

審定

新課程標準世界中學教本

初級中學學生用

薛氏

初中代數

上冊

編著者 薛天遊

校訂者 王剛森 駱師曾

世界書局印行

中華民國二十三年八月十六日教育部審定執照教字第三十四號
中華民國二十三年十一月六日內政部註冊執照第三九一八號

編輯大意

1. 本書完全依照教育部最近頒布的初中算學課程標準編輯的。

2. 編者根據教授算學的經驗，覺得初中學生學算術後，對於數字問題的計算，雖有相當的把握，可是要他們普遍化，自創一個解決一切同類問題的辦法，那就難了。譬如說：「某人今年15歲幾年後18歲？」就是程度最差的學生，也能回答。如再問「這個人幾年後 x 歲？」就沒有幾個人能回答得正確，所以編者在這種地方，加入許多口答的問題，希望教師在教室內多發口問，練習學生的思考，使漸能代數化。

3. 學習算學，最好每次上課時或上課後，有相當數的練習題來做，為數不必太多。本書習題次數頗多，而每次問題數適中，務使學生多有練習的機會，而免不能全做之弊。

4. 初中代數中，除方程外，最重要的為整式和分式

的基本運算.而分式的四則和化簡,須應用最高公因式與最低公倍式.這兩種的計算,一般須應用析因式法.故本書對於整式的四則,乘法公式,及析因式法,材料和習題特多,使學者對於初等代數運算,有穩固的基礎.

5.很急促的編成這本書,錯漏的地方,在所不免.希望用此書的教師,盡量的加以糾正,這是編者十分感激的!

22年3月薛天遊

目 次

第一編 緒論

第一章	定義與記號.....	1
第二章	正負數.....	14
第三章	簡單方程.....	28

第二編 整式四則

第一章	整式加法.....	39
第二章	整式減法.....	43
第三章	整式乘法.....	46
第四章	整式除法.....	52

第三編 一次方程

第一章	一元一次方程.....	63
第二章	二元一次聯立方程.....	72

第三章	方程的圖解法	96
-----	--------------	----

第四編 整式(續)

第一章	乘除法公式	111
第二章	析因式法	124
第三章	用析因式法解一元二次方程	148
第四章	簡易不等式	152
第五章	最高公因式與最低公倍式	157

第五編 分式

第一章	分式通性	173
第二章	分式的加減乘除	180
第三章	分式方程	197

第一編 緒論

第一章 定義與記號

1. 用於算術的數的記號 數的記號用於算術的，就是數字。現在世界各國通用的數字，是阿拉伯數字，即 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 是。

2. 用於代數學的數的記號 用了上節的十個數字，就可以把事物的大小多寡輕重，精密的表示出來，可是表示以後，牠的量就完全確定，不能再有變更。譬如說 1 枝筆，2 本書；筆的數量是一，決不是二或其他；書的數量是二，決不是一或三和其他。假如一個量，在問題沒有解決以前，不能確定，或者要代表任意一個數量，就不能應用上面的十個數字，要另外用一種相當的記號，來代表這未定或任意的數量。在代數學內，就用英文字母來表示，有時英文字母不夠用，再借用希臘字母來表示。譬如某人有 x 隻牛；一塊長方形的

木板,長 l 公尺,寬 b 公尺.這裏的 x , l , 與 b , 都是代表一個數.數雖沒有確定,可是在繼續討論的時候,就有一個假定的根據.所以數的記號,用於代數學的,比較算術爲廣.

用於代數學的主要記號

3. 加號 $+$ 讀作“加”,例如 $2+5$, 讀作 2 加 5, 就是在 2 上加一個 5. 又如 $x+y$, 讀作 x 加 y , 就是在 x 上加 y . 意義和算術相同.

4. 減號 $-$ 讀作“減”,例如 $5-2$, 讀作 5 減 2, 就是從 5 減去 2. 又如 $x-y$, 讀作 x 減 y , 就是從 x 上減去 y . 意義和算術相同.

