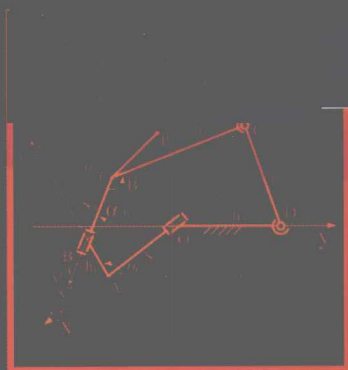


# 连杆机构尺度

## 综合的谐波特征参数法

• 褚金奎 孙建伟 著 •



科学出版社

[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 连杆机构尺度综合的谐波 特征参数法

褚金奎 孙建伟 著

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书借助于傅里叶级数理论,将连杆机构输出运动用一维、二维及三维傅里叶级数描述出来。在此基础上,借助快速傅里叶变换这一工具,对不同类型连杆机构输出的谐波特征参数进行分析,找到谐波特征参数与机构尺寸之间的关系,从而得到利用连杆机构输出特征参数进行尺度综合的一般方法;并以典型的平面四杆、平面五杆机构,空间球面四杆、空间 RCCC 和空间 RRSS 机构,以及齿轮四杆、齿轮五杆机构等为应用对象,详细讨论它们相关的多点、多位置、带时标全参数函数综合、轨迹综合和刚体导引综合方法,并对它们进行实际的设计,给出相应的综合公式、步骤、算例。

本书可供从事机械设计、机构学研究的工程技术人员和研究人员及大专院校相关专业的教师和学生参考阅读。

### 图书在版编目(CIP)数据

连杆机构尺度综合的谐波特征参数法 / 褚金奎,孙建伟著. —北京:科学出版社,2010.2

ISBN 978-7-03-026648-4

I. ①连… II. ①褚…②孙… III. ①连杆机构-谐波-特征-参数 IV. ①TH112.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 019475 号

责任编辑:王志欣 孙 芳 于宏丽 / 责任校对:鲁 素

责任印制:赵 博 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2010年2月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2010年2月第一次印刷 印张:16 1/4

印数:1—2 500 字数:314 000

定价:50.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换<双青>)

## 前 言

科技的发展使人类正在经历一场新的技术和产业革命,其主要标志是以计算机来部分代替人的脑力劳动。现代机械已大不同于 19 世纪机械的概念,其特征是具有计算机信息处理和控制手段,从而促使机构学研究内容也发生了广泛、深刻的变化。近年来,机构学研究的深度和广度在不断延伸,新的理论和方法不断涌现,尤其是计算机应用的普及为机构学研究向设计智能化发展创造了条件,使机构学的研究迸发出新的活力。

发明创造新机器和改进现有机器的性能永远是机构学的主题。机构的尺度综合就是按照给定的设计要求设计出满足人们需要的机器。尽管前人在这方面做了大量的研究工作,并取得了丰富的成果,但是,仍存在许多问题没有得到很好的解决。利用点位约束进行机构尺度综合的传统几何法和代数法都不可避免地会遇到点位数目受到限制、建立的求解方程组求解困难、求解结果存在分支、顺序等一系列问题。能不能从一种新的角度来探索机构的尺度综合是作者长期以来思考的问题。基于机构的输出运动(函数、轨迹和导向)都是周期性运动的特点,利用机构输出运动的频域特征进行机构的尺度综合不失为一个比较好的思路。为此,作者及其周围研究群体进行了二十多年的探索,基本上形成了以机构输出运动的谐波特征参数为特征的机构尺度综合新方法雏形,本书将相关研究结果汇集成册,“抛砖”于从事机构设计和机构尺度综合研究的同行,以期逐渐形成一种有别于传统方法的多点、多位置、带时标的全参数高效机构综合方法。

采用机构谐波特征参数法进行连杆机构尺度综合的基本思路可以归纳为:建立机构的输出特性描述;提取特征参数(用机器语言编码);建立相应的输出特征参数数值图谱;确定机构基本尺寸型,推导机构实际尺寸及安装参数与机构输出谐波参数之间的关系式等。其关键问题是机构输出特性的数学表示、特征参数的提取识别、机构基本尺寸型的确定和机构实际尺寸及安装参数的计算。

