

解析几何基础训练



高中二年级第一学期



河南教育出版社

高中二年级第一学期

平面解析几何基础训练

翟连林

河南教育出版社

高中二年级第一学期
解析几何基础训练

翟连林

责任编辑 侯耀宗

河南教育出版社出版
郑州市金水印刷厂印刷
河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 3,375印张 68千字
1987年5月第1版 1988年6月第2次印刷

印数 166,241—339,936 册

ISBN7-5347-0233-X/G·202

定价:

0.60元

出版说明

为了帮助高中学生加强基础知识和基本技能的训练，我们根据现行教材的要求，编辑、出版了这套基础训练丛书。计有语文、英语、数学、物理、化学等五科，按年级分学期陆续出版。

《高中课程基础训练》紧扣教学大纲和教材，所设题目都是根据教材内容顺序编排的，力求做到教师教到哪里就练到哪里，不偏离教学一步。练习的内容力求既系统、全面，又重点突出，份量适中，不设任何偏题、怪题，也不需要大量的抄写、计算；题型大多是填空题、选择题和改错题。这样设题，可以免去抄写之劳，不至加重学生负担；而更重要的是能引导学生通过观察、比较、分析、概括、判断、推理等活动，更好地巩固所学知识，增强基本技能，收到良好的训练效果。

这套训练册可以根据不同情况灵活使用，有的可在课前预习时做，有的可在课堂上做，有的也可作为课外练习。究竟在什么时间做为好，应由任课老师根据教学的实际情况对学生进行具体指导。

河南教育出版社

一九八六年七月

目 录

第一章 直线	(1)
一 有向线段、定比分点	(1)
二 直线的方程	(14)
三 两条直线的位置关系	(35)
第二章 圆锥曲线	(57)
一 曲线和方程	(57)
二 圆	(78)

第一章 直线

一 有向线段、定比分点

1.1 有向线段、两点的距离

1. 填空:

- (1) 若有向线段 $\overline{AB}$ 的方向和数轴的方向相同, 且 $|\overline{AB}| = 3$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$, $BA = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 如果数轴上任意两点 A 、 B 的坐标分别是 x_1 、 x_2 , 那么有向线段 $\overline{AB}$ 的数量的计算公式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. 选择题:

下面各小题均给出了代号为 A 、 B 、 C 、 D 的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 把正确结论的字母代号填写在题后的圆括号内.

- (1) 设 A 、 B 、 C 是同一直线上的三个点, 那么不论它们的位置怎样, 恒成立的是
- (A) $AB + BC = 0$; (B) $AB + BC = AC$;
(C) $AB + BC = CA$; (D) $BC + CA = AB$.

[答] ()

- (2) 在 x 轴上 A 点的横坐标为 -3 , B 点也在 x 轴上, 且 $AB = -2$, 则 B 点的横坐标是

(A) -2 ; (B) 2 ;

(C) -5 ; (D) 1 .

[答] ()

(3) 在 y 轴上 A 点的纵坐标为 -3 , 并且 B 点也在 y 轴上, 而 $BA=5$, 则 B 点的纵坐标是

(A) 5 ; (B) -8 ;

(C) 8 ; (D) 2 .

[答] ()

(4) 点 $P(a, b)$ 到 x 轴的距离是

(A) a ; (B) $|a|$;

(C) b ; (D) $|b|$.

[答] ()

(5) 点 $Q(a, b)$ 到 y 轴的距离是

(A) $|a|$; (B) $|b|$;

(C) a ; (D) b .

[答] ()

3. 如果 A, B, C, D 是数轴上的四点, $AB=5$, $BC=-3$, $CD=7$, E, F 分别为有向线段 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 的中点, 求 AC, BD, BF, BE .

