农林院校大学数学系列教材
总主编 邹庭荣

大学数学
——线性代数

主　编 李仁所　张洪谦
副主编 王建平　王章雄　孙丹娜　李全忠　薛文珑

高等教育出版社

农林院校大学数学系列教材

总主编　邹庭荣

大学数学——线性代数

主　编　李仁所　张洪谦

副主编　王建平　王章雄　孙丹娜

李全忠　薛文珑

高等教育出版社

内容提要

本书是教育部“高等理工教育数学基础课程教学改革与实践项目(教高司函〔2007〕143号)”之“农林院校大学数学教学规范的研究与实践”项目研究成果。教材根据“农林院校大学数学——线性代数教学基本要求”，结合作者多年教学经验，根据农科专业的特点，按照继承、发展与改革的精神编写而成，是集体智慧的结晶。

本书共分5章，包括行列式、向量与矩阵、线性方程组、矩阵的对角化与二次型的化简、线性代数在农业科学中的应用。前4章为线性代数基本内容，可供本课程36学时以下的专业使用，36学时至40学时的专业可适当讲授带*号的内容。

本书的特点是：突出了矩阵方法；加进了线性代数在农业科学中的应用部分内容，并从实际例子出发，引出线性代数的一些基本概念、基本理论和方法；内容由简到难逐步展开，结构严谨，例题丰富，通俗易懂，难点分散；注重数学思想与数学文化的渗透。

本书的编写参考了近年来全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲，也适合其他类型高校线性代数学时较少的专业选用，并可作为相关专业师生的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学. 线性代数/李仁所，张洪谦主编. —北京：高等教育出版社，2009.9

ISBN 978-7-04-027801-9

Ⅰ.大… Ⅱ.①李…②张… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材②线性代数-高等学校-教材 Ⅳ.013 0151.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第139468号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京明月印务有限责任公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2009年9月第1版
印　　张	10.75	印　　次	2009年9月第1次印刷
字　　数	200 000	定　　价	13.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有　侵权必究

物料号　27801-00

农林院校大学数学系列教材编委会

主　任：邹庭荣

副主任　**（以姓氏笔画为序）**：

马少军　李仁所　房少梅　曹殿立
韩汉鹏　程述汉

委　员　**（以姓氏笔画为序）**：

马少军　文凤春　石　峰　李仁所
吴自库　邹庭荣　陈华锋　房少梅
徐光辉　曹殿立　韩汉鹏　程述汉

大学数学——线性代数编委会

主　编：李仁所　张洪谦

副主编　**（以姓氏笔画为序）**：

王建平　王章雄　孙丹娜　李全忠　薛文珑

编　委　**（以姓氏笔画为序）**：

王志武　王学蕾　王建平　王章雄
孙丹娜　李仁所　李全忠　张洪谦
林海婵　薛文珑

序

本套教材是教育部“农林院校大学数学教学规范的研究与实践”项目的研究成果。

从20世纪90年代以来，我国高等学校持续扩招，高等教育已由精英教育快速地进入了大众化教育阶段。作为高等教育的一个重要组成部分的高等农林院校也不例外。在大众化教育阶段，如何保证和提高农林院校大学数学教学质量以及如何进行农林院校创新性人才培养，成为当前我国农林院校最重要的研究课题之一。尤其是当前我国没有专门的高等农林院校大学数学课程教学规范，通常是照搬理工科相应的教学基本要求，难以体现农林院校的特色和培养目标。鉴于此，作为农林院校重要基础课的“大学数学教学规范”的制定提上了日程，“农林院校大学数学教学规范的研究与实践”项目正是在此背景下出台的，它是一项富有创新意义的研究工作，并被列入教育部“高等理工教育数学基础课程教学改革与实践”项目。

由全国近20所农林院校的专家、学者组成的课题组承担了这一项目的研究任务。该课题组通过对全国几十所农林院校大学数学教学的现状进行深入细致的调查，分析了各层次农林院校大学数学课程体系建设现状和本科生在创新能力、开拓精神等方面存在的问题；并结合多年在农林院校进行大学数学教学内容、教学方法改革的经验，研究制定了“农林院校大学数学教学规范”。通过召开“全国高等农林院校大学数学教学规范高级研讨会”，对上述方案进行讨论修改，形成了共识。“教学规范”包括“微积分教学基本要求”、“线性代数教学基本要求”、“概率论与数理统计教学基本要求”、“大学数学实验教学基本要求”，构建出适合时代特点和农林类专业特点的本科生数学基础课课程体系。并在此基础上编写了本套农林院校大学数学系列教材。

