



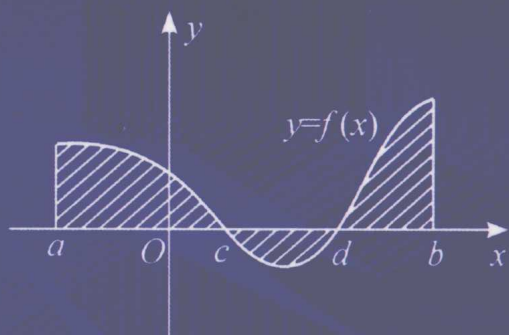
教育部高等农林院校理科基础课程
教学指导委员会推荐示范教材

高等数学

S

● 王来生 卢恩双 主编

College Mathematics
College Mathematics
College Mathematics



中国农业大学出版社

ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE

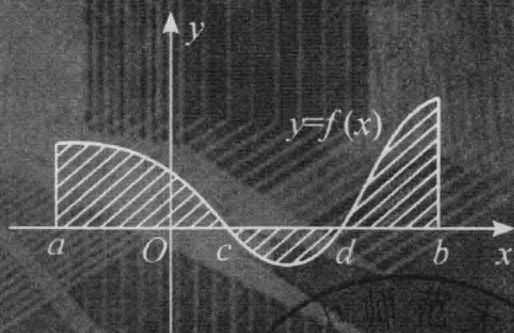


教育部高等农林院校理科基础课程
教学指导委员会推荐示范教材

高等数学

S

● 王来生 卢恩双 主编



中国农业大学出版社
ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/王来生,卢恩双主编. —北京:中国农业大学出版社,2009.9
ISBN 978-7-81117-765-7

I. 高… II. ①王…②卢… III. 高等数学-高等学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 080600 号

书 名 高等数学

作 者 王来生 卢恩双 主编

策划编辑 张秀环 董夫才

责任编辑 韩元凤 刘耀华

封面设计 郑 川

责任校对 陈 莹 王晓凤

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号

邮政编码 100193

电 话 发行部 010-62731190,2620

读者服务部 010-62732336

编辑部 010-62732617,2618

出 版 部 010-62733440

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

e-mail cbsszs @ cau.edu.cn

经 销 新华书店

印 刷 北京时代华都印刷有限公司

版 次 2009 年 9 月第 1 版 2009 年 9 月第 1 次印刷

规 格 787×1 092 16 开本 20.25 印张 500 千字

定 价 31.50 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

主 编 王来生 卢恩双

副主编 郭运瑞 吕 雄 汪宏喜 张 阕 石 峰

编 者(以姓氏拼音排序)

白春阳	河南科技学院
关 驰	沈阳农业大学
郭 英	黑龙江八一农垦大学
郭运瑞	河南科技学院
李国辉	中国农业大学
刘向东	东北林业大学
吕 雄	内蒙古农业大学
卢恩双	西北农林科技大学
石 峰	华中农业大学
王来生	中国农业大学
汪宏喜	安徽农业大学
吴国荣	内蒙古农业大学
杨丽明	中国农业大学
于晓娟	黑龙江八一农垦大学
岳超慧	安徽农业大学
张 阕	沈阳农业大学
曾善玉	中国农业大学

**教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会
推荐示范教材编审指导委员会**

主 任 江树人

副主任 杜忠复 程备久

委 员(以姓氏笔画为序)

王来生 王国栋 方炎明 李宝华 张文杰 张良云
杨婉身 吴 坚 陈长水 周训芳 周志强 高孟宁
戚大伟 梁保松 曹 阳 焦群英 傅承新 林家栋

**教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会
推荐数学类示范教材编审指导委员会**

主 任 高孟宁

委 员(以姓氏笔画为序)

王来生 石 峰 卢恩双 吴 坚 杜忠复 张良云
杜晓林 孟 军 房少梅 梁保松 惠淑荣

出版说明

在教育部高教司农林医药处的关怀指导下,由教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会(以下简称“基础课教指委”)推荐的本科农林类专业数学、物理、化学基础课程系列示范性教材现在与广大师生见面了。这是近些年全国高等农林院校为贯彻落实“质量工程”有关精神,广大一线教师深化改革,积极探索加强基础、注重应用、提高能力、培养高素质本科人才的立项研究成果,是具体体现“基础课教指委”组织编制的相关课程教学基本要求的物化成果。其目的在于引导深化高等农林教育教学改革,推动各农林院校紧密联系实际和培养人才需求,创建具有特色的数理化精品课程和精品教材,大力提高教学质量。