本书借助于傅里叶级数理论,将连杆机构输出运动用一维、二维及三维傅里叶级数描述出来:一维输出函数表示连杆机构中连架杆输出函数或刚体导引机构中连杆的转角输出函数;二维输出函数表示平面连杆机构连杆上任一点的输出轨迹;三维输出函数表示空间连杆机构连杆上任一点的输出轨迹。在此基础上,借助快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)这一工具,对不同类型连杆机构输出的谐波特征参数进行分析,从而找到解决连杆机构尺度综合的一般方法;并以典型的平面四杆、平面五杆机构,齿轮四杆、齿轮五杆机构,空间球面四杆、空间 RCCC

机构和空间 RRSS 机构为应用对象,详细讨论了它们多点、多位置、带时标的全参数函数综合、轨迹综合和刚体导引综合的一般方法,并进行了实际的设计,给出了相应的综合步骤、算例和结果。

本书是作者及其周围学者群体多年来有关研究成果的系统总结,孙建伟博士、吴鑫博士、吴琛硕士、李连成硕士等与作者合作完成了本书所涉及的有关研究内容,尤其是孙建伟博士在初稿的整理工作中承担了较多的工作,在此深表感谢。

本书所涉及的研究工作得到了中国石油化工股份有限公司金陵分公司杨廷力教授,西安理工大学曹维庆教授、张华容教授,北京航空航天大学张启先院士,大连理工大学王立鼎院士的热情鼓励和帮助,在此一并表示衷心的感谢。

全书承杨廷力教授的悉心审阅并提出许多宝贵意见,谨向杨廷力教授致以衷心的感谢。

由于作者水平有限,本书难免存在疏漏,敬请读者批评指正。

褚金奎

2009 年 10 月 16 日于大连

# 目 录

## 前言

|                                          |    |
|------------------------------------------|----|
| <b>第 1 章 绪论</b> .....                    | 1  |
| 1.1 机构综合简介 .....                         | 1  |
| 1.2 连杆机构尺度综合的现状 .....                    | 2  |
| 1.3 本书的研究方法 .....                        | 5  |
| 参考文献.....                                | 7  |
| <b>第 2 章 连杆机构输出的傅里叶级数描述及特征参数提取</b> ..... | 9  |
| 2.1 概述 .....                             | 9  |
| 2.2 傅里叶级数和 FFT 简介 .....                  | 10 |
| 2.2.1 周期性复函数复指数形式的傅里叶级数展开式 .....         | 10 |
| 2.2.2 离散傅里叶变换 .....                      | 10 |
| 2.2.3 FFT .....                          | 11 |
| 2.3 连杆机构三维运动输出的傅里叶级数表达式.....             | 11 |
| 2.4 傅里叶级数描述连杆机构输出的几何意义.....              | 15 |
| 2.4.1 一维傅里叶级数描述连杆机构输出的几何意义 .....         | 15 |
| 2.4.2 二维傅里叶级数描述连杆机构输出的几何意义 .....         | 17 |
| 2.4.3 三维傅里叶级数描述连杆机构输出的几何意义 .....         | 19 |
| 2.5 连杆机构输出特征参数提取.....                    | 22 |
| 参考文献 .....                               | 22 |
| <b>第 3 章 连杆机构的函数综合</b> .....             | 24 |
| 3.1 概述.....                              | 24 |
| 3.2 基本理论.....                            | 24 |
| 3.3 平面四杆机构函数综合.....                      | 26 |
| 3.3.1 平面四杆机构的数学模型及谐波分析 .....             | 26 |
| 3.3.2 平面四杆机构输出函数数值图谱的建立 .....            | 28 |
| 3.3.3 平面四杆机构函数综合的优化 .....                | 28 |
| 3.3.4 平面四杆曲柄摇杆机构函数综合的步骤 .....            | 29 |
| 3.3.5 综合算例.....                          | 29 |
| 3.3.6 平面四杆曲柄滑块机构的数学模型及谐波分析 .....         | 32 |
| 3.3.7 平面四杆曲柄滑块机构输出函数数值图谱的建立 .....        | 34 |