解:

4. 在平面直角坐标系中作出 $A(-3, 2)$ 、 $B(2, -1)$ 两点。然后过 A 、 B 分别作 x 轴的垂线，垂足分别是 C 、 D ；再过 A 、 B 分别作 y 轴的垂线，垂足分别是 E 、 F ，则有向线段 $\overline{CD}$ 和 $\overline{EF}$ 分别叫做有向线段 $\overline{AB}$ 在 x 轴、 y 轴的投影，试求 CD 、 $|CD|$ 、 EF 、 $|EF|$ 。

解：置点 $A(0, 0)$ 于 $(0, 0)$ 点， $B(2, -1)$ 点， $C(2, 0)$ 点， $D(0, -1)$ 点， $E(0, 2)$ 点， $F(2, -1)$ 点。

5. 选择题：

下面各小题都给出了代号为 A 、 B 、 C 、 D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的字母代号填写在题后的圆括号内。

- (1) 已知点 $A(0, -3)$ 、 $B(0, 3)$ 、 $C(3\sqrt{3}, 0)$ ，则此三点连线构成的图形是

(A) 钝角三角形； (B) 等边三角形；

(C) 直角三角形； (D) 不是三角形。

- (2) $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(5, 2)$ 、 $B(-4, 5)$ 、 $C(-2, 1)$ ，那么它的外心坐标为

(A) $(1, 5)$ ； (B) $(5, 1)$ ；

(C) $(1, -1)$ ； (D) $(2, -1)$ 。

- (3) 已知两点 $A(-5, 3)$ 、 $B(3, 4)$ ，在第二、四象限

平分线上求一点 P ，使 $\frac{|PA|}{|PB|} = \sqrt{2}$ ，则 P 点坐标

为

- (A) $(2, 4)$ 或 $(-2, -4)$;
(B) $(2, -2)$ 或 $(4, -4)$;
(C) $(2, -4)$ 或 $(4, -2)$;
(D) 以上都不是.

[答] ()

(4) 点 $(a+b, c)$ 、 $(b+c, a)$ 和 $(c+a, b)$ 的位置关系是

- (A) 同在一条直线上;
(B) 三点组成一个直角三角形;
(C) 三点之间两两距离相等;
(D) 以上答案都不对.

[答] ()

6. 填空:

- (1) 一条线段的长是 5 个单位, 它的一个端点是 $A(2, 1)$, 另一个端点 B 的横坐标是 -1 , 则端点 B 的纵坐标是 .
- (2) 已知两点 $A(-2, 5)$ 和 $B(x, y)$ 的距离等于 3, 若点 A 和点 B 在平行于 x 轴的直线上, 则点 B 的坐标为 ; 若点 A 和点 B 在平行于 y 轴的直线上, 则点 B 的坐标为 .
- (3) 点 $P(a, b)$ 关于 x 轴的对称点是 , 关于 y 轴的对称点是 , 关于原点的对称点是 .
- (4) 点 $A(3\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 与点 $B(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$ 的距离 $|AB| =$.
- (5) 点 $A(\sin\theta, \cos\theta)$ 与点 $B(\cos\theta, -\sin\theta)$ 的距离

$$|AB| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(6) 点 $P_1(at^2, 0)$ 与点 $P_2(as^2, 2ast)$ ($a < 0$) 的距离 $|P_1P_2| = \underline{\hspace{2cm}}.$

(7) 已知点 $A(x, 0)$ 到点 $B(-1, -2)$ 和点 $C(2, 2)$ 的距离相等, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}.$

(8) y 轴上一点 P 到点 $M(3, 4)$ 的距离等于 5, 则 P 点的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

(9) 点 A 的横、纵坐标相等, 且到点 $B(2, 3)$ 的距离等于 5, 则点 A 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

7. $\triangle ABC$ 是边长为 a 的正三角形, O 是 AB 边的中点, 以 O 为原点, AB 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系, 求顶点 A, B, C 的坐标.

解:

8. $ABCD$ 是平行四边形, 对角线 AC, BD 交于 O 点, 以 O 为原点, BC 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系. 若 A 点的坐标是 (a, b) , B 点的坐标是 $(c, 0)$, 求 C 点和 D 点的坐标.