5. 乘號 $\times$ 讀作“乘以”或單作“乘”,例如 2×5 , 讀作 2 乘以 5, 就是用 5 乘 2, 又如 $x \times y$, 讀作 x 乘以 y , 就是用 y 乘 x . 意義和算術相同.

乘號有時用一點來代,如 $2 \cdot 5$, 就是 2×5 ; $x \cdot y$, 就是 $x \times y$.

文字與文字,或文字與數字的積,中間的乘號,往往省略.如 $2x$ 就是 $2 \times x$, $5xy$ 就是 $5 \times x \times y$.

6. 除號 $\div$ 讀作“除以”或作“被…除”,例如 $5 \div 2$,

讀作 5 除以 2, 就是用 2 除 5. 又如 $x \div y$, 讀作 x 除以 y , 就是用 y 除 x . 意義和算術相同.

除號有時用一橫線——或一斜線 / 來代表, 如 $\frac{5}{2}$ 就是 $5 \div 2$. x/y 就是 $x \div y$.

7. 等號 = 讀作“等於”, 放在兩數或兩式的中間. 表示牠們相等. 例如 $2+5=7$, 表示 $2+5$ 與 7 是相等的數, 又如 $x+y=10$. 表示 $x+y$ 與 10 也是相等的數.

8. 不等號 $\neq$ 讀作“不等於”, 例如 $2+5 \neq 6$.

$>$ 讀作“大於”, 例如 $5 > 2$.

$<$ 讀作“小於”, 例如 $2 < 5$.

$\geq$ 讀作“不大於”, 例如 $x \geq 5$, 表示 x 所代表的數, 不大於 5, 即或等於 5, 或小於 5.

$\leq$ 讀作“不小於”, 例如 $a \leq 5$.

9. 代表文字的記號 $\therefore$ 讀作“因”, $\therefore$ 讀作“故”, 例如 $\because x=2, \therefore 3x=6$; 即因 $x=2$, 故 $3x=6$.

10. 連續號 $\cdots$ 讀作“等等”, 例如 $a_1, a_2, a_3, \cdots$ 讀作 a 附一, a 附二, a 附三等等. 又如 $a', a'', a''', \cdots$ 讀作 a 第一, a 第二, a 第三等等.

11. 括號 括號的種類有四, 即括線——, 圓括 (), 方括 [], 曲括 { }, 無論那種括號, 都是表示在括號

範圍以內的，應當先計算。例如 $(a-b) \times c$ ，就是先從 a 減去 b ，而後拿 c 乘所得的結果。

圓括，方括，曲括前後的乘號，可以省去。例如 $(a+b)c$ 就是 $(a+b) \times c$ 。

問 題

[本書所列問題，專供教師在教室內令學生口答，同時要全班學生注意這結果，至於筆答的問題，改稱習題。]

1. 哥哥 18 歲，弟弟 15 歲，哥哥比弟弟大幾歲？哥哥 m 歲，弟弟 n 歲，哥哥比弟弟大幾歲？
2. 甲有洋 35 元，乙有洋 18 元，乙增加多少元，可以和甲所有的相等？甲有洋 x 元，乙比甲少，祇有洋 y 元，乙增加多少，可以和甲所有的相等？
3. 一星期是七天，12 個星期是幾天？ n 個星期是幾天？
4. 兩根電桿的距離是 60 公尺，10 根電桿的距離是多少公尺？21 根電桿的距離是多少公尺？ p 根電桿的距離是多少公尺？
5. 正方形每邊 8 公分，面積是多少？每邊 12 公

分,面積是多少? 每邊 37.29 公分,面積怎樣算法? 每邊 h 公分,面積又是怎樣?

6. 長方形長 5 公尺,寬 3 公尺,周圍多少,面積又多少? 假如長 6 公尺,寬 2 公尺,周圍和面積又怎樣?

7. 長方形長 x 公尺,寬 y 公尺,周圍和面積多少?

8. 某人做一件事,8 天做完,平均一天做多少? 假如 x 天做完,平均一天做多少?

12.代數學的目的 在討論代數學的目的以前,先研究下列的問題:

兩數的和是 75,大數是小數的四倍,這兩個數各是多少?

