普通高等教育"十一五"规划教材

数字电子技术基础学习指导与习题解析

王友仁　陈则王　林华　等编著

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十一五”规划教材

数字电子技术基础
学习指导与习题解析

王友仁　陈则王　林　华　洪春梅
张　砦　周翟和　傅大丰　孔德明　编著

机械工业出版社

本书是配合南京航空航天大学自动化学院王友仁教授等编著的《数字电子技术基础》教材而编写的教学指导书。本书共11章，具体内容为：逻辑代数基础、数字集成门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲波形产生与变换电路、数/模和模/数转换器、半导体存储器、可编程逻辑器件、数字系统设计基础、数字电路测试与可测试性设计，各章的主要内容包括教学基本要求、重点分析、例题精解和习题解析。

本书的使用对象是高等学校电气信息类各专业的师生，也可供其他有关专业师生和工程技术人员阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

数字电子技术基础学习指导与习题解析/王友仁等编著．—北京：机械工业出版社，2010.6

普通高等教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-111-30716-7

Ⅰ.①数… Ⅱ.①王… Ⅲ.①数字电路—电子技术—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.①TN79

中国版本图书馆CIP数据核字（2010）第092471号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）

策划编辑：刘丽敏　责任编辑：刘丽敏　版式设计：霍永明

责任校对：李秋荣　封面设计：张　静　责任印制：李　妍

北京富生印刷厂印刷

2010年8月第1版第1次印刷

184mm×260mm・13.5印张・331千字

标准书号：ISBN 978-7-111-30716-7

定价：20.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010)88361066	门户网：http://www.cmpbook.com
销售一部：(010)68326294	
销售二部：(010)88379649	教材网：http://www.cmpedu.com
读者服务部：(010)68993821	封面无防伪标均为盗版

前　言

本书是配合王友仁教授等编著的《数字电子技术基础》（机械工业出版社，2010）教材而编写的教学指导书。其目的是帮助从事数字电子技术课程教学的教师更好地实施教学，开展教学研究与交流，以进一步提高课程教学质量；帮助学习数字电子技术课程的学生和有关读者更好地掌握该课程的基本概念、基本电路、基本分析与设计方法和应用技术。

全书共11章，分别为：逻辑代数基础、数字集成门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲波形产生与变换电路、数/模和模/数转换器、半导体存储器、可编程逻辑器件、数字系统设计基础、数字电路测试与可测试性设计。各章的主要内容包括：教学基本要求、重点分析、例题精解和习题解析。

教学基本要求部分指明每章的教学要求与学习内容掌握程度；重点分析部分，给出每章的主要内容、知识要点、重要的概念与结论；例题精解部分，通过每章精选的代表性例题的分析求解，着重讲清解题思路、方法、步骤和过程，以帮助读者提高分析设计数字电路的能力和拓宽知识面；习题解析部分，给出教材中相应各章全部习题的答案与解题思路，便于读者学习参考。在例题和习题的选材上注意典型性与实用性，在内容的编排上由浅入深，注意兼顾不同层次水平读者的要求。

参加本书编著工作的有：陈则王（第1、2章），洪春梅（第3、4章），周翟和（第5章），傅大丰（第6章），林华（第7、10章），孔德明（第9章），张砦和王友仁（第8、11章）。王友仁为主编，负责全书的策划、组织、大纲确定和统稿。

南京航空航天大学自动化学院陈鸿茂教授对书稿进行了仔细审阅，并提出了详细的修改意见与建议。研究生李传亮、吴祎、任晋华等参与了书中插图绘制工作。在此表示感谢。

由于编者水平有限，书中可能存在不足之处，请广大读者指正。

编　者

2010年3月于南京航空航天大学

目　　录

第 1 章　逻辑代数基础

1.1　教学基本要求

1. 数字电路特点：比较数字电子技术与模拟电子技术的区别，了解数字信号的特点。

2. 数制与码制：熟悉二进制、十进制、八进制和十六进制计数制，掌握各种计数制之间的相互转换，了解二进制算术运算；了解各种编码制，熟悉常用的几种 BCD 码。

3. 逻辑运算：熟悉与、或和非 3 种基本逻辑运算关系，用与、或、非运算的组合可以实现任何复杂的逻辑运算，掌握同或和异或两种逻辑运算。

4. 逻辑代数规则：熟悉逻辑代数中的基本定理、定律，熟悉逻辑代数中的代入规则、反演规则和对偶规则，掌握逻辑代数中的几个常用公式。

5. 逻辑函数表示：理解真值表、最小项、无关项和卡诺图等概念，熟悉逻辑函数的真值表、逻辑表达式、逻辑图、波形图、卡诺图和硬件描述语言表示方法，掌握逻辑函数各种表示方法之间的相互转换。