本套教材具有下列特色：

1. 教材突出了农林院校特色，尤其是大学数学在农林科学中的应用；

2. 教材贯穿了大学数学中渗透数学文化的理念，注重学生数学素质的培养；

3. 教材将数学实验独立成书，避免了大学数学每一册教材都列出数学实

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

验内容，内容重复而杂乱；

4. 教材内容丰富而精炼，重点突出而层次分明。

本套教材是编委会全体编委通力合作的结晶，其出版得到教育部数学基础课程教学指导分委员会徐宗本主任和彭济根秘书长以及高等教育出版社数学分社李艳馥社长、李蕊编辑和宋瑞才编辑的关心和大力支持，在此深表感谢！

邹庭荣

2009 年 5 月 10 日　于华中农业大学

前　　言

本教材是编者根据“农林院校大学数学线性代数教学基本要求”及多年的教学经验为高等农林院校本科学生编写的教材，也可供其他相关专业的师生选用和参考。

本教材内容共分5章，包括行列式、向量与矩阵、线性方程组、矩阵的对角化与二次型的化简、线性代数在农业科学中的应用。具有以下特点：

1. 以“三用”为原则：

（1）够用　删去了传统教材中实用性不强和难度较深的一些内容，保留农林院校各专业必须作为基础的内容，达到满足其需要的最大限度。

（2）管用　增添必需的以往传统教材中没有的知识内容，尤其注重大学数学在农林科学中的应用的内容。

（3）会用　淡化传统教材偏重理论的思想，强调数学知识的应用，力求学以致用，学后会用，增强学生学习数学的信心与兴趣。

2. 以“两凸显”为特色

（1）凸显数学文化思想　将数学文化贯穿到教材的全过程，在每章结束时，都以阅读与思考的形式介绍一些有趣的数学故事及有影响力的数学家轶事，让学生在寓教于乐中学习数学知识。

（2）凸显数学的应用　教材体现了不仅教会学生学数学的知识，更注重教会学生用数学的能力。突出了矩阵方法，注重农林类实际背景，引出线性代数的一些基本概念、基本理论和方法；注重理论知识的实际应用，将“线性代数在农业科学中的应用”单独成章，供学生阅读之用，这也是本书的一个重要特色。

在内容叙述上，注重与中学知识的衔接；在计算方面，突出了矩阵初等变换的作用；教材结构严谨、例题丰富、通俗易懂、难点分散、层次分明、取材合理、深度适宜。考虑到农林院校学生的基础，为了方便读者阅读，教材最后还给出了若干附录，其自成体系，这也是本书的一个特色。

虽然各位编者十分努力，但由于水平所限、成书时间又较仓促，书中的错误与不妥之处在所难免，恳请广大师生和读者批评指正。

编　者

2009 年 2 月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010)58581897/58581896/58581879

传　　真：(010)82086060

E - mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮　　编：100120

购书请拨打电话：(010)58581118

策划编辑　李　蕊

责任编辑　李　茜

封面设计　张申申

责任绘图　尹　莉

版式设计　陆瑞红

责任校对　胡晓琪

责任印制　朱学忠

目　录

试读结束：需要全本请在线购买：　www.ertongbook.com

第1章

行　列　式

本章首先引进二阶、三阶行列式的概念，在此基础上通过对 n 级排列的研究给出 n 阶行列式的一般概念，进而介绍行列式的性质．行列式不仅可以用来研究方程的个数与未知量个数相等的线性方程组的解，它还是研究矩阵性质的一个重要工具．

1.1　行列式的概念

1.1.1　二阶与三阶行列式

设由两个未知量、两个方程组成的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2, \end{cases} \tag{1-1}$$

下面用消元法求它的解．

用 a_{22}，$-a_{12}$分别乘第一、第二个方程的两边，然后相加，就得到消去 x_2 后的方程

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{12}b_2. \tag{1-2}$$

用类似的方法可得到消去 x_1 后的方程

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - a_{21}b_1. \tag{1-3}$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，由(1-2)、(1-3)式可得方程组的解

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}},\quad x_2 = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \tag{1-4}$$

为了找出解的表达式(1-4)的规律，便于推广，引进下述记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \tag{1-5}$$

表示 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$，称这个记号为**二阶行列式**．构成二阶行列式的四个数 a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22}叫做行列式的**元素**，横的各排叫做**行**，纵的各排叫做**列**．元素 a_{ij}

的下标 i 表示它在行列式的第 i 行，称为元素 a_{ij} 的**行下标**(或**行标**)；下标 j 表示 a_{ij} 在行列式的第 j 列，称为**列下标**(或**列标**). 行列式通常用大写字母 D 表示.