课程教学基本要求是高等学校制定相应课程教学计划和教学大纲的基本依据,也是规范教学和检查教学质量的依据,同时还是编写课程教材的依据。“基础课教指委”在教育部高教司农林医药处的统一部署下,经过批准立项,于2007年底开始组织农林院校有关数学、物理、化学基础课程专家成立专题研究组,研究编制农林类专业相关基础课程的教学基本要求,经过多次研讨和广泛征求全国农林院校一线教师意见,于2009年4月完成教学基本要求的编制工作,由“基础课教指委”审定并报教育部农林医药处审批。

为了配合农林类专业数理化基础课程教学基本要求的试行,“基础课教指委”统一规划了名为“教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会推荐示范教材”(以下简称“推荐示范教材”)。“推荐示范教材”由“基础课教指委”统一组织编写出版,不仅确保教材的高质量,同时也使其具有比较鲜明的特色。

一、“推荐示范教材”与教学基本要求并行 教育部专门立项研究制定农林类专业理科基础课程教学基本要求,旨在总结农林类专业理科基础课程教育教学改革经验,规范农林类专业理科基础课程教学工作,全面提高教育教学质量。此次农林类专业数理化基础课程教学基本要求的研制,是迄今为止参与院校和教师最多、研讨最为深入、时间最长的一次教学研讨过程,使教学基本要求的制定具有扎实的基础,使其具有很强的针对性和指导性。通过“推荐示范教材”的使用推动教学基本要求的试行,既体现了“基础课教指委”对推行教学基本要求的决心,又体现了对“推荐示范教材”的重视。

二、规范课程教学与突出农林特色兼备 长期以来各高等农林院校数理化基础课程在教学计划安排和教学内容上存在着较大的趋同性和盲目性,课程定位不准,教学不够规范,必须科学地制定课程教学基本要求。同时由于农林学科的特点和专业培养目标、培养规格的不同,对相关数理化基础课程要求必须突出农林类专业特色。这次编制的相关课程教学基本要求最大限度地体现了各校在此方面的探索成果,“推荐示范教材”比较充分反映了农林类专业教学改革的新成果。

三、教材内容拓展与考研统一要求接轨 2008年教育部实行了农学门类硕士研究生统一入学考试制度。这一制度的实行,促使农林类专业理科基础课程教学要求作必要的调整。“推荐示范教材”充分考虑了这一点,各门相关课程教材在内容上和深度上都密切配合这一考试制度的实行。

四、多种辅助教材与课程基本教材相配 为便于导教导学导考,我们以提供整体解决方案的模式,不仅提供课程主教材,还将逐步提供教学辅导书和教学课件等辅助教材,以丰富的教学资源充分满足教师和学生的需求,提高教学效果。

乘着即将编制国家级“十二五”规划教材建设项目之机,“基础课教指委”计划将“推荐示范教材”整体运行,以教材的高质量和新型高效的运行模式,力推本套教材列入“十二五”国家级规划教材项目。

“推荐示范教材”的编写和出版是一种尝试,赢得了许多院校和老师的参与和支持。在此,我们衷心地感谢积极参与的广大教师,同时真诚地希望有更多的读者参与到“推荐示范教材”的进一步建设中,为推进农林类专业理科基础课程教学改革,培养适应经济社会发展需要的基础扎实、能力强、素质高的专门人才做出更大贡献。

中国农业大学出版社

2009年8月

内 容 简 介

本书内容包括函数与极限、导数与微分、一元函数积分学及其应用、空间解析几何、多元函数的微分法及其应用、多元函数积分学及其应用、微分方程、无穷级数。

书中配有适量的习题,每章后面的总习题具有一定的难度,书末对大部分题目给出了答案或提示。与本书配套的有学习指导书、电子教案。

本书可作为高等农林院校非数学专业学生的教材,也可作为相关专业的教学参考书。

前 言

本书是根据教育部高等农林院校理科基础课程教学指导委员会(以下简称“理科基础教指委”)2008年会议精神编写的。在教育部立项支持下,“理科基础教指委”组织专家和广大的一线教师研究制定了《普通高等学校农林类专业数理化基础课程教学基本要求》(以下简称《教学基本要求》)。《教学基本要求》参考了教育部2008年开始实行的农学门类硕士研究生基础课程统一入学考试制度的要求。本书根据《教学基本要求》编写而成,不但能够满足普通高等学校农林类专业一般教学的需求,对学生考研也有一定参考价值。

