

國民中學選修科目

數學教師手冊

下冊

國立編譯館主編

6
7

6

2



中華民國七十八年一月 正式本初版

國民中學
選修科目 **數學教師手冊** 下冊

定價：（由教育部核定後公告）

主編者 國 立 編 譯 館

編審者 國立編譯館國民中學數學教科用書編審委員會

主任委員	陳昭地			
委 員	方炎明	方稚芳	王振瀛	呂溪木
	李烱輝	李恭晴	李嘉淦	易新鼎
	翁正明	翁俊雄	陳冒海	陳俊生
	陳銘德	屠耀華	郭生玉	曹博盛
	黃敏晃	黃登源	葉見登	溫進興
	蕭龍生	謝志雄	顏啟麟	
編輯小組	呂溪木	李恭晴	陳昭地	陳冒海
	屠耀華	曹博盛	黃敏晃	黃登源
	顏啟麟			
總訂正	陳昭地			
插圖繪製	鄭筱芬			

出版者 國 立 編 譯 館

地址：臺北市古亭區10770舟山路二四七號

電話：三 六 二 六 一 七 一

印行者 九十一家書店

經銷者 臺 灣 書 店

辦公地址：臺北市城中區 10023 忠孝東路一段一七二號

電 話：三九二二八六一・三九二二八六七

門 市：臺北市城中區 10023 忠孝東路一段一七二號

電 話：三 九 二 八 八 四 三

郵撥帳號：○ ○ ○ 七 八 二 一 五

印刷者 內文：宏 章 印 刷 有 限 公 司
封面：

編輯大意

G634.6
2012

- 一、本書是根據民國七十四年四月教育部修訂公布的國民中學數學課程標準，並配合國民中學選修數學教科書編輯而成，供教師使用。
- 二、本書共分二冊，每學期一冊，供國民中學第三學年選修數學教學參考之用。
- 三、本書各章包括教學目標與時數、教材摘要、教材地位分析、教學方法與注意事項、教學媒體舉例、教學活動舉例、評量應注意事項、充實教材、參考資料及習題簡答等項目，供教師教學參考之用。
- 四、各單元之教學除應注意本手冊中所列舉的認知目標外，尚應兼顧技能與情意之教學目標。
- 五、敬請全國國民中學教師就使用本書時所遭遇的實際問題，提出具體改進意見，隨時通知本館，以供修訂時之參考。

國民中學選修數學教師手冊 下冊

目 次

第一章 相似形	1
壹、教學目標與時數	1
貳、教材摘要	2
參、教材地位分析	4
肆、教學方法與注意事項	5
伍、教學媒體舉例	7
陸、教學活動舉例	8
柒、評量應注意事項	13
捌、充實教材	14
玖、參考資料	22
拾、習題簡答	22
第二章 二次函數	29
壹、教學目標與時數	29
貳、教材摘要	30
參、教材地位分析	31
肆、教學方法與注意事項	31
伍、教學媒體舉例	34
陸、教學活動舉例	36
柒、評量應注意事項	41
捌、充實教材	42
玖、參考資料	48
拾、習題簡答	50

第三章 數值三角及其應用.....53

壹、教學目標與時數.....	53
貳、教材摘要.....	55
參、教材地位分析.....	57
肆、教學方法與注意事項.....	58
伍、教學媒體舉例.....	63
陸、教學活動舉例.....	63
柒、評量應注意事項.....	69
捌、充實教材.....	70
玖、參考資料.....	71
拾、習題簡答.....	74

第四章 機率與統計.....78

壹、教學目標與時數.....	78
貳、教材摘要.....	78
參、教材地位分析.....	79
肆、教學方法與注意事項.....	79
伍、教學媒體舉例.....	81
陸、教學活動舉例.....	82
柒、評量應注意事項.....	86
捌、充實教材.....	86
玖、參考資料.....	88
拾、習題簡答.....	90

第一章 相 似 形

壹、教學目標與時數

1-1 比例線段（教學時數：4 節）

- 1.知道比例線段的意義。
- 2.知道並能證明：兩個等高三角形面積的比等於其底的比。
- 3.知道並能證明：平行於一個三角形一邊的直線，截此三角形的另兩邊成比例線段。
- 4.能利用 3.的結果解決簡單的測量問題。
- 5.知道並能證明：截一個三角形的兩邊成比例線段的直線，必與第三邊平行。