6. 逻辑函数的化简：了解逻辑函数化简的意义，了解代数法化简和卡诺图法化简的各自优、缺点；掌握逻辑函数代数法化简的各种方法，熟悉卡诺图法化简的步骤及画包围圈的规则，掌握具有无关项的逻辑函数化简方法。

1.2　重点分析

1.2.1　数制与码制

1. 几种常用的计数制

1）十进制用 0、1、2、…、9 这 10 个符号（又称数码）的不同组合来表示不同的数，在十进位计数制中，其组合排列的规律为“逢十进一”（或借一当十）。

2）二进制具有运算最简单，易于用电路表达等优点，所以成为数字电路中最基本、最常用的一种计数制。是“逢二进一”（或借一当二）。

3）除了二进制数以外，在数字电路中有时也会用到八进制数和十六进制数。3 位二进制数可以组成一位八进制数，4 位二进制数可以组成一位十六进制数。

2. 数制间的相互转换

1）将二（八或十六）进制表示的数转换为十进制数的方法十分简单，只要将一种进制的数，按其幂级数的形式展开计算即可。

2）将十进制表示的数转换为二（八或十六）进制数的方法是将整数部分和小数部分分别进行转换，然后合并起来。整数部分采取“除底取余”的方法转换，小数部分采取“乘底取整”的方法转换。

3. 几种常用的编码制

1）8421BCD 码。是用 0000、0001、…、1001 分别表示 0、1、…、9 这 10 个符号。二进制代码的位权依次是 8421。

2）余 3BCD 码。是用 0011、0100、…、1100 分别表示 0、1、…、9 这 10 个符号。其特点是每个代码的二进制数值比其所代表的十进制符号的数码值多 3。

3）格雷 BCD 码。是每对相邻的符号（包括 0 和 9）所对应的 4 位二进制代码之中，只有一位不同。这种码有利于提高电路的可靠性和速度。

1.2.2 基本逻辑运算

1. 与运算

与运算又称逻辑乘，只有当决定某事件的所有条件全部具备时，这事件才会发生，否则这事件就不会发生。其逻辑关系可以用函数关系式 $L=A\cdot B$ 或 $L=AB$ 表示。

2. 或运算

或运算又称逻辑加，在决定某事件的诸条件中，只要有一个或一个以上的条件具备，这事件就会发生。其逻辑关系可以用函数关系式 $L=A+B$ 表示。

3. 非运算

非逻辑又称逻辑反，当决定某事件的条件具备，这事件就不发生；当决定某事件的条件不具备，这事件就会发生。其逻辑关系可以用函数关系式 $L=\overline{A}$表示。

用与、或和非运算的组合可以实现任何复杂的逻辑函数运算，即复合逻辑运算。最常用的复合逻辑运算有 5 种，分别是与非、或非、与或非、同或和异或。

1.2.3 逻辑代数的基本定理及常用公式

1. 逻辑代数的基本定律

（1）常量变量关系

$$A+0=A \quad A\cdot 1=A \quad A+1=1 \quad A\cdot 0=0 \quad A+\overline{A}=1 \quad A\cdot\overline{A}=0$$

（2）交换律、结合律、分配律

交换律：$A+B=B+A$　　　$A\cdot B=B\cdot A$

结合律：$A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)$　　　$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$

分配律：$A\cdot(B+C)=AB+AC$　　　$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$

（3）重叠律、反演律

重叠律（又称同一律）：$A+A=A$　　　$A\cdot A=A$

反演律（又称摩根定律）：$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$　　　$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$

2. 逻辑代数中的基本规则

（1）代入规则

在任何一个逻辑等式中，如果将等号两边所出现的某一变量（如：A）的地方都代之以一个表达式（如：F），则等式仍然成立。这个规则就叫做代入规则。

（2）反演规则

对于任意一个逻辑等式，如果将等号两边所有的“·”换成“+”，“+”换成“·”；所有的原变量都换成其反变量（如：A 换成 $\overline{A}$），反变量换成原变量（如：$\overline{B}$ 换成 B）；所有

的常量“0”换为“1”，“1”换为“0”；则等式仍然成立。这就是反演规则。

（3）对偶规则

任意一个逻辑等式，将等号两边所有的“·”换成“+”，“+”换成“·”；所有的常量“0”换为“1”，“1”换为“0”；则可以得到一个新的等式。这个新等式被称为原等式的对偶式。

应用反演、对偶规则时，要注意保持原来的运算优先级，即先进行与运算，后进行或运算，并优先考虑括号内的运算。对于反变量以外的非号应保留不变。

（4）反演规则与对偶规则的区别

反演规则和对偶规则的物理意义是截然不同的。互为反演的两式中，逻辑变量所规定的含义相同；而互为对偶的两式中，逻辑变量所规定的含义相反。

3. 逻辑代数中的几个常用公式

$$AB + A\overline{B} = A \quad A + AB = A \quad A + \overline{A}B = A + B \quad AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$$