|       |                               |    |
|-------|-------------------------------|----|
| 3.3.8 | 平面四杆曲柄滑块机构函数综合的步骤 .....       | 34 |
| 3.3.9 | 综合算例 .....                    | 35 |
| 3.4   | 平面五杆机构函数综合 .....              | 37 |
| 3.4.1 | 平面五杆机构的数学模型及谐波分析 .....        | 37 |
| 3.4.2 | 平面五杆机构输出函数数值图谱的建立 .....       | 38 |
| 3.4.3 | 平面五杆机构函数综合的优化 .....           | 39 |
| 3.4.4 | 平面五杆机构函数综合的步骤 .....           | 39 |
| 3.4.5 | 综合算例 .....                    | 40 |
| 3.5   | 球面四杆机构函数综合 .....              | 43 |
| 3.5.1 | 球面四杆机构的数学模型 .....             | 43 |
| 3.5.2 | 球面四杆机构输出杆转角的谐波分析 .....        | 44 |
| 3.5.3 | 球面四杆机构函数综合的优化 .....           | 45 |
| 3.5.4 | 球面四杆机构函数综合的步骤 .....           | 46 |
| 3.5.5 | 综合算例 .....                    | 46 |
| 3.6   | 空间 RCCC 机构函数综合 .....          | 51 |
| 3.6.1 | 空间 RCCC 机构输出函数的数学模型 .....     | 51 |
| 3.6.2 | 空间 RCCC 机构输出转角的傅里叶级数展开式 ..... | 53 |
| 3.6.3 | 空间 RCCC 机构输出位移的傅里叶级数展开式 ..... | 53 |
| 3.6.4 | 空间 RCCC 机构基本尺寸型的确定 .....      | 54 |
| 3.6.5 | 数值图谱的建立和模糊识别 .....            | 56 |
| 3.6.6 | 空间 RCCC 机构函数综合的步骤 .....       | 57 |
| 3.6.7 | 综合算例 .....                    | 58 |
| 3.7   | 空间 RSSR 机构函数综合 .....          | 63 |
| 3.7.1 | 空间 RSSR 机构输出函数的数学模型 .....     | 63 |
| 3.7.2 | 空间 RSSR 机构输出函数的谐波分析 .....     | 64 |
| 3.7.3 | 数值图谱的建立和模糊识别 .....            | 66 |
| 3.7.4 | 空间 RSSR 机构尺寸优化 .....          | 68 |
| 3.7.5 | 空间 RSSR 机构函数综合的步骤 .....       | 68 |
| 3.7.6 | 综合算例 .....                    | 69 |
|       | 参考文献 .....                    | 71 |
| 第 4 章 | 平面连杆机构轨迹综合 .....              | 73 |
| 4.1   | 概述 .....                      | 73 |
| 4.2   | 基本理论 .....                    | 74 |
| 4.2.1 | 连杆机构的连杆摆动函数 .....             | 74 |
| 4.2.2 | 连杆机构数值图谱的建立及尺度综合 .....        | 75 |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 4.2.3 本章主要工作 .....                 | 76  |
| 4.3 平面四杆机构轨迹综合 .....               | 77  |
| 4.3.1 平面四杆机构连杆轨迹的数学描述 .....        | 77  |
| 4.3.2 在标准和一般配置下傅里叶级数展开式 .....      | 77  |
| 4.3.3 平面四杆机构尺寸型谐波特征参数的定义与提取 .....  | 80  |
| 4.3.4 曲柄-摇杆机构的空间模型和尺寸型 .....       | 82  |
| 4.3.5 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 85  |
| 4.3.6 平面四杆机构轨迹综合的步骤 .....          | 86  |
| 4.3.7 平面四杆机构轨迹综合的算例 .....          | 87  |
| 4.4 平面五杆机构轨迹综合 .....               | 95  |
| 4.4.1 利用五杆 Grashof 准则进行机构分类 .....  | 96  |
| 4.4.2 两类典型五杆双输入机构的尺寸约束和尺寸型 .....   | 101 |
| 4.4.3 A类平面五杆机构连杆轨迹的数学描述 .....      | 102 |
| 4.4.4 B类平面五杆机构连杆轨迹的数学描述 .....      | 104 |
| 4.4.5 两类平面五杆机构的机构特征参数的提取与定义 .....  | 105 |
| 4.4.6 两类平面五杆机构的机构特征参数数值图谱的建立 ..... | 110 |
| 4.4.7 利用平面五杆机构数值图谱进行机构轨迹综合 .....   | 111 |
| 4.4.8 平面五杆机构轨迹综合的步骤 .....          | 113 |
| 4.4.9 综合算例 .....                   | 114 |
| 4.5 单回路平面六杆机构轨迹综合 .....            | 121 |
| 4.5.1 常用单回路平面六杆机构的类型和尺寸型 .....     | 121 |
| 4.5.2 平面六杆机构连杆轨迹的数学描述与谐波分析 .....   | 123 |
| 4.5.3 连杆轨迹生成的一般公式和数值图谱 .....       | 125 |
| 4.5.4 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 127 |
| 4.5.5 平面六杆机构连杆轨迹尺度综合的步骤 .....      | 129 |
| 4.5.6 综合算例 .....                   | 129 |
| 参考文献 .....                         | 132 |
| 第5章 平面刚体导引机构和齿轮连杆机构尺度综合 .....      | 134 |
| 5.1 概述 .....                       | 134 |
| 5.2 平面四杆机构刚体导引综合 .....             | 134 |
| 5.2.1 平面四杆机构刚体导引的数学描述 .....        | 135 |
| 5.2.2 连杆转角函数曲线 .....               | 135 |
| 5.2.3 数值图谱的建立 .....                | 136 |
| 5.2.4 机构基本尺寸型的模糊识别与选取 .....        | 137 |
| 5.2.5 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 137 |