线性方程组(1-1)的系数构成的行列式

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}, \tag{1-6}$$

也叫做方程组(1-1)的**系数行列式**.

根据二阶行列式的定义，方程组(1-1)的解(1-4)中，x_1，x_2 的表达式的分子可分别写成下面的行列式

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}=b_1a_{22}-a_{12}b_2, \tag{1-7}$$

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}=a_{11}b_2-a_{21}b_1. \tag{1-8}$$

因而当方程组(1-1)的系数行列式 $D\neq0$ 时，它的解可以写成两个行列式的商的形式

$$x_1=\frac{D_1}{D},\quad x_2=\frac{D_2}{D}.$$

用行列式表示方程组(1-1)的解，我们很容易发现其规律性：分母都是方程组的系数行列式；x_1 的分子是将系数行列式 D 中对应 x_1 系数的列换成常数项后得到的行列式，x_2 的分子是将系数行列式 D 中对应 x_2 系数的列换成常数项后得到的行列式.

对于三元线性方程组有相仿的结论. 设有三元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3, \end{cases} \tag{1-9}$$

称符号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \tag{1-10}$$

为**三阶行列式**，它定义为其元素的下列代数和

$$a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}.$$

当方程组(1-9)的系数行列式，即三阶行列式

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\neq 0$$

时，三元线性方程组(1-9)有唯一解，解为

$$x_1=\frac{D_1}{D},\ x_2=\frac{D_2}{D},\ x_3=\frac{D_3}{D},$$

其中

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\ D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},\ D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

对于一般(方程的个数等于未知量个数)的 n 元线性方程组，当解唯一时，其解的表达式也具有这一规律. 下面利用 n 级排列的概念给出 n 阶行列式的定义.

1.1.2 排列

1.1.2.1 排列及其逆序数

定义 1 由 $1,2,\cdots,n$ 组成的一个有序数组称为一个 n 级(阶)排列.

显然 $12\cdots n$ 也是一个 n 级排列，这个排列具有自然顺序，就是按递增的顺序排起来的，称为**自然排列**. 其他的排列或多或少地已改变了自然顺序.

定义 2 在一个排列 $j_1j_2\cdots j_n$ 中，如果一对数的前后位置与大小顺序相反，即前面的数大于后面的数，那么就称它们构成了一个逆序，一个排列中逆序的总数称为这个排列的逆序数，记作 $\tau(j_1j_2\cdots j_n)$.

由定义可知，在一个 n 级排列 $j_1j_2\cdots j_n$ 中，若比 $j_k(k=1,2,\cdots,n)$ 大的且排在 j_k 前面的数有 t_k 个，则这个排列的逆序数为

$$\tau(j_1j_2\cdots j_n)=t_1+t_2+\cdots+t_n=\sum_{k=1}^{n}t_k.$$

例 1 计算排列 21543 的逆序数.

解 $\tau(21543)=0+1+0+1+2=4$.

1.1.2.2 排列的奇偶性

定义 3 逆序数为偶数的排列称为偶排列；逆序数为奇数的排列称为奇排列.

由例 1 知，排列 21543 是偶排列，因为 $\tau(21543)=4$；而 $\tau(21345)=1$，所以排列 21345 是奇排列.

在一个 n 级排列 $j_1j_2\cdots j_n$ 中，仅将其中两个数字 j_i，j_k 对调而其余数字不

动，这样一次对调称为一个**对换**，记为(j_i,j_k)．当 $k=i\pm1$ 时，即排列中两个相邻的数字的对换称为**相邻对换**.

定理 1　对换改变排列的奇偶性．也就是说，经过一次对换，奇排列变成偶排列，偶排列变成奇排列.

证明　先看对换的两个数字 j，k 在排列中相邻的情形．设此排列为

$$\cdots jk\cdots,$$

经对换(j,k)变为

$$\cdots kj\cdots.$$

这里"…"表示那些不动的数字．于是，若 $k<j$，则 $\tau(\cdots kj\cdots)=\tau(\cdots jk\cdots)-1$；若 $k>j$，则 $\tau(\cdots kj\cdots)=\tau(\cdots jk\cdots)+1$．因此，这种特殊情况下定理 1 成立.

一般情形，设排列为

$$\cdots ji_1i_2\cdots i_tk\cdots, \tag{1-11}$$

经对换(j,k)变为

$$\cdots ki_1i_2\cdots i_tj\cdots, \tag{1-12}$$

为将(1－11)变为(1－12)，可先对(1－11)施行相邻位置的 j 与 i_1 对换，然后 j 与 i_2 对换……j 与 i_t 对换，再将 j 与 k 对换，共经过 $t+1$ 次对换后变为

$$\cdots i_1i_2\cdots i_tkj\cdots, \tag{1-13}$$

再对(1－13)施行相邻位置的 k 与 i_t 对换，k 与 i_{t-1} 对换……k 与 i_1 对换，共 t 次对换后便变为(1－12)．综上所述，由于每次这样相邻对换都改变排列的奇偶性，因而 $2t+1$ 次相邻对换将(1－11)变为(1－12)，它们有互异的奇偶性．因此，定理成立.