1.2.4 逻辑函数及其表示方法

1. 逻辑函数常用的表示方法

逻辑函数常用的表示方法有真值表、逻辑函数式、逻辑图、波形图、卡诺图和硬件描述语言，这些表示方法以不同形式表示了同一个逻辑函数，因此，各种表示方法之间可以相互转换。

1）真值表。描述逻辑函数输入变量取值的所有组合和输出取值对应关系的表格称为真值表。

2）逻辑函数表达式。逻辑变量按一定运算规律组成的数学表达式称为逻辑函数表达式，即采用与、或、非等逻辑运算的组合来表示逻辑函数输出变量与输入变量之间的逻辑关系。一个给定的逻辑函数仅有一个真值表，但同一个逻辑函数可以有多种逻辑表达式。

3）逻辑图。将逻辑函数式中各变量之间的与、或、非等逻辑运算关系用相应的逻辑符号表示出来，就可以得到表示输入与输出之间函数关系的逻辑图。

4）波形图。将逻辑电路各输入端的波形与同一时刻所对应的输出波形在同一时间坐标上表示出来就得到了波形图，波形图是逻辑电路输入输出关系的真实描述，可以比较直观地表示电路的逻辑关系。

5）卡诺图。卡诺图与真值表类似，是一种特殊排列的真值表，使用卡诺图可以比较方便地化简逻辑函数表达式。

6）硬件描述语言。逻辑函数还可以用硬件描述语言来表示。

2. 逻辑函数的卡诺图

卡诺图是逻辑函数的一种表示方法，它是按一种相邻原则排列而成的最小项方格图。利用相邻项不断合并的原则，使得逻辑函数表达式得到化简。

（1）最小项

最小项是逻辑函数中的一个重要概念，它是许多其他概念的基础。

最小项在形式上有着共同的特点：

1）每一项都含有与函数的自变量个数相同数量的变量因子。

2）每个自变量都以原变量或反变量的形式作为一个因子在乘积项中出现一次，且仅出

现一次。

对于有 N 个自变量的逻辑函数来说，由于每个变量只有两种取值，则共有 2^N 个不同的最小项。

最小项具有下列 3 个性质：

1）对于任意一个最小项，只有一组变量的取值使它的值为 1，而在变量取其他各组值时，这个最小项的值都是 0。

2）对于变量的任一组取值，任意两个不同的最小项的乘积为 0。

3）对于变量的任一组取值，全体最小项之和为 1。

（2）逻辑函数的最小项表达式

利用逻辑代数基本定理，可以将任何逻辑函数式转化成唯一的最小项表达式，这种表达式是逻辑函数的一种标准形式，称为最小项表达式。逻辑函数的最小项表达式是将所有使函数值为 1 的最小项或在一起构成的与或式。在该与或式中，所有的乘积项都是最小项。

（3）卡诺图

将 n 变量逻辑函数的所有最小项分别用一个小方格表示，并使任何在逻辑上相邻（只有一个变量取值相异）的最小项在几何位置上也相邻，得到的这种方格图就叫 n 变量的卡诺图。如图 1.2.1 所示。从图中不难看出，二变量卡诺图可以从一变量卡诺图通过“折叠展开”得到，三变量卡诺图可以从二变量卡诺图通过“折叠展开”得到的，用“折叠展开”方法可以得到更多变量的卡诺图。卡诺图本质上就是重新排列的真值表。随着变量数的增加，卡诺图中的方格数迅速增加使得最小项的相邻性很难在图中表示，因此五变量以上的逻辑函数不宜用卡诺图表示。

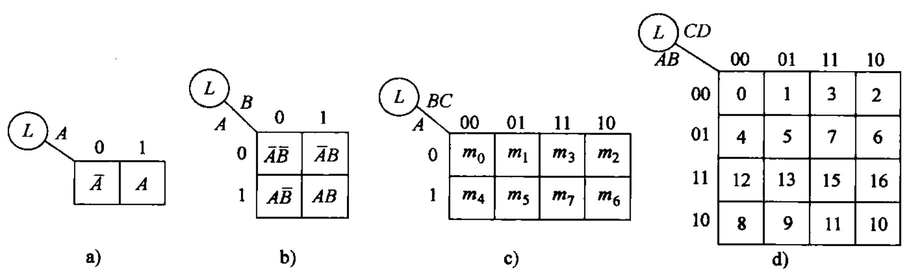

图 1.2.1　一～四变量卡诺图

a）一变量　b）二变量　c）三变量　d）四变量

（4）逻辑函数的卡诺图表示

用卡诺图表示给定的逻辑函数，其基本过程是先将逻辑函数化成最小项之和的形式，然后作与其逻辑函数的变量个数相对应的卡诺图，在卡诺图中找出和表达式中最小项对应的小方格填上 1，其余的小方格填上 0。这样所得的方格图即为逻辑函数的卡诺图。任何逻辑函数都等于其卡诺图中为 1 的方格所对应的最小项之和。

