

珠算丛书集  
第七

# 空盘乘与商归除

朱永远 编著

中华珠算编辑部

珠算丛书第七集

# 空盘乘与商归除

朱永远 编著

中华珠算编辑部

一九八四年九月

## 空盘乘与商归除

在珠算运算中，力求减少拨珠次数和拨珠档次，或取一些算法之长熔于一炉，也是提高计算效率的重要途径。本集所介绍的“空盘乘”与“商归除”，则具有上述优点。

“空盘乘”因其实（被乘数）、法（乘数）均不布入盘内，减少了布数的程序，并可运用“随乘”“滚乘”、“倍数乘”、“定身乘”等技巧，可大大提高计算速度，“商归除”则取“商除法”的估商方法不必另背归除口诀，以及取“归除法”定商由实数“改作”，减少隔位和拨珠档次，而显示出其优点。

“空盘乘”起源于“前乘”，我国古代的“筹算”多用前乘，近代发展演变成“空盘前乘”、“空盘后乘”、以至“空盘乘”。

“商归除法”最早见于明朝吴敬的《九章比类算法大全》（1450）他在介绍“商除法”歌诀时沿用了何平子的《详明算法》，但把商除的隔位置商都改为挨位置商，实属“商归除法”。但“商归除法”这一术语，却最早见于河南师大陈梓北教授编著的《珠算速成内明教程》（1956年河南人民出版社出版），后来也有人把这种方法叫“改商除”、“三优除法”等。

下面，我们对“空盘乘法”和“商归除法”分别做以介绍。

# 目 录

## 空盘乘”与“商归除”

<b>第一章：空盘乘法</b> .....	( 1 )
一、空盘前乘.....	( 1 )
二、空盘后乘.....	( 9 )
三、空盘乘.....	( 13 )
<b>第二章：商归除法</b> .....	( 19 )
一、商归除法.....	( 19 )
二、商归除法的调商.....	( 25 )
三、商归除法小结.....	( 31 )

# 第一章 空盘乘法

“空盘乘法”又叫不置数乘法。是在计算中，不布乘数、被乘数入算盘，直接在算盘上拨出乘积。故叫“空盘”。“空盘乘”，又包括“空盘前乘”和“空盘后乘”以及不受档次顺序限制的“空盘乘”。

## 一、空盘前乘

所谓“空盘前乘法”是用“前乘法”（从高位起算）做乘法运算，被乘数和乘数均不拨入算盘，而是把题目放在旁边，照题目做乘法运算，边算边把部分积，累加在算盘对应档次上。

具体运算方法是：

（一）、将题目（或帐目）放在算盘的左方，先用算题中被乘数的首位，从首至尾乘以乘数的各位，从算盘左第一档起算，把部分积逐次加在算盘上；再用被乘数的次位与乘数从首至尾相乘，从算盘第二档起算，把部分积逐位加在算盘上，其它各位数字依此类推，直到把全部数算完。

（二）、运算时，默记乘数，依次与乘数的首、次和以下各位用“大九九”相乘。每个乘积都取两位数，不足两位的，如 $2 \times 3 = 6$ 十位上要以0补足，作“二三06”。以免错档错位。

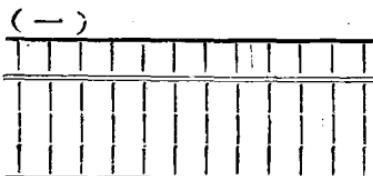
（三）定位可采用“公式定位法”。即：积、法齐位

比，积首小于法首积的位数为 $m + n$ （被乘数位+乘数位）若积首大于法首（积首大）则积的位数为 $m + n - 1$ （比被乘数位加乘数位少1）。关于“公式定位法”详见丛书第二集《乘除速成法》

例一： $486 \times 279 = ?$

解：将题目放在算盘左边，以备看题进行运算(图一)。

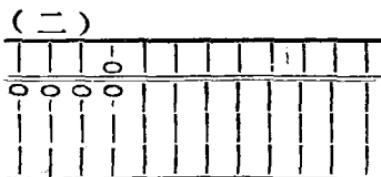
$$\overline{486 \times 279 =}$$



$$\begin{array}{r}
 0 & 8 \\
 2 & 8 \\
 + ) & 3 & 6 \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 6
 \end{array}$$

①先以被乘数首位 $4 \times 279$ 。从算盘左边第一档起算：四二〇八、四七二八、四九三六，将部分积逐次加入算盘，得出1116（图二）。

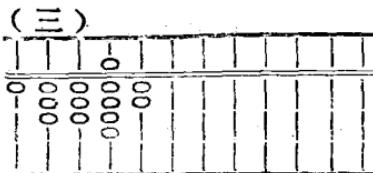
$$\overline{486 \times 279 =}$$



$$\begin{array}{r}
 1 & 6 \\
 5 & 6 \\
 + ) & 7 & 2 \\
 \hline
 1 & 3 & 3 & 9 & 2
 \end{array}$$