|        |                              |     |
|--------|------------------------------|-----|
| 5.2.6  | 平面四杆机构刚体导引综合的步骤及综合算例 .....   | 138 |
| 5.2.7  | 平面四杆机构刚体导引综合的尺度优化 .....      | 142 |
| 5.2.8  | 优化算例 .....                   | 143 |
| 5.3    | 平面五杆机构刚体导引综合 .....           | 144 |
| 5.3.1  | 平面五杆机构刚体导引的数学描述 .....        | 144 |
| 5.3.2  | 平面五杆机构基本尺寸型的确定 .....         | 146 |
| 5.3.3  | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 147 |
| 5.3.4  | 平面五杆机构刚体导引综合的步骤和综合算例 .....   | 149 |
| 5.4    | 齿轮四杆机构尺度综合 .....             | 153 |
| 5.4.1  | 齿轮四杆机构连杆轨迹的数学描述 .....        | 153 |
| 5.4.2  | 齿轮四杆机构连杆轨迹的谐波分析 .....        | 153 |
| 5.4.3  | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 154 |
| 5.4.4  | 齿轮四杆机构轨迹综合的步骤 .....          | 155 |
| 5.4.5  | 齿轮四杆机构轨迹综合算例 .....           | 155 |
| 5.4.6  | 齿轮四杆机构刚体导引的数学描述 .....        | 157 |
| 5.4.7  | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 158 |
| 5.4.8  | 齿轮四杆机构刚体导引综合的步骤 .....        | 158 |
| 5.4.9  | 齿轮四杆机构刚体导引综合算例 .....         | 158 |
| 5.5    | 齿轮五杆机构尺度综合 .....             | 161 |
| 5.5.1  | 齿轮五杆机构连杆轨迹的数学描述 .....        | 161 |
| 5.5.2  | 齿轮五杆机构连杆轨迹的谐波分析 .....        | 162 |
| 5.5.3  | 齿轮五杆机构连杆轨迹数值图谱库的建立 .....     | 163 |
| 5.5.4  | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 164 |
| 5.5.5  | 齿轮五杆机构轨迹综合的步骤 .....          | 166 |
| 5.5.6  | 综合算例 .....                   | 166 |
| 5.5.7  | 齿轮五杆机构刚体导引的数学描述 .....        | 168 |
| 5.5.8  | 齿轮五杆机构输出刚体标线转角数值图谱库的建立 ..... | 170 |
| 5.5.9  | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 170 |
| 5.5.10 | 齿轮五杆机构刚体导引综合的步骤 .....        | 170 |
| 5.5.11 | 齿轮五杆机构刚体导引综合算例 .....         | 171 |
|        | 参考文献 .....                   | 173 |
| 第6章    | 空间连杆机构轨迹综合 .....             | 174 |
| 6.1    | 概述 .....                     | 174 |
| 6.2    | 基本理论 .....                   | 174 |
| 6.2.1  | 连杆机构的连杆转角函数 .....            | 174 |