1.2.5　逻辑函数的化简

1. 代数化简法

代数化简法就是反复使用逻辑代数的各种定律、规则和公式，消去函数式中的多余项和多余的因子，以求得最简的逻辑表达式。这种方法需要一些技巧，没有固定的步骤。代数化

简法根据所用公式的不同，可以归纳成：并项、吸收、消去、配项 4 种方法。

1）并项法。就是利用 $A+\overline{A}=1$ 的公式将两项合并为一项，合并时消去一个变量。

2）吸收法。就是利用公式 $A+AB=A$，$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$，消去多余的乘积项。

3）消去法。就是利用 $A+\overline{A}B=A+B$ 消去多余的因子。

4）配项法。就是利用 $A=A(B+\overline{B})$ 和 $A=A+A$，增加必要的乘积项，将它们作为配项用，然后消去更多的项。

在实际化简逻辑表达式的过程中，往往不是单独应用上述 4 种方法中的一种，而更多的是 4 种方法的综合应用。用代数化简法逻辑函数必须要对逻辑代数的规则和公式十分熟悉，而且化简过程中也没有一定的规律可循。

2. 卡诺图化简法

卡诺图化简法就是根据卡诺图中几何位置相邻与逻辑相邻一致的特点，在卡诺图中直观地找到具有逻辑相邻性的最小项进行合并，消去不同因子。

卡诺图化简逻辑函数的过程可按如下步骤进行：

1）将逻辑函数化为最小项之和的形式。

2）画出表示该逻辑函数的卡诺图，凡式中包含了的最小项，其对应方格填 1，其余方格填 0。

3）按照合并规则合并最小项，即将相邻的 1 方格圈成一个包围圈，每一包围圈含 2^n 个方格，每个包围圈写成一个新的乘积项。

4）将所有的包围圈对应的乘积项相加，写出最简与-或表达式。

有时也可以由真值表或已知逻辑表达式直接填写卡诺图，因此上述的步骤 1）是可以省略的。

用卡诺图化简逻辑函数时，能否得到最简结果的关键在于包围圈的选择是否合适。

画包围圈的规则：

1）包围圈包围的小方格数为 2^n 个，n 等于 0、1、2、3、…。

2）包围圈包围的小方格数要尽可能多，包围圈的个数要尽可能少。包围圈越大，化简消去的变量就越多，包围圈个数少，则化简结果中的与项个数最少。

3）同一方格可以被不同的包围圈重复包围，但新增包围圈中一定要有新的方格，否则该包围圈是多余的。

4）包围圈内的小方格必须满足相邻关系，相邻方格包括上下底相邻、左右相邻和四角相邻。无相邻项的方格单独画圈。

利用卡诺图方法化简逻辑函数时，如果卡诺图中的大部分方格是 1 方格，则化简时虽然可以采用前述圈 1 的方法进行化简，但是由于 1 方格太多且需重复利用，卡诺圈通常显得零乱而且容易出错。这时采用圈 0 的方法化简更为简单。采用圈 0 的方法可以很方便地得到逻辑函数的最简与-或-非表达式。

3. 具有无关项的逻辑函数化简

在实际应用中经常会遇到这样一种情况，即输入变量的取值不是任意的，其中输入变量的某些取值组合不允许出现，或者一旦出现，逻辑值可以是任意的。这样的取值组合所对应的最小项称为无关项（通常也可称为任意项或约束项），在卡诺图中用符号 × 或 φ 来表示其逻辑值。

无关项的意义在于，它的值可以取 0 或取 1，具体取什么值，可以根据需要使逻辑函数尽量得到简化而定。带有无关项的逻辑函数的表达式可表示为最小项与无关项的和。

化简具有无关项的逻辑函数时，要充分利用无关项可以当 0 也可以当 1 的特点，尽量扩大包围圈，使逻辑函数可化到最简。

卡诺图化简法的优点是简单、直观，有一定的化简步骤与规律可循，不易出错，且容易化到最简。但是在逻辑变量超过 5 个时，就失去了简单、直观的优点。

1.3　例题精解

例 1.1　求下列函数的反函数和对偶函数

（1）$F_1 = A + \overline{A\,\overline{B} + BD} \cdot (\overline{C} + D)$

（2）$F_2 = AC + D \cdot (BC + AD)$

解：按照反演规则，并保留反变量以外的非号不变，可得

（1）$\overline{F_1} = \overline{A} \cdot \overline{(\overline{A} + B) \cdot (\overline{B} + \overline{D})} + C\,\overline{D}$