1-2 相似形的意義（教學時數：2～3 節）

- 1.能辨認實例中的兩個圖形是否相似。
- 2.認識並使用相似符號“ $\sim$ ”。
- 3.知道兩個相似多邊形的對應角相等且其對應邊成比例。
- 4.知道相似多邊形的意義是對應角相等及對應邊成比例。
- 5.能由實例知道邊數大於 3，且對應邊成比例的兩個多邊形，不一定為相似多邊形。
- 6.能由實例知道邊數大於 3，且對應角相等的兩個多邊形，不一定為相似多邊形。

1-3 相似三角形（教學時數：5 節）

- 1.知道並能證明：若兩個三角形的三內角相等，則這兩個三角形相似。
- 2.知道並能證明：若兩個三角形的三邊對應成比例，則這兩個三角形相似。
- 3.知道並能證明：若兩個三角形有一角相等且夾此角的兩邊對應成比例，則這兩個三角形相似。
- 4.知道並能證明：相似三角形對應高的比等於其對應邊的比，而面積的比等於其對應邊平方的比。

5.能利用相似三角形的性質，解決簡單的測量問題。

1-4 相似形的應用（教學時數：4～5 節）

1.知道並能證明直角三角形母子相似定理：直角三角形斜邊上的高將原三角形分為兩個相似直角三角形，且這兩個直角三角形與原直角三角形相似。

2.能利用母子相似定理證明勾股弦定理。

3.能作一線段，使其長為已知兩線段的比例中項。

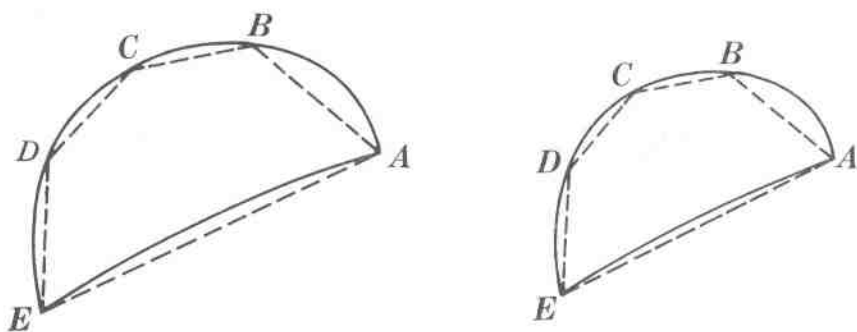
4.知道並能證明圓的切割線定理（例4及例5）。

5.能利用圓的切割線定理，解決簡單的應用問題。

貳、教材摘要

本章教材所討論的主題是平面圖形的相似。圖形的相似是每個人都有的直覺概念，譬如說，很小的小孩都會說某兩個圖形很像，即為相似形。問題在於，如何用比較精確的數學語言，把這樣的直覺概念表達出來呢？用簡明的數學語言把直覺的相似概念整理清楚之後，我們才能善加利用。

在數學上處理這個問題時，第一步是把問題簡化，用直線形來趨近曲線圖形，如下圖所示：



取兩個相似圖形上的有限個對應點，連接成直線形，則所得的兩個直線形也應該相似。如果所取的對應點越密，則所得的直線形就越接近原來的曲線圖形。如此，可把問題簡化成直線形相似的問題。這是國民中學數學裏，只處理直線形相似的理由，教師在教學時可以輕輕的點出來。

第二步是把一般直線形的相似問題，簡化為三角形的相似問題。

三角形不但是最簡單的直線形（例如邊數最少），而且是最堅固的直線形：三邊的長度固定後，這個三角形就固定了；除非把它的邊或頂點打斷，否則它是不會破的。這個特性在工業造形上有很大的用處。