|       |                              |     |
|-------|------------------------------|-----|
| 6.2.2 | 连杆机构的基本尺寸型及数值图谱的建立 .....     | 177 |
| 6.2.3 | 连杆机构实际安装参数理论计算公式的推导 .....    | 177 |
| 6.2.4 | 本章内容 .....                   | 177 |
| 6.3   | 球面四杆机构轨迹综合 .....             | 178 |
| 6.3.1 | 球面四杆机构数学模型的建立 .....          | 178 |
| 6.3.2 | 球面四杆机构连杆轨迹的谐波分析 .....        | 180 |
| 6.3.3 | 球面四杆机构连杆轨迹数值图谱的建立及模糊识别 ..... | 185 |
| 6.3.4 | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 186 |
| 6.3.5 | 球面四杆机构轨迹综合的步骤 .....          | 187 |
| 6.3.6 | 综合算例 .....                   | 188 |
| 6.4   | 空间 RCCC 机构轨迹综合 .....         | 195 |
| 6.4.1 | 空间 RCCC 机构连杆轨迹的数学表达式 .....   | 195 |
| 6.4.2 | 空间 RCCC 机构连杆轨迹的谐波分析 .....    | 198 |
| 6.4.3 | 空间 RCCC 机构连杆轨迹数值图谱的建立 .....  | 201 |
| 6.4.4 | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 203 |
| 6.4.5 | 空间 RCCC 机构轨迹综合的具体步骤 .....    | 204 |
| 6.4.6 | 综合算例 .....                   | 204 |
| 6.5   | 空间 RRSS 机构轨迹综合 .....         | 209 |
| 6.5.1 | 空间 RRSS 机构连杆轨迹的数学表达式 .....   | 209 |
| 6.5.2 | 空间 RRSS 机构连杆轨迹的谐波分析 .....    | 212 |
| 6.5.3 | 空间 RRSS 机构连杆轨迹数值图谱的建立 .....  | 216 |
| 6.5.4 | 机构实际尺寸及安装位置参数的理论求解公式 .....   | 218 |
| 6.5.5 | 空间 RRSS 机构轨迹综合的步骤 .....      | 219 |
| 6.5.6 | 综合算例 .....                   | 219 |
|       | 参考文献 .....                   | 226 |
| 第 7 章 | 谐波特征参数法在连杆曲线分析中的应用 .....     | 227 |
| 7.1   | 概述 .....                     | 227 |
| 7.2   | 平面四杆机构轨迹特性 .....             | 228 |
| 7.2.1 | 平面四杆机构连杆轨迹的谐波分析 .....        | 228 |
| 7.2.2 | 关于机构尺寸型谐波特征参数的三个发现 .....     | 229 |
| 7.2.3 | 同源机构与机构的尺寸型 .....            | 232 |
| 7.2.4 | 综合算例 .....                   | 233 |
| 7.2.5 | 曲线同源机构的构成特性 .....            | 234 |
| 7.2.6 | 实例验证 .....                   | 236 |
| 7.2.7 | 曲线同源机构传动角 .....              | 238 |