（2）$\overline{F_2} = (\overline{A} + \overline{C}) \cdot [\overline{D} + (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{D})]$

由对偶规则可求得

（1）$F_1' = A \cdot \overline{(A + \overline{B}) \cdot (B + D)} + \overline{C}D$

（2）$F_2' = (A + C) \cdot [D + (B + C) \cdot (A + D)]$

例 1.2　用基本公式和定理证明下列等式

（1）$A\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}D + C + BD = \overline{B} + C + D$

（2）$A\,\overline{B} + B\,\overline{C} + C\,\overline{A} = \overline{A}B + \overline{B}C + \overline{C}A$

在逻辑等式的证明以及逻辑函数的代数法化简中，都要求能够熟练应用逻辑代数中的几个常用公式：$AB + A\,\overline{B} = A$、$A + AB = A$、$A + \overline{A}B = A + B$、$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$。

证明：（1）等式左边 $= (A\,\overline{B}\,\overline{C} + C) + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}D + BD = A\,\overline{B} + C + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}D + BD$

$= (A + \overline{A}) \cdot \overline{B} + C + \overline{A}D + BD = (\overline{B} + BD) + C + \overline{A}D = \overline{B} + D + C + \overline{A}D$

$= \overline{B} + (D + \overline{A}D) + C = \overline{B} + D + C =$ 右边

证明：（2）等式左边 $= (A\,\overline{B} + B\,\overline{C} + A\,\overline{C}) + C\,\overline{A} = (A\,\overline{B} + B\,\overline{C} + C\,\overline{A}) + A\,\overline{C}$

$= A\,\overline{B} + (B\,\overline{C} + C\,\overline{A} + B\,\overline{A}) + A\,\overline{C} = (A\,\overline{B} + B\,\overline{C} + C\,\overline{A}) + B\,\overline{A} + A\,\overline{C}$

$= (A\,\overline{B} + C\,\overline{A} + \overline{B}C) + B\,\overline{C} + B\,\overline{A} + A\,\overline{C} = (A\,\overline{B} + C\,\overline{A} + \overline{B}C) + B\,\overline{C} + B\,\overline{A} + A\,\overline{C}$

$= (A\,\overline{B} + C\,\overline{A} + \overline{B}C) + (B\,\overline{A} + A\,\overline{C}) = A\,\overline{B} + (C\,\overline{A} + \overline{B}C + B\,\overline{A}) + A\,\overline{C}$

$= A\,\overline{B} + (\overline{B}C + B\,\overline{A}) + A\,\overline{C} = (A\,\overline{B} + \overline{B}C + A\,\overline{C}) + B\,\overline{A}$

$= \overline{B}C + A\,\overline{C} + B\,\overline{A} =$ 右边

例 1.3　用公式法化简下列函数为最简函数

（1）$F_1 = A + \overline{B}A\,\overline{C} + \overline{A}CD + (\overline{C} + \overline{D})E$

（2）$F_2 = A\,\overline{B} + \overline{\overline{A}C + \overline{B}C}$

解：（1）$F_1 = A(1 + \overline{B} \cdot \overline{C}) + \overline{A}CD + (\overline{C} + \overline{D})E = (A + \overline{A}CD) + \overline{CD}E$

$= A + CD + \overline{CD}E = A + CD + E$

（2）$F_2 = A\,\overline{B} + \overline{\overline{A}C} \cdot \overline{\overline{B}C} = A\,\overline{B} + (A + \overline{C}) \cdot (B + \overline{C}) = A\,\overline{B} + AB + A\,\overline{C} + B\,\overline{C} + \overline{C}$

$$=A\overline{B}+AB+(A+B+1)\cdot\overline{C}=A\cdot(\overline{B}+B)+\overline{C}=A+\overline{C}$$

例 1.4 用卡诺图化简法将下列函数化为最简与或形式

(1) $F_1(A,B,C,D)=\sum m(3,4,5,7,9,13,14,15)$

(2) $F_2(A,B,C,D)=\overline{A}B\overline{D}+\overline{B}C\overline{D}+A\overline{B}\overline{D}+\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$

解：(1) 首先，将函数 F_1 表示在卡诺图中如图 1.3.1a 所示，图中画了 5 个包围圈，对应的乘积项分别为

$$m_5+m_7+m_{13}+m_{15}=BD,\ m_3+m_7=\overline{A}CD,\ m_4+m_5=\overline{A}B\overline{C},\ m_{14}+m_{15}=ABC,\ m_9+m_{13}=A\overline{C}D$$

