尾处的答案。）

如果你认为户口调查员问题太简单，那么请看下一题（答案参见例 3.2.3）。

**例 1.1.4** 有一次，我请了 10 对夫妇来我家参加宴会，我问所有参加宴会的人（包括我妻子在内）他们和多少人握过手，结果得知每个人的握手次数都不相同，当然我没有问自己。假定没有人与自己的配偶握手，也不考虑每个人自己同自己握手，那么请问我妻子与多少人握过手？（我没有问自己任何问题。）