利用三角形的這個特性，我們可以把一般直線形相似的兩個充分必要條件：

(1) 對應角相等。

(2) 對應邊成比例。

減少一個，即對兩個三角形而言，只要上述條件之一滿足，它們就是相似形。至少，描述相似形的語言已經成為最簡單的形式，應用起來就很方便。

本章共分四節，第一節比例線段，第二節相似形的意義，第三節相似三角形，第四節相似形的應用。

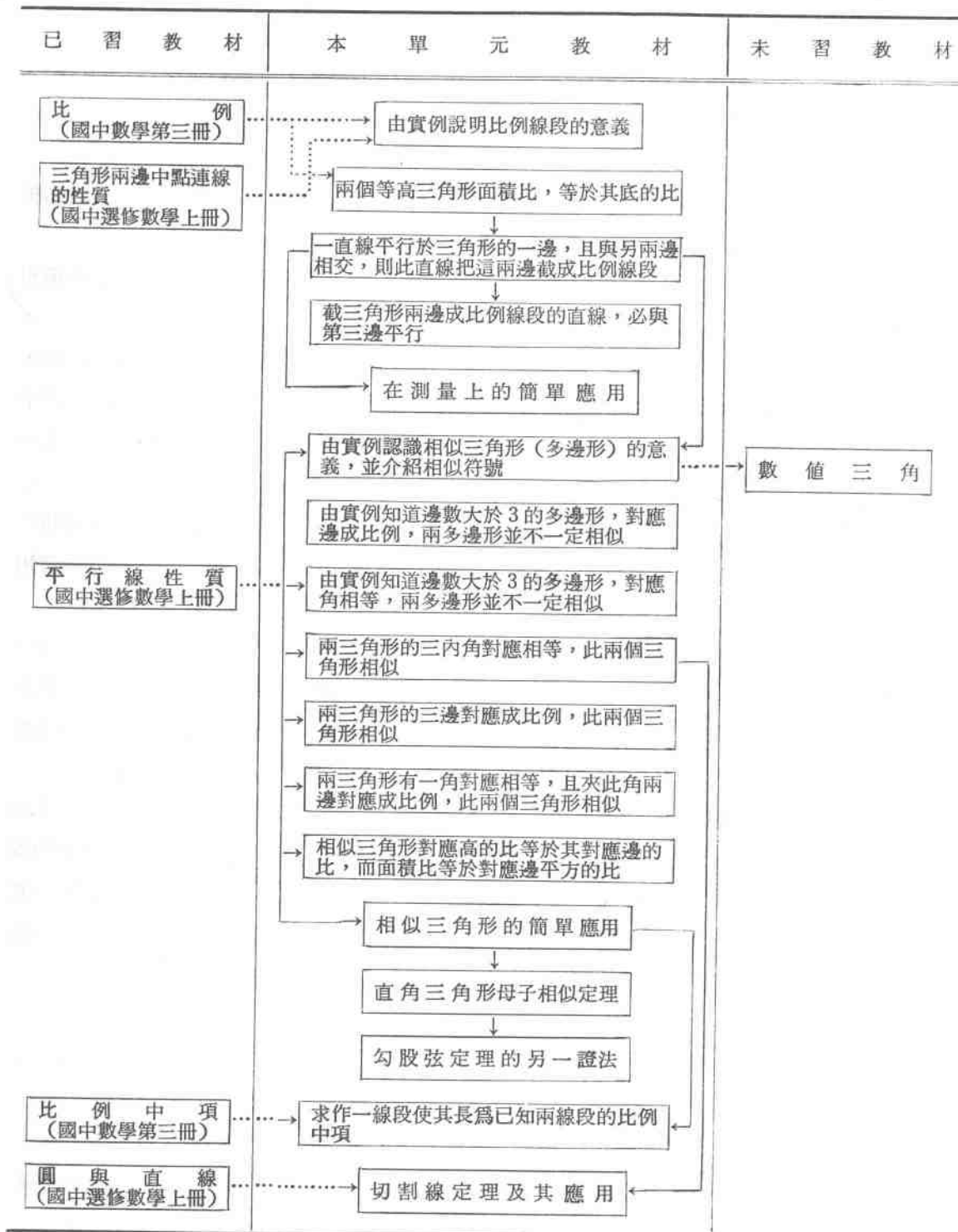
第一節比例線段，由選修數學上冊中提到的“過三角形一邊中點而平行第二邊的直線，必過第三邊中點”的基本性質，引出比例線段的名詞，然後把上面的性質推廣，進而證明“平行於三角形的一邊且交另兩邊的直線，把此兩邊截成比例線段”（例3），與其逆定理“若一直線截三角形的兩邊成比例線段，則此直線平行於此三角形的第三邊”（例6）。