根据卡诺图化简中要求包围圈的个数要尽可能少，新增包围圈中一定要有新的方格的要求，可以看出由 m_5、m_7、m_{13}、m_{15}构成的包围圈是多余的。因此，在卡诺图化简中，要按从小到大的顺序画出相邻的 1 方格包围圈。因此 F_1 中所对应的包围圈有四个，对应图 1.3.1b 所示。

函数的最简表达式为：$F_1(A,B,C,D)=\overline{A}CD+\overline{A}B\overline{C}+ABC+A\overline{C}D$

(2) 同样的，首先将函数 F_2表示在卡诺图中如图 1.3.2a 所示，图中分别画出了由 m_0、m_2、m_4、m_6组成和由 m_8、m_{10}组成的两个包围圈。但卡诺图具有上下、左右相邻的特性，根据包围圈包围的小方格数要尽可能多的要求，应将 m_8、m_{10}与 m_0、m_2组成更大的包围圈，如图 1.3.2b 所示。

函数的最简表达式为

$$F_2(A,B,C,D)=\overline{A}\,\overline{D}+\overline{B}\,\overline{D}$$

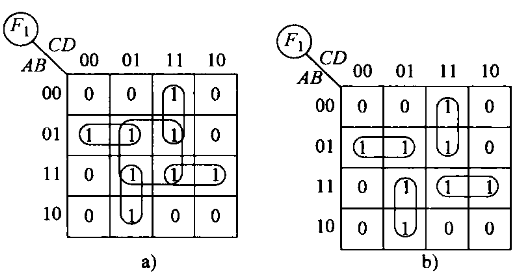

图 1.3.1

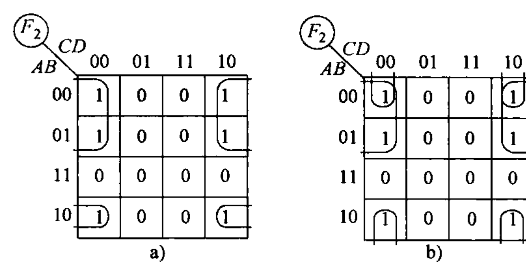

图 1.3.2

例 1.5 将下列具有无关项的逻辑函数化为最简与或形式

(1) $F_1(A,B,C,D)=\sum m(0,2,4,9)+\sum d(10,11,12,13,14,15)$

(2) $\begin{cases}F_2(A,B,C,D)=C\overline{D}(A\overline{B}+\overline{A}B)+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}D\\ AB+CD=0\end{cases}$

解：(1) 首先将函数 F_1表示在卡诺图中，然后合并相邻的最小项，充分利用无关项可以当 0 也可以当 1 的特点，尽量扩大包围圈，如图 1.3.3a 所示。

函数的最简表达式为

$F_1(A,B,C,D)=AD+\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D}$

(2) 同样的，首先画出带约束的函数 F_2 的卡诺图，如图 1.3.3b 所示，这里特别要注

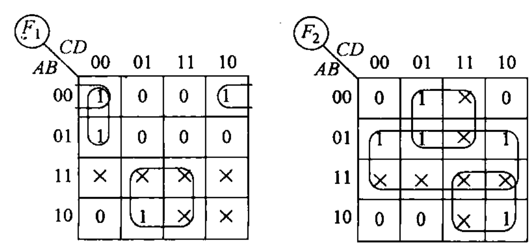

图 1.3.3

意的是：函数 F_2 中的 $\overline{A}D$ 乘积项本应在卡诺图中的 m_1、m_3、m_5、m_7 对应格子中填 1，但是约束条件方程表明 m_3、m_7 格是无关项的范围，因此 m_3、m_7 格不能填 1 而应填无关项 ×。

函数的最简表达式为

$$F_2(A,B,C,D)=B+\overline{A}D+AC$$

例 1.6　已知逻辑函数 F_1 和 F_2 为

$$F_1(A,B,C,D)=\sum m(0,1,2,4,5,6,12)+\sum d(3,8,10,11,14)$$

$$F_2(A,B,C,D)=A\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{C}+BD+AB$$

利用卡诺图化简法直接化简逻辑函数：(1) $\overline{F_1}$；(2) $F_1\cdot F_2$；(3) $F_1\oplus F_2$；(4) F_1+F_2