本书是为农林院校的本科生编写的,在编写过程中我们充分考虑农林院校本科生的特点,在教材体系结构和内容的安排上做了一些调整,适当淡化了一些理论上的证明和运算技巧。尽可能使得本教材教师容易组织教学,学生容易学习。为了使学生能较好地理解教学内容,并了解高等数学在农林专业中的应用,我们适当增加了一些应用实例。同时我们还降低了一元函数极限与连续的理论要求,对于用极限定义做的题目进行了调整,在不定积分部分,对三角函数和无理函数的积分只做了简要介绍,将一元函数泰勒公式调整到级数部分,这样更合理。

书中标有*号的部分教师可根据学时等酌情选择讲授。

本书的编写分工为:王来生(中国农业大学)、卢恩双(西北农林科技大学)任主编,负责总体设计和统稿;副主编为郭运瑞(河南科技学院)、吕雄(内蒙古农业大学)、汪宏喜(安徽农业大学)、张澜(沈阳农业大学)、石峰(华中农业大学),负责部分章节的编写;参加编写的还有李国辉(中国农业大学)、曾善玉(中国农业大学)、郭英(黑龙江八一农垦大学)、杨丽明(中国农业大学)、于晓娟(黑龙江八一农垦大学)、关驰(沈阳农业大学)、吴国荣(内蒙古农业大学)、白春阳(河南科技学院)、岳超慧(安徽农业大学)、刘向东(东北林业大学)。

编者感谢中国农业大学出版社对于本书的出版给予的大力支持。

由于编者水平有限,书中缺点和错误在所难免,敬请读者指正。

编者

2009年8月

C 目录

CONTENTS

第 1 章 函数与极限	1
1.1 函数	1
1.1.1 映射与函数	1
1.1.2 反函数	5
1.1.3 复合函数	6
1.1.4 基本初等函数、初等函数	7
习题 1.1	7
1.2 函数的极限	8
1.2.1 数列的极限	8
1.2.2 函数的极限	11
1.2.3 函数极限的性质	13
习题 1.2	14
1.3 极限运算法则	14
习题 1.3	16
1.4 极限存在准则与两个重要极限	16
1.4.1 极限存在准则	16
1.4.2 两个重要极限	17
习题 1.4	19
1.5 无穷小与无穷大	20
1.5.1 无穷小	20
1.5.2 无穷大	21
1.5.3 无穷小的比较	21
习题 1.5	22
1.6 函数的连续性与连续函数的运算	22
1.6.1 函数的连续性	22
1.6.2 函数的间断点	24
1.6.3 连续函数的性质与四则运算	25
习题 1.6	26



1.7	初等函数的连续性及闭区间上连续函数的性质	26
1.7.1	初等函数的连续性	26
1.7.2	闭区间上连续函数的性质	26
	习题 1.7	28
	总习题 1	28
第 2 章	导数与微分	30
2.1	函数的导数	30
2.1.1	引例	30
2.1.2	导数定义	32
2.1.3	求导举例	33
2.1.4	导数的几何意义	35
2.1.5	可导性与连续性的关系	36
	习题 2.1	37
2.2	函数的求导法则	38
2.2.1	函数的和、差、积、商的求导法则	38
2.2.2	复合函数的求导法则	40
2.2.3	反函数的导数	41
2.2.4	基本求导公式及求导法则	42
	习题 2.2	43
2.3	高阶导数	44
	习题 2.3	46
2.4	隐函数与参数方程所确定的函数的导数	46
2.4.1	隐函数的导数	46
2.4.2	由参数方程所确定的函数的导数	48
	习题 2.4	50
2.5	函数的微分	50
2.5.1	微分的定义	50
2.5.2	微分的几何意义	52
2.5.3	微分的运算法则与公式	52
2.5.4	微分在近似计算中的应用	54
	习题 2.5	55
2.6	微分中值定理	56
2.6.1	罗尔定理	56
2.6.2	拉格朗日中值定理	57
2.6.3	柯西中值定理	59
	习题 2.6	60
2.7	洛必达法则	60