第二節相似形的意義，主要是歸納出多邊形相似的條件“對應角相等，對應邊成比例”，討論其充分與必要性，並談到把相似多邊形切割（利用對角線）成三角形時，得到幾個相似三角形的情形。

第三節相似三角形，其主要教材，是把相似多邊形的兩個條件，在相似三角形中減少一個，即“兩個三角形的三內角對應相等，則這兩個三角形相似”（例1），與“兩個三角形的三邊對應成比例，則這兩個三角形相似”（例3）。其他教材都是這兩個結果的直接應用。

第四節相似形的應用，談到兩種題材：一是直角三角形上的比例線段，把勾股弦定理的另一證明當作其直接的應用；二是與圓有關的比例線段，主要結果是“在圓內相交兩弦的四線段中，一弦上兩線段的積等於另一弦上兩線段的積”（例4）與“由圓外一點向圓作一割線，則此點到圓上兩割點距離的積，等於由此點向圓所引切線長的平方”（例5）及其一般情形（把切線看成爲割線的特殊情形）。其他題材都是這些結果的直接應用。

叁、教材地位分析



肆、教學方法與注意事項

1-1 比例線段

1. 提出三角形已知性質(1)與推廣問題(2)與(3)：

(1) 過三角形一邊中點，而平行於另一邊的直線，必過第三邊的中點。

(2) 過三角形一邊四分之一分點，而平行於另一邊的直線，是否會過第三邊的四分之一分點？

(3) 過三角形一邊四分之三分點，而平行於另一邊的直線，是否會過第三邊的四分之三分點？

只看局部的圖形，問題(2)變成原定理而得到肯定的答案；問題(3)則變成已知的梯形中線定理的逆定理。

針對問題只看局部圖形的能力，是很重要的數學訓練之一，這是把一個大問題分化成幾個小問題來加以解決的關鍵。所以，例1再利用此同一方法來解決。

2. 線段的比、面積的比和數與量的比等在前面已經出現過，但是“比例線段”的名詞是第一次出現。線段的合分比的情形，一定要要求學生熟練便於以後使用。

3. 等高的兩個三角形面積的比等於其底的比，此一定理很簡單，教師可要求學生自己先證明，然後再講解。此定理的出現，純粹為下列的主要定理（平行於三角形一邊的直線，截另兩邊成四個比例線段）作準備。

4. 本節中的例3（即3中所提的主要定理）與例6（即例3的逆定理）是本節的主要定理，務必要求學生徹底了解，後面的教材才能接下去。

此兩定理的處理方式採取一般常見的處理方式，即利用面積的比，而不是以極限的知識作為前提。這個問題曾經是古希臘幾何發展過程中的危機問題，由 Eudoxus 加以解決後，古希臘的幾何才趨於完整。

1-2 相似形的意義

1. 此節最前面一段，就幾何所討論的“圖形的大小、形狀、位置”問題談起，讓學生感覺到此三類問題的不同即可，不須要在此花太多的時間。

本來，相似形可以由此項分析討論直接導出，但處理上會遇到學生成熟度不足的困難。

2. 此節由各種操作演示，從直覺的相似和利用度量的過程歸納出“相似多邊形的對應邊成比例，對應角相等”的事實。教學前應準備好教具，如幻燈機、地圖、刻度尺、方格紙

等，以便師生演示操作。

3.本節用來歸納的各圖形（如圖 1-10，1-11，1-12，1-13）都提供了相似多邊形的概略畫法。這點雖在課文中沒有明白表示出來，但教師宜注意到這個要點，在正式提到相似形的條件之後，可讓學生練習這些畫法。

4.本節的例 1 提到相似三角形與相似多邊形的關係，其逆定理則作為第 1-3 節例 4 後面的隨堂練習。相似多邊形的教材出現不多，這樣的關係在整章教學結束後，給學生復習時應再加強，以便學生以後應用。

5.相似多邊形的兩個條件都為必要的說明，利用例 2 與其練習中的作圖方式，可能使條件更加突出。但若教學時間不夠，則可採用圖例來說明。

1-3 相似三角形

1.本節的主要結果是例 1 與例 3，其他結果都是這兩個定理的應用。所以，此兩例的教學一定要徹底，尤其例 1 的證明步驟較多，學生容易混淆，更應特別注意。

2.例 2 與其練習都是可以實驗的，為提高教學興趣，可讓學生實地實驗測量。當然，教師應先準備好所要測量的事物，以免作不出來。小鏡片、標桿及直尺都應準備好。

1-4 相似三角形的應用

1.例 2 是勾股弦定理（商高定理或畢氏定理）的另一證明，這種證明比較簡單，對於這樣重要的定理，提出這樣簡單的另一證明，不至於變成學生的負擔。即使只當作學生推理能力的訓練，也是很適當的教材。