解：首先分别画出函数 F_1 和 F_2 的卡诺图，如图 1.3.4a、b 所示。

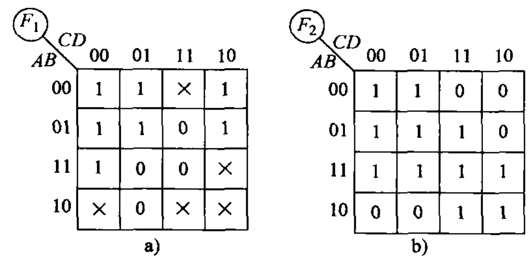

图 1.3.4

(1) 求函数 F_1 的反函数，只需要按照画卡诺圈的原则，将卡诺图中所有的“0”方格都圈完即可，其中无关项按照最简化简原则选取。卡诺图如图 1.3.5a 所示，其化简结果为

$$\overline{F_1}=\overline{\overline{AD+CD}}$$

(2) 化简函数 F_1 和 F_2 的与、异或表达式时，只要将两个卡诺图中对应的“0”、“1”方格按与、异或的原则处理，无关项方格保持无关项即可。其卡诺图分别如图 1.3.5b、c 所示，化简结果分别为

$$F_1\cdot F_2=\overline{A}\,\overline{C}+\overline{C}\,\overline{D}\qquad F_1\oplus F_2=C+ABD$$

(3) 求函数 F_1 和 F_2 的或逻辑时，将两卡诺图中对应的“0”、“1”方格按或逻辑的原则处理，无关项方格保持无关项即可。其卡诺图如图 1.3.5d 所示，化简结果为