解:

高为 h 的等腰梯形 $ABCD$ ， $A(0,0)$ ， $B(a,0)$ ， $C(b,h)$ ， $D(0,h)$ 。

(3) 已知点 $A(0,0)$ ， $B(1,-1)$ ， $C(2,2)$ ，求点 D 的坐标。

解：设点 $D(x,y)$ ，由题意得

(1) $|AD| = |BC|$ ，即 $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (2+1)^2}$ ，即 $x^2 + y^2 = 10$ 。

(2) $|AB| = |DC|$ ，即 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2}$ ，即 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$ 。

由 (1) 和 (2) 得 $x^2 + y^2 = 10$ 和 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$ 。

解得 $x = 3$ ， $y = 1$ 或 $x = 1$ ， $y = 3$ 。

所以点 D 的坐标为 $(3,1)$ 或 $(1,3)$ 。

9. $ABCD$ 是等腰梯形， O 是下底 CD 的中点，以 O 为原

点， DC 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系，证明，

$$|AC| = |DB|.$$

证明：设 $CD = 2a$ ，则 $C(-a,0)$ ， $D(a,0)$ ， $O(0,0)$ 。

因为 $ABCD$ 是等腰梯形，所以 $AB \parallel CD$ ，且 $AB < CD$ 。

设 $AB = 2b$ ，则 $A(-b,h)$ ， $B(b,h)$ ，其中 h 为梯形的高。

于是 $|AC| = \sqrt{(-a+b)^2 + h^2}$ ， $|DB| = \sqrt{(a-b)^2 + h^2}$ 。

因为 $(-a+b)^2 = (a-b)^2$ ，所以 $|AC| = |DB|$ 。

证毕。

10. 证明：矩形的对角线相等。

证明：设矩形的四个顶点为 $A(0,0)$ ， $B(a,0)$ ， $C(a,b)$ ， $D(0,b)$ 。

则 $|AC| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ， $|BD| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。

所以 $|AC| = |BD|$ 。

证毕。

空制

最远点中前B(1, 4)和(3, 5) (1)

最远点中前C(2, -3)和D(1, -1) (2)

1.2 线段的定比分点

量制

1. 如图 1, 点 P 分有向线段

$\overline{P_1P_2}$ 所成的定比 $\lambda_1 =$ _____

_____, 点 P 分有向线段 $\overline{P_2P_1}$ 所

成的定比 $\lambda_2 =$ _____.

2. 如图 2, 点 P 分有向线段

$\overline{P_1P_2}$ 所成的定比 $\lambda_1 =$ _____

_____, 点 P 分有向线段 $\overline{P_2P_1}$ 所

成的定比 $\lambda_2 =$ _____.

3. 已知 $A(-1, 0)$ 、 $B(5, 6)$, 求将 AB 分成三等分的两个分点 P 和 Q 的坐标.

解:

4. 填空:

(1) 连结 $A(2, 3)$ 和 $B(4, 7)$ 所成线段 AB 的中点坐标是_____.

(2) 连结 $C(-1, 1)$ 和 $D(5, -3)$ 所成线段 CD 的中点坐标是_____.

5. 已知 λ 是点 P 分有向线段 P_1P_2 所成的定比, 填写下表:

P_1 点的坐标	P_2 点的坐标	λ	P 点坐标
$(1, 1)$	$(4, -2)$	2	$(\quad, \quad)$
$(2, 3)$	$(3, -5)$	$-\frac{2}{3}$	$(\quad, \quad)$
$(2, 0)$	$(-1, 5)$	$-\frac{3}{5}$	$(\quad, \quad)$
$(-4, 1)$	$(2, 7)$	10	$(\quad, \quad)$
$(-4, -1)$	$(1, 2)$		$(2, 3)$
$(3, 3)$	$(-5, \quad)$		$(-7, -2)$
$(-2, \quad)$	$(\quad, -1)$	3	$(1, -3)$

6. 已知点 $P_1(-1, -4)$, 点 $P_2(3, 5)$, 点 P 的纵坐标是-2, 求点 P 分有向线段 P_2P_1 所成的定比 λ 及点 P 的横

解:

(2) $\frac{b_1 b_2}{b_1' b_2'} = \frac{2}{3}$, 点 P 在线段 $P_1 P_2$ 的延长线上。

(1) 2004年12月31日

7. 已知 $A(-1, -6)$, $B(3, 0)$, 延长 BA 至 C , 使

$|AC| = \frac{1}{3} |AB|$, 求C点的坐标.