2.本節其他各例都是很典型且應用廣泛的重要幾何教材，應加強其講解。

伍、教學媒體舉例

一、本章需用教具表

教 具	規 格	數 量	配 合 教 材	備 注
1.圓規、直尺、量角器、三角板	配合課本例題或練習	1 組	1-1~1-4	教師用。
2.方格黑板		1	1-2	可用投影片代替。
3.吸管		約 200 枝	1-2	教師示範及學生實驗用。
4.細線或繩子		適量	1-2	串連吸管用。
5.掛圖或投影片		視需要而定	1-1~1-4	

二、本章適用之教學媒體舉例

旗桿問題 (George's Flagpole Problem)

- 1.類別：影片。
- 2.規格：16 mm。
- 3.時間：11 分鐘。
- 4.發音：原英語發音，配國語發音。
- 5.配合教材：1-3 相似三角形。
- 6.來源：國立教育資料館外購影片（編號 DA 023）。

7.內容簡介：喬治製作了一個模型來參加學校裏的數學比賽，學生們可以從這個模型了解如何應用相似三角形對應邊長之間的比例關係，來求出一些不易直接度量的高度。

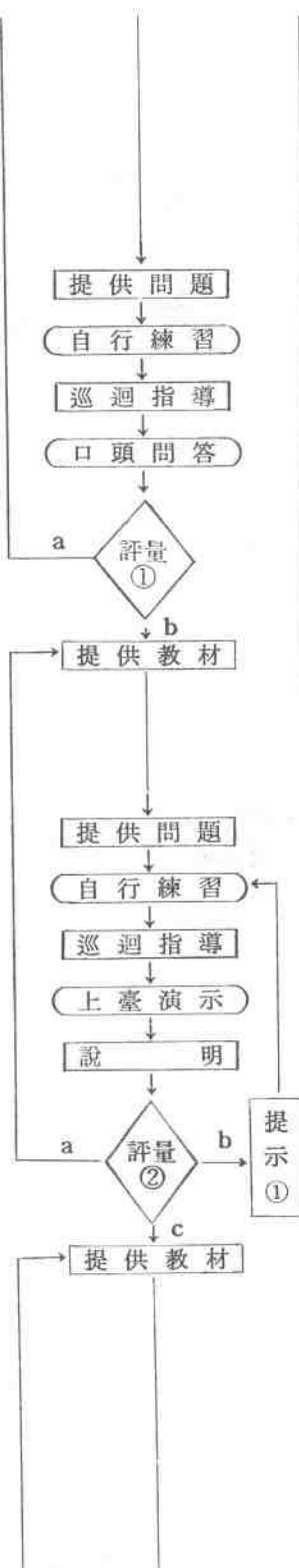
陸、教學活動舉例

1-3 相似三角形

教學時數：5 節

教 師 活 動	教學活動流程圖	學 生 活 動	備 注
一、準備活動： 1.研讀選修數學下冊第 1-3 節及教師手冊相關部分。 2.蒐集與本單元有關的資料。 3.準備教具、掛圖、圓規、三角板、標桿、皮尺。 掛圖一：本節例 2 的敘述及圖。 掛圖二：例 2 之後隨堂練習的敘述及圖。 4.學生仍按以前方式分組。 二、發展活動： 1.復習多邊形相似的意義。 (1)口頭問答下列題目： ①要判斷兩多邊形是否相似，須要檢查那些條件？ ②若兩多邊形僅滿足第一個條件，是否相似呢？試舉一實例加以說明。 ③若兩多邊形僅滿足第二個條件，是否相似呢？試舉一個實例加以說明。 (2)指出三角形的情况不一樣，當兩個三角形滿足其中一個條件，必定會滿足另一個條件。 2.介紹判別三角形相似的性質之一。	<pre> graph TD A[▽] --> B[教學前的準備] B --> C[復 習] C --> D[口 頭 問 答] D --> E[提 供 教 材] </pre>	1.研讀選修數學下冊第 1-3 節。 2.復習選修數學上冊第 1-2 節，選修數學下冊第 1-1 節、第 1-2 節。 3.準備用具：圓規、直尺(或三角板)、計算紙、平時測驗紙。	若沒有標桿，可以標槍或童軍棍代替。 掛圖可以改製成投影片。 教師將學生所回答的兩個正確條件寫在黑板上，並分別標出 a、b 表示第一個條件與第二個條件。