2.7.1	$\frac{0}{0}$ 型未定式的极限	61
2.7.2	$\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的极限	62
2.7.3	其他类型未定式的极限	63
	习题 2.7	65
2.8	函数的单调性与曲线的凹凸性	66
2.8.1	函数的单调性	66
2.8.2	曲线的凹凸性与拐点	67
	习题 2.8	69
2.9	函数的极值与最大值最小值	69
2.9.1	函数的极值	69
2.9.2	函数的最大值和最小值	72
	习题 2.9	73
2.10	函数作图	74
2.10.1	渐近线	74
2.10.2	函数作图	74
	习题 2.10	76
	总习题 2	76
第 3 章	一元函数积分学及其应用	79
3.1	不定积分	79
3.1.1	原函数与不定积分	79
3.1.2	换元积分法	83
3.1.3	分部积分法	88
3.1.4	积分法举例	90
	习题 3.1	92
3.2	定积分	93
3.2.1	定积分概念的引入	93
3.2.2	定积分的定义	96
3.2.3	定积分的几何意义	98
3.2.4	定积分的性质	98
	习题 3.2	101
3.3	定积分的计算	102
3.3.1	微积分的基本定理	102
3.3.2	定积分的换元积分法	106
3.3.3	定积分的分部积分法	108
	习题 3.3	109
3.4	定积分的应用	110



3.4.1	微元法	111
3.4.2	平面图形的面积	111
3.4.3	平面曲线的弧长	114
3.4.4	空间立体的体积	115
3.4.5	定积分在物理上的应用	117
	习题 3.4	119
3.5	广义积分	120
3.5.1	无穷区间上的广义积分	120
3.5.2	无界函数的广义积分	122
3.5.3	Γ 函数	123
	习题 3.5	124
	总习题 3	124
第 4 章	空间解析几何	127
4.1	空间直角坐标系	127
4.1.1	空间直角坐标系	127
4.1.2	空间两点间的距离	128
	习题 4.1	130
4.2	向量代数	130
4.2.1	向量的概念	130
4.2.2	向量的线性运算	131
4.2.3	向量的坐标表示	133
4.2.4	向量的模与方向余弦的坐标表示	135
4.2.5	向量的数量积	136
4.2.6	向量的向量积	138
	习题 4.2	139
4.3	平面与空间直线	140
4.3.1	平面及其方程	140
4.3.2	空间直线及其方程	143
	习题 4.3	145
4.4	空间曲面与空间曲线	146
4.4.1	空间曲面及其方程	146
4.4.2	空间曲线及其方程	151
	习题 4.4	152
	总习题 4	153
第 5 章	多元函数的微分法及其应用	155
5.1	多元函数的概念	155

5.1.1	多元函数及其定义域	155
5.1.2	二元函数的几何表示	157
5.1.3	二元函数的极限	157
5.1.4	二元函数的连续性	159
	习题 5.1	160
5.2	二元函数的偏导数与全微分	161
5.2.1	偏导数	161
5.2.2	高阶偏导数	163
5.2.3	全微分	165
*5.2.4	全微分在近似计算中的应用	167
	习题 5.2	167
5.3	多元复合函数与隐函数的求导法则	168
5.3.1	多元复合函数的求导法则	168
5.3.2	隐函数的求导法则	172
	习题 5.3	174
5.4	偏导数在几何上的应用	174
5.4.1	空间曲线的切线与法平面	174
5.4.2	曲面的切平面与法线	177
	习题 5.4	180
5.5	多元函数的极值	181
5.5.1	多元函数极值的定义	181
5.5.2	多元函数极值的计算	183
5.5.3	最大值与最小值	184
5.5.4	条件极值	185
*5.5.5	最小二乘法	187
	习题 5.5	189
5.6	方向导数与梯度	190
5.6.1	方向导数	190
5.6.2	梯度	192
	习题 5.6	193
	总习题 5	194
第 6 章	多元函数积分学及其应用	196
6.1	二重积分的概念与性质	196
6.1.1	二重积分的概念	196
6.1.2	二重积分的性质	199
	习题 6.1	200
6.2	二重积分的计算	200