---

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 7.3 平面五杆双输入机构输出性能分析 .....       | 238 |
| 7.3.1 常用平面五杆机构的类型及尺度约束 .....    | 238 |
| 7.3.2 输出函数图谱的谐波特征分析 .....       | 241 |
| 7.3.3 影响连杆曲线特性的尺度参数的选择及分析 ..... | 242 |
| 7.4 球面四杆机构轨迹特性 .....            | 243 |
| 7.4.1 球面四杆机构连杆轨迹的谐波分析 .....     | 243 |
| 7.4.2 球面四杆机构连杆轨迹谐波参数的三个发现 ..... | 245 |
| 7.4.3 结论 .....                  | 249 |
| 参考文献 .....                      | 249 |

# 第 1 章 绪 论

## 1.1 机构综合简介

机构学又称机构和机器理论(简称机械原理)。18 世纪下半叶,第一次工业革命促进了机械工程学科的迅速发展,机构学在原来的机械力学基础上发展成为一门独立的学科,通过对机构的结构学、运动学和动力学的研究形成了机构学独立的体系和研究内容,对 18~19 世纪纺织机械、蒸汽机、内燃机的发明及结构的完善,以及机械化和工业化的实现起了极大的推动作用。

早期的机构学将机构的概念局限于具有确定相互运动的刚性构件系统,而且将机构的运动副视为没有间隙。构件的刚性和运动副中的无间隙假设使机构的运动学和动力学研究大为化简,方便建立一套适合当时发展水平的学科体系。同时,早期的机构学将机器的概念局限于由原动机、传动机械和工作机械组成,用于代替人类的劳动。从当时发展水平来看,“机械化”是看成对人类双手的巧妙延伸,“机械化”的作用十分显著,至今还在广泛应用。

现代机械已大不同于 19 世纪机械的概念,其特征是具有计算机信息处理和控制手段,从而促使机构学发生了广泛、深刻的变化。作为一门传统学科,机构学中的一些研究方法已逐步被新方法所取代,与此同时,现代科技的发展又为其提出了新的研究课题,提供了新的研究手段,开辟了新的研究领域。可以说,机构学已经由单纯研究机构的结构学、运动学、动力学发展成为一门研究基于各种不同原理的机构的功能、类型、设计方法,以及机器的运动状态和特性、控制方式的技术基础学科。近年来,机构学研究的深度和广度在不断地延伸,新的理论和方法不断地涌现,尤其是随着计算机应用的逐渐普及,为机构学研究向设计智能化发展创造了条件,使机构学的研究迸发出新的活力。

对典型机构,机构学主要研究以下两个方面的问题:一是机构分析,即根据给定机构类型的机构简图,研究机构的运动特性和动力特性,为机构综合提供理论依据;二是机构综合,即根据预期的运动特性和动力特性设计机构类型及运动简图。机构综合的实质是按照给定的设计要求对机构进行系统的设计,其综合的全过程包括数综合、型综合和尺度综合,数综合、型综合又称为类型综合。机构综合着重于机构的创造性构思、发明和创新性设计。尽管前人在这方面做了大量的研究工作,并取得了丰富的成果,但是,仍有许多问题没有得到很好的解决。

## 1.2 连杆机构尺度综合的现状

机构的尺度综合是按照给定的运动要求或动力要求确定机构类型,决定机构的各杆尺寸,它分为运动学综合与动力学综合两部分。传统的连杆机构尺度综合通常是指运动学综合,根据所要实现的从动件的不同运动规律,一般将机构尺度综合分为三个基本问题<sup>[1]</sup>:

(1) 刚体导引机构综合(位置综合)。这种综合要求连杆机构能够导引某刚体按规定次序精确地经过若干个给定的位置,其中,既包括对连杆轨迹的要求,也包括对刚体转角的要求。

(2) 函数生成机构综合。该综合要求连杆机构的输入和输出构件间的位移满足预先给定的函数关系,即对于给定的输出函数  $y = f(x)$ , 综合出能够实现该函数的一个连杆机构。