- (1)例 1.如果兩個三角形的三內角對應相等，則這兩個三角形相似。
- (2)在黑板畫圖，如課本圖1-18，然後逐步加以說明。
- 3.指定課本例 1 之後的隨堂練習要學生習作。
- (1)題目：見課本第23頁。
- (2)巡迴全場指導學生。
- (3)以口頭問答的方式要學生回答隨堂練習的問題。
- (4)若學生回答不完整可找別的學生補充。
- 4.舉例說明判別三角形相似的性質之應用。
- 揭示掛圖一，然後逐步加以說明測量的步驟及計算方法。
- 5.指定課本例 2 之後的隨堂練習要學生習作。
- (1)題目：見課本第24頁。
- (2)巡迴全場指導學生。
- (3)指名學生上臺演算。
- (4)揭示掛圖二，說明測量的方法。
- (5)核對黑板上所做的答案是否正確，並統計全班做對的人數。
- 6.介紹判別三角形相似的性質之二。
- (1)例 3.如果兩個三角形的三邊對應成比例，則這兩個三角形相似。
- (2)在黑板畫圖，如課本圖1-20，然後逐步加以說明。



聆聽並筆記重點。

- 1.在計算紙上自行練習。
- 2.與同學相互討論。
- 3.各小組長適時指導同學。
- 4.被指名的同學回答。

聆聽並筆記重點。

- 1.在計算紙上自行練習。
 - 2.與同學相互討論。
 - 3.各小組長適時指導同學。
 - 4.被指名的同學上臺演算。
 - 5.聆聽並筆記重點。
 - 6.核對所做的答案是否正確。
- 聆聽並筆記重點。

評量①

- a 不會的人數超過全班的 10%。
- b 正確。
- 一個題目指名一個同學回答。

評量②

- a 完全不會的人數超過全班的 20%。
- b 給與提示後會做。
- c 正確。

提示①

- (i) 樹高 $\overline{MD}$ 由那兩段構成？
- (ii) $\overline{ND}$ 等於多少？
- (iii) $\overline{MN}$ 怎麼求？
- (iv) 設 $\overline{BB'}$ 與 $\overline{A'N}$ 交於一點 C ， $\triangle A'B'C$ 與 $\triangle A'MN$ 是否相似？
- (v) $\overline{A'N} = ?$ $\overline{A'C} = ?$ $\overline{B'C} = ?$
- (vi) 將 (v) 的結果代入 $\overline{MN} : \overline{B'C} = \overline{A'N} : \overline{A'C}$ 中去求解。