$$F_1+F_2=\overline{A}+B$$

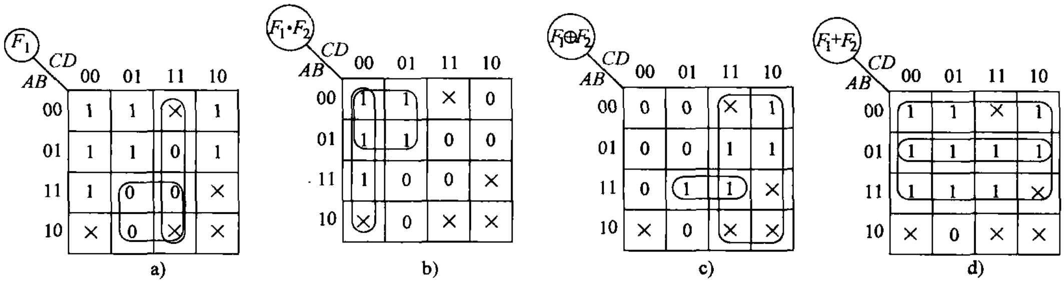

图 1.3.5

1.4　习题解析

题 1.1　把下列二进制数转换成等值的十六进制和十进制数。

(1) 1001001；(2) 101110；(3) 10110.111；(4) 0.011001；(5) 1011.111

解：

(1) $(1001001)_2=(49)_{16}=(73)_{10}$

(2) $(101110)_2=(2E)_{16}=(46)_{10}$

(3) $(10110.111)_2=(16.E)_{16}=(22.875)_{10}$

(4) $(0.011001)_2=(0.64)_{16}=(0.390625)_{10}$

(5) $(1011.111)_2=(0B.E)_{16}=(11.875)_{10}$

题 1.2　把下列十进制数转换为二进制数，要求二进制数保留小数点以后 4 位有效数字。

(1) 27；(2) 126；(3) 0.56；(4) 45.8；(5) 0.33

解：

(1) $(27)_{10}=(11011)_2$

(2) $(126)_{10}=(1111110)_2$

(3) $(0.56)_{10}=(0.1000)_2$

(4) $(45.8)_{10}=(101101.1100)_2$

(5) $(0.33)_{10}=(0.0101)_2$

题 1.3　把下列十六进制数转换成等值的二进制和十进制数。

(1) 4F；(2) 0AB；(3) 0.86；(4) 4C.8；(5) 0.A3

解：

(1) $(4F)_{16}=(01001111)_2=(79)_{10}$

(2) $(0AB)_{16}=(10101011)_2=(171)_{10}$

(3) $(0.86)_{16}=(0.10000110)_2=(0.5234375)_{10}$

(4) $(4C.8)_{16}=(01001100.1000)_2=(76.5)_{10}$

(5) $(0.A3)_{16}=(0.10100011)_2=(0.63671875)_{10}$

题 1.4　写出下列二进制数的原码和补码（假设机器字长为 8 位）。

(1) $(+01101)_2$　(2) $(-1100010)_2$　(3) $(+101010)_2$　(4) $(-001110)_2$

解：

(1) $(+01101)_2=(00001101)_{原}=(00001101)_{补}$

(2) $(-1100010)_2=(11100010)_{原}=(10011110)_{补}$

(3) $(+101010)_2=(00101010)_{原}=(00101010)_{补}$

(4) $(-001110)_2=(10001110)_{原}=(11110010)_{补}$

题 1.5　写出下列十进制数的 8421BCD 码。

(1) 23；(2) 126；(3) 8；(4) 0.2

解：

(1) $(23)_{10}=(00100011)_{BCD}$

(2) $(126)_{10}=(000100100110)_{BCD}$

(3) $(8)_{10}=(1000)_{BCD}$

(4) $(0.2)_{10}=(0.0010)_{BCD}$

题 1.6　回答下列问题

(1) 若已知 $AX+Y=AX+Z$，问 $Y=Z$ 吗？为什么？

(2) 若已知 $BXY=BXZ$，问 $Y=Z$ 吗？为什么？

（3）若已知$\begin{cases}X+Y=X+Z\\XY=XZ\end{cases}$，问 $Y=Z$ 吗？为什么？

解：

（1）Y 不等于 Z。因为当 $A=X=1$ 时，无论 Y、Z 为何值等式都成立且等于 1。

（2）Y 不等于 Z。因为当 B 或 X 有一个为 0 时，则无论 Y、Z 为何值等式都成立且等于 0。

（3）Y 等于 Z。因为当 $X=0$ 时，上面的等式要成立必须满足 Y 等于 Z；而当 $X=1$ 时，则下面的等式要成立必须满足 Y 等于 Z。所以要使上、下两个等式都成立，Y 必须等于 Z。

题 1.7 求下列函数的对偶式和反函数。

（1）$F_1=\bar{A}B+AC$

（2）$F_2=(\bar{B}+\overline{A+C+D})(A+B+\overline{C\bar{D}})$

（3）$F_3=A+\overline{B+C\bar{D}}+\overline{AD}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$

（4）$F_4=\bar{A}C+BD+\bar{B}\cdot\bar{D}$

解：

（1）对偶式：$F_1'=(\bar{A}+B)\cdot(A+C)$；反函数：$\overline{F_1}=(A+\bar{B})\cdot(\bar{A}+\bar{C})$

（2）对偶式：$F_2'=\bar{B}\cdot\overline{ACD}+A\cdot B\cdot\overline{C+\bar{D}}$；反函数：$\overline{F_2}=B\cdot\overline{\bar{A}\cdot\bar{C}\cdot\bar{D}}+\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\overline{\bar{C}+D}$

（3）对偶式：$F_3'=A\cdot\overline{B\cdot(C+\bar{D})}\cdot(\overline{A+D}+\bar{B}+\bar{C})$；反函数：$\overline{F_3}=\bar{A}\cdot\overline{\bar{B}\cdot(\bar{C}+D)\cdot}$
$\overline{(\overline{\bar{A}+\bar{D}}+B+C)}$

（4）对偶式：$F_4'=(\bar{A}+C)\cdot(B+D)\cdot(\bar{B}+\bar{D})$；反函数：$\overline{F_4}=(A+\bar{C})\cdot(\bar{B}+\bar{D})\cdot$
$(B+D)$

题 1.8 已知逻辑函数 F 的真值表如表 1.4.1 所示，试写出函数 F 的逻辑表达式，并画出实现该逻辑函数的逻辑图。

表 1.4.1

A	B	C	F	A	B	C	F
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1

解： 表 1.4.1 对应的逻辑函数表达式为：$F=\sum m(0,1,2,3,6,7)=\overline{A\bar{B}\bar{C}+A\bar{B}C}=\overline{A\bar{B}}=\bar{A}+B$

实现该逻辑函数的逻辑图如图 1.4.1 所示。

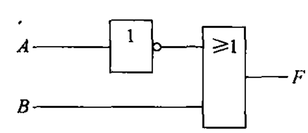

图 1.4.1

题 1.9 试用列真值表的方法证明下列等式。

（1）$A\oplus B\oplus C=A\odot B\odot C$

（2）$(A\oplus B)\odot(AB)=\bar{A}\cdot\bar{B}$

（3）$A(B\oplus C)=AB\oplus AC$

（4）$A\oplus\bar{B}=A\odot B$

解：（1）由表 1.4.2 可得：$A\oplus B\oplus C=A\odot B\odot C$

表 1.4.2

A	B	C	$A\oplus B$	$A\odot B$	$A\oplus B\oplus C$	$A\odot B\odot C$
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1

（2）由表 1.4.3 可得：$(A\oplus B)\odot(AB)=\overline{A}\cdot\overline{B}$

表 1.4.3

A	B	$A\oplus B$	AB	$(A\oplus B)\odot(AB)$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0

（3）由表 1.4.4 可得：$A(B\oplus C)=AB\oplus AC$

表 1.4.4

A	B	C	$B\oplus C$	AB	AC	$A(B\oplus C)$	$AB\oplus AC$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0

（4）由表 1.4.5 可得：$A\oplus\overline{B}=A\odot B$

表 1.4.5

A	B	$\overline{B}$	$A\oplus\overline{B}$	$A\odot B$
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

题 1.10　用逻辑代数的基本公式和常用公式将下列逻辑函数化为最简与或式。