②以被乘数次位 $8 \times 279$ 。从左第二档起算：八二一六、八七五六、八九七二，逐次加入算盘中，得出13392（图三）。

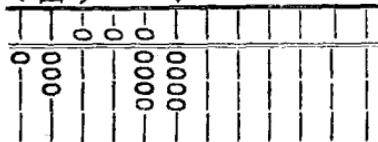
$$486 \times 279$$



$$\begin{array}{r}
 & 1 & 2 \\
 & 4 & 2 \\
 + ) & \hline
 & 5 & 4 \\
 & 1 & 3 & 5 & 5 & 9 & 4
 \end{array}$$

③再以被乘数第三位 $6 \times 279$ , 从左第三档起算: 六二  
12, 六七42, 六九54, 逐次加入盘内, 得出135594(图四)。

(四) ▽



④定位: 因 $m = 3$ ,  $n = 3$ ,  
积首小, 积位数是:  $m + n =$   
 $3 + 3 = 6$   
所以得数135,594为所

小数乘法, 和整数乘法的运算方法及顺序完全一样,  
算完结后, 用公式定位法定出乘积的位数。

例二:  $857.5 \times 63.84 = ?$

解: 将题目放在算盘左边, 以备看题进行运算(图一)。

$$857.5 \times 63.84 =$$

(一)

$$\begin{array}{r}
 & 4 & 8 \\
 & 2 & 4 \\
 & 6 & 4 \\
 + ) & \hline
 & 3 & 2 \\
 & 5 & 1 & 0 & 7 & 2
 \end{array}$$

①先以被乘数首位 $8 \times 6384$ 。从算盘左边第一档起算，八六48、八三24、八八64、八四32，将部分积逐次加入算盘。得出51072（图二）。

$$\begin{array}{r} \overline{8\ 5\ 7,5} \times 6\ 3,8\ 4 = \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \end{array}$$

(二)									
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	8	8						
3	0								
1	5								
4	0								
2	0								
+ )									
5	4	2	6	4	0				

②以被乘数次位 $5 \times 6384$ 。从算盘左第二档起算：五六  
30、五三15、五八40、五四20，逐次加入盘中，得出542640  
(图三)。

$$\begin{array}{r} 857.5 \\ \times 63.84 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(三)} \\
 \hline
 \begin{array}{ccccccccc}
 & & & & & & & & \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 & & & & & & & & \\
 & 4 & 2 & & & & & & \\
 & & 2 & 1 & & & & & \\
 & & & 5 & 6 & & & & \\
 & + & & & & 2 & 8 & & \\
 \hline
 & 5 & 4 & 7 & 1 & 0 & 8 & 8 &
 \end{array}
 \end{array}$$

③再以被乘数第三位7×6384。从左第三档起算：七六  
42、七三21、七八56、七四28，逐次加入盘内，得出  
5471088（图四）。

$$857.5 \times 63.84$$

(四)

0	0	0	0	0	0	0	0
8	8	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

3 0  
 1 5  
 4 0  
 + ) 2 0  
 5 4 7 4 2 8 0 0

④最后，以被乘数末位 $5 \times 6384$ 。从左第四档起算：五六30、五三15、五八40、五四20，逐次加入盘内，得出54742800（图五）。

(五) ▽

0	0	0	0	0	0	0	0
8	8	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

⑤定位：因 $m = 3$ ,  $n = 2$ ，积首小，积位数是： $m + n = 3 + 2 = 5$  所以得数 54742.8 为所求。

中间带0的被乘数或乘数，运算时要注意起算档次。

例三： $3045 \times 8279 = ?$

解：将题目放在算盘左边、以备看题进行运算（图一）。

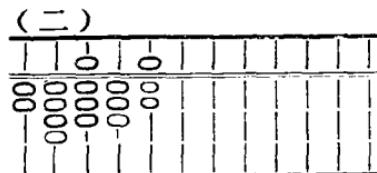
$$3045 \times 8279 =$$

(一)

0	0	0	0	0	0	0	0
2	4	0	6	2	1	2	7
+	)	2	4	8	3	7	

①先以被乘数首位 $3 \times 8279$ 。从算盘左边第一档起算：三八24、三二06、三七21、三九27，将部分积逐次加入算盘，得出24837（图二）。

$$3045 \times 8279$$

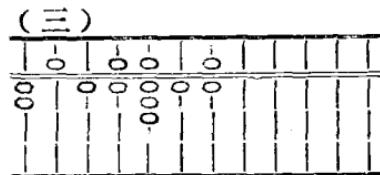


$$\begin{array}{r}
 32 \\
 08 \\
 28 \\
 +) \quad 36 \\
 \hline
 2516816
 \end{array}$$