設小數是 x ,那末大數應該是 $4x$,根據題義,得

$$x + 4x = 75.$$

上式叫做方程, x 叫做方程的未知數.

因 $x + 4x = 75,$

即 $5x = 75,$

$\therefore x = 15.$

又 $4x = 4 \times 15 = 60.$

故大數是 60,小數是 15.

看了上面的例,知道利用了文字,可使演算簡單明

瞭,並且解決了一個問題,其餘同類的問題,也可類推。
代數學的最後目的,就是利用文字和代數上各種基本運算,來解決一切方程換句話說,就是求出方程內未知數的價值。

因子,冪,係數

13.因子 幾個數連乘,得一個連乘積,這幾個數中的任意一個,叫做這連乘積的因子。

例如 $3bc$, 就是 $3 \times b \times c$. 這裏的 $3, b, c$ 都是 $3bc$ 的因子。
 又如 $x(y+z)$, 這裏 x 和 $y+z$ 是 $x(y+z)$ 的因子。

14.冪 兩個 3 連乘,寫作 3^2 , 三個 3 連乘,寫作 3^3 , 角上的數字 2 和 3, 叫做指數。

例如 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$,

32 叫做 2 的第五冪,又叫 2 的五次方. 5 是 2 的指數.
 2 是 32 的五次根。

又如 $3 \times 3 = 3^2 = 9$.

9 是 3 的第二冪,或是 3 的二次方,又叫平方. 反過來說, 3 是 9 的二次根,又叫平方根。

又如 $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$.

64 是 4 的第三冪,或是 4 的三次方,又叫立方. 反過來

說, 4 是 64 的三次根, 又叫立方根.

15. 根號 4 的三次方是 64, 反過來說, 64 的三次根是 4, 表示前一句的算式是:

$$4^3 = 64.$$

表示後一句的算式是:

$$\sqrt[3]{64} = 4.$$

$\sqrt{\quad}$ 叫做根號. 根號角上的 3 字, 叫做根指數. 根指數是 2 時, 可以略去不寫.

問 題

1. 2 的第七幂是多少?
2. 81 是 3 的幾次方?
3. 10 的立方是多少? 100000 是 10 的幾次方?
4. 什麼數的三次方是 27? 是 125?
5. x 的第四幂是怎樣? 立方是怎樣?
6. b^7 是 b 的七次方, b 是 b^7 的什麼?
7. 假如 x 是 y 的立方根, 那末 y 是 x 的什麼?
8. $3^4 = ?$ $\sqrt{81} = ?$ $\sqrt[5]{32} = ?$
9. 在 $3x^2yz$ 中, 有那幾個因子?
10. $x+y+z$ 是不是等於 xyz ? 為什麼? 怎樣可

以證明？

16.係數 在 $3a$ 中, 3 是 a 的係數, 同時又可說 a 是 3 的係數. 在 $5ab$ 中, 5 是 ab 的係數, a 是 $5b$ 的係數, b 是 $5a$ 的係數, $5a$ 是 b 的係數, $5b$ 是 a 的係數, ab 是 5 的係數. 故一數是幾個因子的連乘積時, 任意一部分的連乘積, 稱為餘下因子連乘積的係數. 可是平常單指數字是係數.

例如 $5abx$ 中, 用 x 做主體, 那末 $5ab$ 是 x 的係數, 5 是 abx 的數字係數. 在 $(a-b)x$ 中, x 的係數是 $a-b$. 數字係數是 1 時, 可略去不寫, 如 ax 就是 $1ax$.

代 數 式

17.代數式 將文字或數字與文字, 使用加減乘除冪根所得的式, 叫做代數式, 或單作式.

例如 ab , $3a+2b-4c$, $xy+\frac{z}{c}$, $a^2+\sqrt{b}$, 等都是代數式.

18.項 代數式中用加減號隔離的各部分, 叫做項.

例如代數式 $a+b^2c-(b+c)d$ 中, 有 a , b^2c , $-(b+c)d$ 三項.