至 5 預定第一節終了，由教師指定習題 1-3 中相關的題目當作業。

7. 指定課本例 3 之後的隨堂練習要學生習作。

(1) 題目：見課本第 26 頁。

(2) 巡迴全場指導學生。

(3) 第①小題指名學生回答。第②、③小題分別指名學生上臺演示。

(4) 核對黑板上的答案是否正確，並統計全班做對的人數。

8. 介紹判別三角形相似的性質之三。

(1) 例 4. 如果兩個三角形的一角相等，而且夾此角的兩邊對應成比例，則這兩個三角形相似。

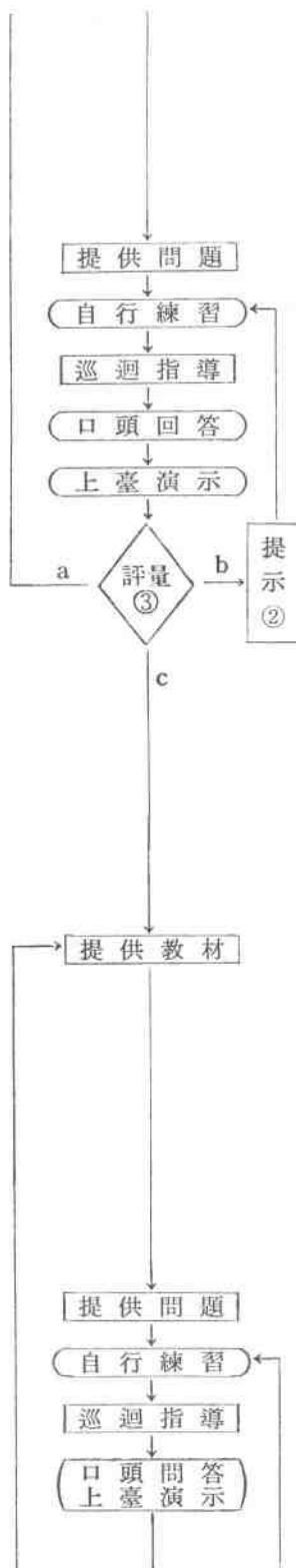
(2) 在黑板畫圖，如課本圖 1-21，然後逐步加以說明。

9. 指定課本例 4 之後的隨堂練習要學生習作。

(1) 題目：見課本第 27 頁。

(2) 巡迴全場指導學生。

(3) 第①小題指名學生回答。第②小題指名學生上臺演示。



1. 在計算紙上自行練習。

2. 與同學相互討論。

3. 各小組長適時指導同學。

4. 被指名的同學口頭回答：是。

5. 被指名的同學上臺演示。

6. 核對所做的答案是否正確。

聆聽並筆記重點。

1. 在計算紙上自行練習。

2. 與同學相互討論。

3. 各小組長適時指導同學。

4. 被指名的同學口頭回答：是。

5. 被指名的同學上臺

評量③

a 完全不會的人數超過全班的 20%。

b 給與提示後會做。

c 正確。

提示②

以第②小題為例。

(i) 要判別 $\triangle ABC$ 是否與 $\triangle A'B'C'$ 相似，該用那一個性質？

(ii) $\triangle ABC$ 中的 $\overline{AB}$ 與 $\triangle A'B'C'$ 的那一邊對應？ $\overline{BC}$ 與那一邊對應？ $\overline{CA}$ 與那一邊對應？

(4)核對黑板上的答案是否正確，並統計全班做對的人數。

10. 介紹判別三角形相似的性質在理論上的應用。

(1)例 5. 試證相似三角形對應高的比等於其對應邊的比。

(2)在黑板畫圖，如課本圖1-22，然後逐步加以說明。

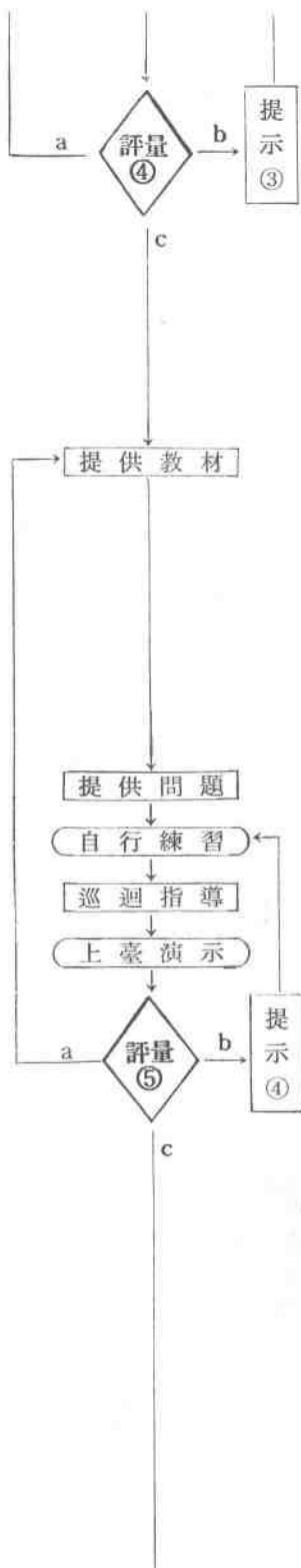
11. 指定課本例 5 之後的隨堂練習要學生習作。

(1)題目：見課本第29頁。

(2)巡迴全場指導學生。

(3)指名學生上臺演示。

(4)核對黑板上的答案是否正確，並統計全班做對的人數。



演示。

6. 核對所做的答案是否正確。

聆聽並筆記重點。

評量④

a 完全不會的人數超過全班的 20%。

b 給與提示後會做。

c 正確。

提示③

以第②小題為例。

(i) 四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $A'B'C'D'$ 為相似形，可以得到什麼結果？