②被乘数次位是“0”不运算。

以被乘数第三位 $4 \times 8279$ 。从左第三档起算：四八32、四二08、四七28、四九36，逐次加入盘内，得出2516816（图三）。

$$3045 \times 8279$$



$$\begin{array}{r}
 40 \\
 10 \\
 35 \\
 +) \quad 45 \\
 \hline
 25209555
 \end{array}$$

③再以被乘数末位 $5 \times 8279$ 。从左第四档起算：五八40、五二10、五七35、五九45，逐次加入盘内，得出25209555（图四）。

(四)				▽
1	0	0	0	
8	0	0	0	
8	0	0	0	
8	0	0	0	

④定位：因  $m = 4$ ,  $n = 4$ , 积首小，积位数是： $m + n = 4 + 4 = 8$  所以 25,209,555 为所求。

空盘前乘由于被乘数和乘数均不布入盘内，可以作多笔乘法的累加计算。这种方法运用在工业、商业、供销等企业计算工作中，可以简化布数、记积、清盘和众积的再累加等多程序，直接求出日常工作常遇到的多笔乘积的累计得数。这种方法亦称“滚乘法”。下面以例说明：

#### 例四：复核 × × 门市部商品损耗单

商品升耗报表

填报单位：× × 门市部                    ×年 ×月 ×日

品名	单位	经营数量	升耗数量	+或-	单价	金额
桔子	斤	15,000	230	-	0.55	126.50
苹果	"	8,000	160	-	0.46	73.60
葡萄	"	5,520	270	-	0.57	153.90
合计						354.00

解：(1) 将表单放在算盘左边，以备看数运算；

(2) 定好积的个位。运算中分别用公式定位法看出每笔乘算题积的位数，然后确定每笔乘算首位乘积的起算档位。

(3) 第一笔积数得出后留于盘上，(可视为总额的部分积) 再依次将以下各笔的部分积，边乘边累加于上。累加

毕，盘上得数即为所求。

$$\boxed{2\ 3\ 0 \times 0.\ 5\ 5} =$$

①先在盘上确定一定位点为个(元)位;看算第一笔 $230 \times 0.55$ 的得积位数〔采用如乘积不进位以0补足+位(如二三06式)的方法,可不必先考虑积首大小,均按 $m+n$ 的公式计算〕。已知 $m=3$ , $n=0$ ,故 $m+n=3+0=3$ 。被乘数首位 $2 \times 0.55$ 确定从正三位起算:二五10,二五10,将部分积逐次加入算盘,得出110(图二)。

$$2 \overline{)3} \overline{)0} \times 0.55 =$$

(二)	▽
9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3	
+	1 5
-	1 5
	1 2 6 5

②以被乘数次位 $3 \times 0.55$ 。从正二位起算：三五15、三五15，逐次加入算盘中，得出126.5留于盘上，然后用“空盘乘”仿上述方法核算以下各题，并累加在算盘上。

用“空盘前乘”作“滚乘”计算，由于减少了布数、记积、清盘和再累加众积等多程序，是提高运算速度和复核工作效率的途径。初学时，在确定每笔乘算的起档位上，较为困难，但只要勤学勤练也不难掌握。

“空盘前乘法”以它的空盘从左起第一档按固定档位起算，实、法相乘，顺序同读数一致，和便于“滚乘”等的特点，具有速度快、效率高、不怕位数多等长处。

“空盘乘法”中还有一种是，从实数的末位至首位分别依次与乘数相乘，叫“空盘后乘”也具有和“空前乘”类似的特点，下边作以介绍。

## 二、空盘后乘

所谓“空盘后乘”是被乘数、乘数均不布入盘内，用后乘做乘法的一种计算方法。这种算法是从被乘数末位至首位分别依次和乘数相乘，在加积起档中，采取了在数首或数前开始逐一加积的办法。从而，克服了“空盘前乘”在诸多数字上找起算档位的困难，并兼有“空盘前乘”的一些优点。故此亦是一种空盘乘的计算方法。

“空盘后乘”中，法、实相乘时和一般头乘（破头乘、隔位头乘）顺序一致，有头乘法基础的人对此法较容易掌握。

### 运算方法：

（一）将题目（或帐目）放在算盘左方，先用算题中被乘数的末位，由首至尾依次乘以乘数的各位，把部分积叠加于算盘上；再用被乘数的末二位乘以乘数各位，在对应的档位上逐一加积。依此类推直至将实数首位乘完为止。