解:

8. 已知点 $P_1(4, -3)$ 和 $P_2(-2, 6)$, 求适合下列条件的点 P 的坐标.

$$(1) \left| \frac{P_1P}{PP_2} \right| = 3, \text{ 点 } P \text{ 在线段 } P_1P_2 \text{ 的延长线上,}$$

$$(2) \left| \frac{PP_1}{PP_2} \right| = \frac{2}{3}, \text{ 点 } P \text{ 在线段 } P_2P_1 \text{ 的延长线上.}$$

解: (1)

已知: $A(1, 3)$ 和 $B(4, 7)$ 所成线段 AB 的中点 M 的坐标

$$(2) \text{ 求点 } C \text{ 的坐标, 使 } |AC| = \frac{1}{3} |AB|.$$

9. 点 M 分有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 的比为 $-\frac{1}{4}$, 点 N 分有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 的比为 $\frac{1}{3}$, 求点 P_1 分有向线段 $\overline{MN}$ 的比.

解:

() [答]

(3) 点 P 在直线 AB 上, 且 $AP:PB = 1:2$, 求点 P 的坐标.

公理, $A = -1$, 果破

合重, P 点 (A)

合重, P 点 (B)

代文, P 点 (C)

重, P 点 (D)

() [答]

(4) 平面上点 $A(-2, 1)$, $B(1, 4)$, $D(1, -3)$

10. 选择题.

下面各小题都给出了代号为A、B、C、D的四个结论, 其中只有一个结论是正确的, 把正确结论的字母代号写在题后的圆括号内.

(1) 已知同在一直线上的三个点 $A(-3, 3)$ 、 $B(3, 1)$ 和 $C(6, 0)$, 此直线上有点 D , 使 $\frac{AD}{DC} = -\frac{AB}{BC}$,

则 D 点坐标为

(A) $(-9, -3)$; (B) $(15, -3)$;

(C) $(-3, 15)$; (D) 以上都不是.

[答] ()

(2) 已知 $M(-1, 0)$ 、 $N(5, 6)$ 、 $P(3, 4)$. P 为分有向线段 $\overline{MN}$ 的定比分点, 那么定比 λ 的值为

(A) $\frac{1}{3}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{2}{3}$; (D) $\frac{3}{4}$

- (C) 2; (D) 3.

[答] ()

(3) 点 P 把有向线段 $\overline{P_1P_2}$ 分成 $\overline{P_1P}$ 与 $\overline{PP_2}$ 的比 $\lambda = \frac{P_1P}{PP_2}$,

如果 $\lambda = -1$, 那么

- (A) P 与 P_1 重合;
(B) P 与 P_2 重合;
(C) P 在线段 P_1P_2 之外;
(D) P 点不存在.

[答] ()

(4) 平面上有点 $A(-2, 1)$ 、 $B(1, 4)$ 、 $D(4, -3)$,

点 C 在直线 AB 上, $\frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$, 延长 DC 到 E , 使

$\frac{CE}{ED} = -\frac{1}{4}$, 则 E 点坐标为

- (A) $(0, 1)$; (B) $(0, 1)$ 或 $(\frac{6}{3}, \frac{11}{3})$;
(C) $(-\frac{8}{3}, \frac{11}{3})$; (D) $(-8, -\frac{5}{3})$.

[答] ()

(5) 已知 $\triangle ABC$ 顶点坐标分别为 $A(7, 11)$ 、 $B(1, 5)$ 、 $C(12, 9)$, 那么它的重心坐标为

- (A) $(\frac{20}{3}, \frac{40}{3})$; (B) $(\frac{20}{3}, \frac{50}{3})$;
(C) $(\frac{20}{3}, \frac{25}{3})$; (D) 以上都不是.

[答] ()