推论　在全部 n 级排列中，奇、偶排列的个数相等，各有$\frac{n!}{2}$个.

证明　设奇排列个数为 k，偶排列个数为 m，则 $k+m=n!$．又调换每个奇排列的前两个元素的位置，则由定理 1 知它们都变为偶排列，且易知不同的奇排列经一次相同位置的对换后变为不同的偶排列，因此 $k\leqslant m$．同理可证 $m\leqslant k$，故 $k=m=\frac{n!}{2}$.

类似地，还可以证明：

定理 2　任意一个 n 级排列与排列 $12\cdots n$ 都可以经过一系列对换互变，并且所作对换的个数与这个排列有相同的奇偶性.

1.1.3　*n* 阶行列式

在给出 n 阶行列式的定义之前，先来回顾一下二阶和三阶行列式的

定义：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21},$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

可以看出，它们都是一些乘积的代数和，而每一项乘积都是由行列式中位于不同行不同列的元素构成，这种可能的乘积共有 $n!$ 项．另一方面，每一项乘积都带有符号．这符号是按什么原则确定的呢？在三阶行列式(1-10)中，,项的一般形式可以写成

$$a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}, \tag{1-14}$$

即行标为自然排列 123，列标 $j_1j_2j_3$ 是 1，2，3 的一个排列．可以看出，当 $j_1j_2j_3$ 是偶排列时，对应的项在三阶行列式的定义中带有正号；当 $j_1j_2j_3$ 是奇排列时，对应的项带有负号．

定义 4　记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \tag{1-15}$$

称为 n 阶行列式，它表示代数和 $\sum\limits_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{j_1j_2\cdots j_n}(-1)^{\tau(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}, \tag{1-16}$$

这里 $\sum\limits_{j_1j_2\cdots j_n}$ 表示对所有 n 级排列求和．

显然，行列式的项

$$a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n} \tag{1-17}$$

为取自不同行不同列的 n 个元素的乘积；每一项都按下面规则带有符号：当 $j_1j_2\cdots j_n$ 是偶排列时，带正号，当 $j_1j_2\cdots j_n$ 是奇排列时，带负号；对于 $1,2,\cdots,n$ 的每一个排列 $j_1j_2\cdots j_n$，都对应一项，所以(1-16)式共有 $n!$ 项．

定义 4 实际上是按乘积中元素的行标为自然排列来定义行列式，同样地，可以按列标为自然排列定义行列式：

定义 4′

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{i_1 i_2 \cdots i_n} (-1)^{\tau(i_1 i_2 \cdots i_n)} a_{i_1 1} a_{i_2 2} \cdots a_{i_n n}. \qquad (1-18)$$

可以证明，这两个 n 阶行列式的定义是等价的.

$a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn}$的连线称为行列式的**主对角线**；$a_{1n}, a_{2n-1}, \cdots, a_{n1}$的连线称为行列式的**副对角线**.

若行列式主对角线上方的元素全为零，称之为**下三角行列式**；若行列式主对角线下方的元素全为零，称之为**上三角行列式**.

例 2 计算 n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \qquad (1-19)$$

解 在 n 阶行列式 D 的 $n!$ 个项中，考虑行列式可能的非零项. 由于行列式的每一项皆为行列式中位于不同行不同列的 n 个元素之积，因此行列式中的非零项必为 n 个非零元素的乘积. 在行列式的第一行中，仅有 a_{11}不为零，所以在式(1-16)中，a_{1j_1}只能取 a_{11}. 而 a_{2j_2}只能取 a_{22}，不能取 a_{21}，这是因为 a_{21}与 a_{11}同列. 同理 a_{3j_3}也只能取 a_{33}……最后一行只能取 a_{nn}，从而

$$D = (-1)^{\tau(12\cdots n)} a_{11} a_{22} \cdots a_{nn} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn}.$$

同理可得

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} \cdots a_{nn}.$$

由上述讨论知，上、下三角行列式的值都等于主对角线上元素的乘积.

例 3 计算行列式

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

解 由于行列式中 4 个不同行不同列的非零数之积只有 $1 \times 2 \times 3 \times 4$，而这作为行列式的项，元素已经按照行下标自然顺序排好，它的列下标排

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com