(二) 定位：采取公式定位法。

例一： $875 \times 464 = ?$

解：将题目放在算盘左边，以备看题运算（图一）。

$$\begin{array}{r} 875 \\ \times 464 \\ \hline \end{array}$$

(一)

$$\begin{array}{r} 20 \\ 30 \\ + ) \quad 20 \\ \hline 2320 \end{array}$$

①先以被乘数末位 $5 \times 464$ 。被乘数是三位数，从左边第三位起算：五四20、五六30、五四20，将部分积逐次加入算盘，得出232（图二）。

$$\begin{array}{r} 875 \\ \times 464 \\ \hline \end{array}$$

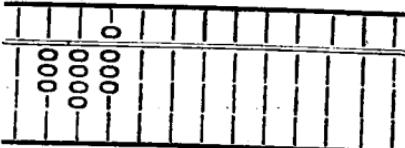
(二)

$$\begin{array}{r} 20 \\ 30 \\ + ) \quad 20 \\ \hline 28 \\ 42 \\ 28 \\ + ) \quad 34800 \end{array}$$

②再以被乘数十位 $7 \times 464$ 。因7乘4的积28是进位数，在原来部分积数前加积：七四28、七六42、七四28，逐次加入盘中，得数348（图三）。

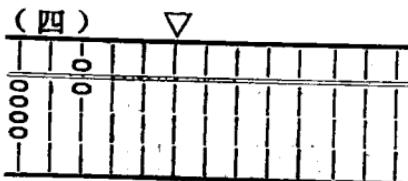
$$\begin{array}{r} 875 \\ \times 464 \\ \hline \end{array}$$

(三)



$$\begin{array}{r}
 32 \\
 48 \\
 +) \quad \quad \quad 32 \\
 \hline
 406000
 \end{array}$$

③最后以被乘数首位 $8 \times 464$ 。首积是进位数，在数前加积：八四32、八六48、八四32，逐次加入盘中，得数406 (图四)



定位：因 $m = 3$ ,  $n = 3$ ,  
积首小，积的位数为：  
 $m + n = 3 + 3 = 6$ 所以，  
406,000为所求。

例二： $36.8 \times 943 = ?$

解：把算题摆在算盘左边，以备看题进行运算(图一)。

$$\begin{array}{r} 36.8 \\ \times 943 \\ \hline \end{array}$$

(一)

$$\begin{array}{r}
 72 \\
 32 \\
 +) \quad \quad \quad 24 \\
 \hline
 7544
 \end{array}$$

①以被乘数末位数字 $8 \times 943$ 。从左第三档起算。

八九72、八四32、八三24，逐次加入算盘中，得出7544（图二）。

$$\begin{array}{r} \underline{1} \\ 36.8 \times 943 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \end{array}$$

(二)									
	0	0							
	0	0		0	0				
	0	0	0	0	0				
5	4								
2	4								
+ )		1	8						
	6	4	1	2	4				

②以被乘数末二位数字 $6 \times 943$ 。首积是进位数，在数前加积：六九54、六四24、六三18，逐次加入盘中，得出：64124（图三）。

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 3\ 6,8 \times 9\ 4\ 3 \end{array}$$

③以被乘数首位 $3 \times 943$ , 首积是进位数, 在原积数前加积: 三九27、三四12、三三09, 逐次加入盘中, 得数347024(图四)。

定位：因  $m = 2$ ,  $n = 3$ ,  
积首小，积的位数为： $m + n = 2 + 3 = 5$ ，所以  
34702.4为所求。

“空盘后乘”是在空盘上以从实数的末位至首位的顺序与法数相乘，把各部分积依固定的顺序档次，累加在算盘上。

“空盘后乘”同“空盘前乘”一样，都由于使用“空盘”不置实数、法数入盘，减少了拨珠量，和利用“头乘法”而提高了计算速度，但又因都是须按一定的固定顺序和固定档次运算，又限制了一些技巧的运用，下边我们再介绍一种不受固定档次顺序限制的空盘运算方法：

### 三、空盘乘

所谓“空盘乘”是不按“前乘”或“后乘”那样依固定的档次顺序运算，而是根据实数的数字组成以便于运算为原则，看哪位便于运算就先计算哪位，这样也便于使用“随乘”，

“凑倍乘”和“分配相乘”等等诸捷算方法，由此更利于提高计算速度。但由于计算时不受固定档次顺序限制，档次变化大，掌握不好容易错档、错位。为克服这一缺点可在算盘的框上标上档次序码。下面以例说明。

例一： $639 \times 748 = ?$

解一：把算题放在空盘左边，以便看题进行运算(图一)

(一)

序号： 1 2 3 4 5 6

$\begin{array}{r} 639 \\ \times 748 \\ \hline 2112 \\ + 24 \\ \hline 2244 \end{array}$