6.2.1	直角坐标系下的二重积分的计算	200
6.2.2	极坐标系下的二重积分的计算	205
	习题 6.2	208
6.3	二重积分的应用	209
	习题 6.3	211
* 6.4	三重积分	211
6.4.1	三重积分的概念	211
6.4.2	直角坐标系下三重积分的计算	212
6.4.3	柱面坐标系下三重积分的计算	215
6.4.4	球坐标系下三重积分的计算	216
* 习题 6.4		218
	总习题 6	219
第 7 章	微分方程	221
7.1	微分方程的基本概念	221
	习题 7.1	225
7.2	可分离变量的微分方程	226
7.2.1	Logistic 模型的应用——人口预测	229
7.2.2	Logistic 模型的应用——传染病传播模型	231
	习题 7.2	233
7.3	齐次微分方程	233
	习题 7.3	236
7.4	一阶线性微分方程	236
7.4.1	一阶线性微分方程	236
7.4.2	伯努利(Bernoulli)方程	240
	习题 7.4	242
7.5	可降阶的二阶微分方程	242
7.5.1	$y''=f(x)$ 型的微分方程	242
7.5.2	$y''=f(x,y')$ 型的微分方程	243
7.5.3	$y''=f(y,y')$ 型的微分方程	244
	习题 7.5	246
7.6	二阶线性微分方程解的结构	247
	习题 7.6	249
7.7	二阶常系数齐次线性微分方程	250
	习题 7.7	252
7.8	二阶常系数非齐次线性微分方程	252
7.8.1	$f(x)=e^{\alpha x}P_m(x)$ 型	253
7.8.2	$f(x)=e^{\alpha x}[p_l(x)\cos\beta x+p_m(x)\sin\beta x]$ 型	254

习题 7.8	256
总习题 7	256
第 8 章 无穷级数	259
8.1 常数项级数及性质	259
8.1.1 常数项级数的概念	259
8.1.2 无穷级数的基本性质	261
习题 8.1	263
8.2 常数项级数收敛性的判别法	263
8.2.1 正项级数及其收敛性的判别法	263
8.2.2 交错级数及其审敛法	266
8.2.3 绝对收敛与条件收敛	267
习题 8.2	268
8.3 幂级数	269
8.3.1 函数项级数的概念	269
8.3.2 幂级数及其收敛性	269
8.3.3 幂级数的运算	273
习题 8.3	274
8.4 函数的幂级数展开	275
8.4.1 泰勒公式	275
8.4.2 泰勒级数	277
8.4.3 函数展开成幂级数的方法	278
习题 8.4	280
* 8.5 傅立叶级数	280
8.5.1 三角级数	280
8.5.2 三角函数系的正交性	280
8.5.3 函数展开成傅立叶级数	281
8.5.4 正弦级数和余弦级数	284
8.5.5 一般周期函数的傅立叶级数	286
习题 8.5	287
总习题 8	288
习题参考答案	290
参考文献	305

函数是数学中最重要的基本概念之一,是微积分学的主要研究对象,而极限是研究函数最基本的工具.本章首先论述函数的一般概念,引入极限的概念及其性质与运算,并运用极限来研究函数的性质.

1.1 函 数

1.1.1 映射与函数

1. 集合

无论在数学或是在日常生活中,我们经常会遇到集合这个概念.

所谓集合,就是指一些特定事物的全体,其中事物个体称为这个集合的元素.我们常用大写字母 A, B, C, \dots 表示集合,用小写字母 a, b, c, \dots 表示集合中的元素.如果 a 是集合 A 的元素,则称 a 属于 A ,记作 $a \in A$,反之则称 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$.我们用记号 \forall 表示“一切”、“所有的”、“任意的”, $\forall x \in A$ 意为集合 A 中的任意一个元素;用记号 \exists 表示“存在着”、“有一个”、“至少有一个”, $\exists x \in A$ 意为在集合 A 中存在着某个元素,或在 A 中有一个元素.

我们在中学曾对集合进行了详尽的讨论,这里不再赘述.在微积分学的研究中经常用到的数集有:自然数集,记作 \mathbf{N} ;正整数集,记作 \mathbf{N}^+ ;整数集,记作 \mathbf{Z} ;有理数集,记作 \mathbf{Q} ;全体实数组成的集称为实数集,记作 \mathbf{R} .

在数集中,邻域是常用的概念.

设 $a, \delta \in \mathbf{R}$,且 $\delta > 0$.我们把以 $a - \delta, a + \delta$ 为端点的开区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 称为 a 的 δ 邻域,记作 $U(a, \delta)$. a 和 δ 分别称为邻域的中心和半径.显然有

$$U(a, \delta) = \{x \mid |x - a| < \delta\}$$

成立.

如果把邻域的中心 a 去掉,就称它为 a 的 δ 去心邻域,记作 $\dot{U}(a, \delta)$,即