(ii) 要利用那一個性質證明 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ？

至 9 預定第二節終了，由教師指定習題 1-3 中相關的題目當作業。

評量⑤

a 完全不會的人數超過全班的 20%。

b 給與提示後會做。

c 正確。

提示④

以第①小題為例。

(i) $\triangle ADE$ 與 $\triangle ABC$ 是否相似？為什麼？

(ii) $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ ，所以 $\overline{AH}$ 是 $\triangle ABC$ 的高，那 $\overline{AG}$ 是否為 $\triangle ADE$ 的高？為什麼？

(iii) 例 5 告訴我們什麼性質？

(iv) 將 $\overline{AH} = 2$ 公尺， $\overline{BC} = 3$ 公尺， $\overline{GH} = 0.5$ 公尺

12. 再舉例說明判別三角形相似的性質在理論上的應用。

(1) 例 6. 試證相似三角形面積的比等於其對應邊平方的比。

(2) 在黑板畫圖，如課本圖 1-23，然後逐步加以說明。

13. 指定課本例 6 之後的隨堂練習要學生習作。

(1) 題目：見課本第 30 頁。

(2) 巡迴全場指導學生。

(3) 指名學生上臺演示。

(4) 核對黑板上的答案是否正確，並統計全班做對的人數。

14. 在教室外的實地測量：

(1) 每組分別指定一個目標讓其測量。

(2) 每組至少要用兩種方法去測量同一物體，並記下有關的數據及計算結果。

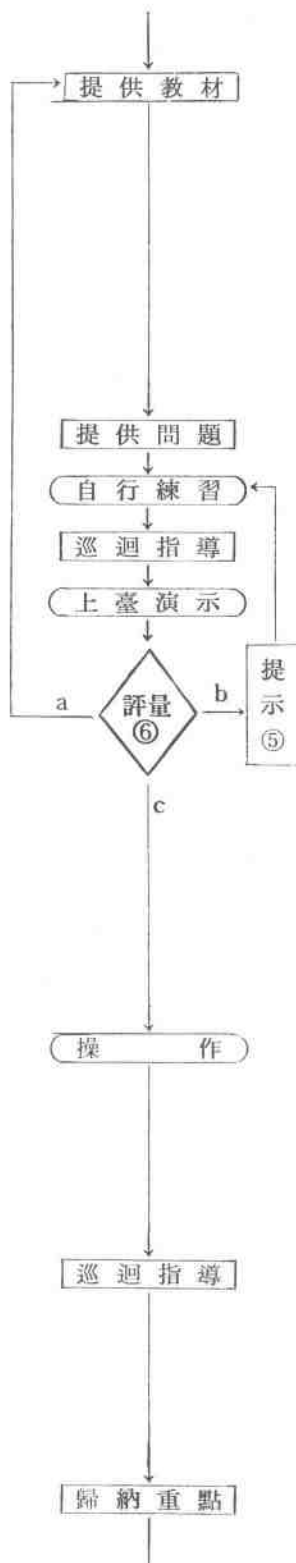
(3) 巡迴各場地指導學生操作。

(4) 蒐集每組的測量報告並加以評量。

三、綜合活動：

1. 歸納本單元重點：

(1) 判別三角形相似的性質。



聆聽並筆記重點。

1. 在計算紙上自行練習。
2. 與同學相互討論。
3. 各小組長適時指導同學。
4. 被指名的同學上臺演示。
5. 核對所做的答案是否正確。

1. 每組按照教師所教的方法進行測量或者自行設計測量方法。

2. 各小組長適時指導同學。
3. 由小組長負責，將各次測量結果和數據寫成報告。

聆聽。

代入，可求出 $\overline{DE}$

評量⑥

- a 完全不會的人數超過全班的 20%。
- b 給與提示後會做。
- c 正確。

提示⑤

- (i) 例 5 告訴我們什麼？
- (ii) 例 6 告訴我們什麼？

至 13 預定第三節終了，由教師指定習題 1-3 中相關的題目當作業。

至 14 預定第四節終了，由教師指定習題 1-3 中相關的題目當作業。