19.單項式 祇含一項的代數式, 叫做單項式.

例如 $x, 5ab, 2cd \times 7ab, \frac{3a}{4b}$ 等都是單項式。

20. 多項式 含有兩項以上的代數式,叫做多項式。

例如 $x+y+z, a^2-2ab+b^2$ 等都是多項式。

含兩項的多項式,特稱二項式。含三項的特稱三項式。

例如 $2m-3n$ 是二項式, $x+y-z$ 是三項式。

21. 正負項 多項式的各項,前面有加號的,叫做正項,前面有減號的,叫做負項。若第一項是正項,那末前面的加號,可略去不用。

22. 同類項 設有兩項 $5x^2y$ 和 $3x^2y$, 除數字係數外,其他部分完全相同的,叫做同類項。

例如 $5x^2yz, 7x^2yz, x^2yz$ 是同類項, a^2b 和 $3ab^2$ 不是同類項。

23. 項的次數 abc 項中含 a, b, c 三個文字的因子,這叫三次項。 a^2bc^2 項中含 a, a, b, c, c 五個文字的因子,這叫五次項。

同理知 $3x^2yz$ 是四次項, $5abxyz$ 是五次項, 7 是零次項。

24. 多項式的次數 在 $x^3+x^2y^2+2y$ 多項式中,第一項的次數是三,第二項的次數是四,第三項的次數是

一,這式就叫四次多項式,或單稱四次式,所以多項式的次數,是用式中最高次項的次數做標準的。

例如 $a^2x^3 - 2ax^2 + 5$ 有六次式, $x^6 - 1 + y^8$ 是八次式。

25. 多項式的排列 將多項式的各項,根據一特別文字的冪次而排列,叫做多項式的整列。冪次自大而小的叫做降冪序,自小而大的叫做升冪序。

例如 $3ax^4 + 2a^2x^3 - 5x^2 + a^3x - 7$ 是 x 的降冪序, $8b - ay + aby^2 - y^3$ 是 y 的升冪序。

26. 作代數式的方法 作代數式沒有一定的方法,但用實在的例子比較,就很容易把要求的代數式寫出。譬如說 x 比 y 大多少? 這一個問題,初學代數的人,似覺難解。可是說 10 比 7 大多少? 就毫不思索的,知道是 3。這 3 是 10 減 7 的結果。因此 10 比 7 大 $10 - 7$, 所以 x 比 y 大 $x - y$ 。再舉幾個例子如下:

例 1. 某甲今年 16 歲, x 年前幾歲, y 年後幾歲?

[答] x 年前 $16 - x$ 歲, y 年後 $16 + y$ 歲。

例 2. 什麼數比 30 小 c ?

[答] 先想什麼數比 30 小 5? 顯見是 25, 就是 $30 - 5$ 。所以比 30 小 c 的數是 $30 - c$ 。

例 3. 設橘 x 枚的價值是 b 元,問橘 y 枚的價值

多少?

[答] 因一枚的價值是 $\frac{b}{x}$ 元, 故 y 枚的價值是 $y \times \frac{b}{x}$ 元.

例 4. x 立方的 5 倍, 加 $3c$ 與 a 減 b 的積, 將所得的結果, 再用兩倍 d 的平方與 f 的和乘, 試作代數式?

[答] $[5x^3 + 3c(a-b)](2d^2 + f)$.

習 題 一

1. 甲在 x 年前是 13 歲, 今年幾歲? 乙在 y 年後是 25 歲, 今年幾歲?
2. 甲 x 年後的年齡, 是乙 y 年前年齡的兩倍. 若乙今年 c 歲, 那末甲今年幾歲?
3. 分 50 為三部分, 一部分是 x , 一部分是 17, 還有一部分是多少?
4. 某甲做一件事, y 天可以完成, 平均一天做多少? 三天做多少?
5. 三數相乘的積是 120, 已知一數是 x , 一數是 5, 還有一數是多少?
6. 鉛筆每枝價 m 分, 橡皮每塊價 n 分. 今買鉛筆 p 枝, 橡皮 q 塊, 費銀多少元?