(3) 轨迹生成机构综合。该综合要求连杆机构中连杆上某点沿给定的轨迹运动。

机构尺度综合的理论发展已历经一个多世纪,从总的方面可以分为以下三种方法:几何作图法、代数法和图谱法。

### 1) 几何作图法

几何作图法始于1876年,德国学者 Burmester 从纯几何学的角度出发,通过研究平面刚体的3个、4个及5个有限接近位置的运动关系,提出了原点曲线和圆心曲线(统称 Burmester 曲线)的概念,为机构综合的图解法提供了理论基础<sup>[2]</sup>。Euler、Ball<sup>[3]</sup>、Hartmann<sup>[4]</sup>等学者通过对连杆机构运动几何学问题的研究,建立起了平面机构运动几何学的经典理论,为平面连杆机构的运动综合奠定了坚实的理论基础。几何作图法对机构的尺度综合在理论上和方法上都起到了巨大的推动作用,在今天的研究中仍占有一定的位置。运用几何作图法进行机构综合的主要优点是概念清晰,易于理解和掌握,但也存在以下不足:

(1) 采用精确点求解时,实现的点数受到了严格的限制,对于高阶综合时,点数就更少。

(2) 进行高阶综合需要严格地给定相应的低阶运动参数。

(3) 综合过程中,存在顺序及分支问题,且由于作图误差大,综合精度较低。

### 2) 代数法(或解析法)

Chebyshev<sup>[5]</sup>等为代表的俄国学派提出了平面连杆机构综合的代数法,这种方法以函数逼近为理论基础,其基本思想是用一个与给定函数相差很小的函数来近似代替给定函数,即近似给出给定函数偏差的表达式通过解算这些偏差表达式获得有关连杆机构的尺寸参数。用代数法进行机构尺度综合的总体思路为:建立

方程、求解方程、方案优选。代数法具体可以分为精确点法、优化法、近似运动综合法三类。

(1) 精确点法。精确点法是以回路约束或位移矩阵<sup>[6]</sup>(杆、副约束法)为基础建立设计方程的综合方法。方程求解广泛采用的是迭代法或优化法;对于一些较为简单的机构,也有采用线性叠加法<sup>[7]</sup>。一般,这些方法得到的解并不一定是全解和能够满足设计要求的解(如曲柄存在条件、无分支、运动顺序等)。文献[8]、[9]将连续法(即同伦算法)引入了机构学,连续法的优点是在理论上可以求得其方程的全解。文献[10]用吴方法对平面四杆机构刚体导引综合问题进行了研究,通过将一组非线性方程转化为等价的三角方程组,求得了封闭式的解析解。文献[11]将数学上的 Galerkin 法用于函数综合,实现了三个位置及五个位置的函数综合。

(2) 优化法。优化法是在运动分析基础上建立数学模型的方法。它的基本思路是寻求一组设计变量  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ , 满足约束条件  $G_n(\mathbf{X}) \leq 0$  及  $H_V(\mathbf{X}) = 0$ , 使目标函数  $F(\mathbf{X})$  达到极小值,其特点是不一定需要写出运动综合的方程式<sup>[12]</sup>。但优化法求解受到初值选取、目标函数性态及寻优方法的影响,一般难以得到稳定的全域解,只能得到局部的优化解。

(3) 近似运动综合法。当要求的精确位置数(即建立的方程数目)大于机构参变量数目时,一般采用近似运动尺度综合<sup>[13,14]</sup>。近似运动综合法主要有函数逼近法和最优化法。函数逼近法的基本思想是通过综合问题进行分析并作必要近似,建立一个方程个数与未知量个数相等的方程组,求解该方程组得到机构参数。最优化法的基本思想是根据机构的设计要求建立精确的数学模型,再用优化方法近似求得数学模型的极小值。它的关键问题是数学模型的建立,难点为初值的选定。多回路机构的尺度综合由于设计变量较多给优化求解增加了困难,所以,有些文献研究了非全参数综合问题<sup>[15,16]</sup>。它们是按照某种运动规律和功能要求将机构分解为二副杆串联单元,选定部分参数,然后建立方程进行求解。

用代数法解决机构的尺度综合问题时,所存在的问题如下:

(1) 采用精确点求解时,由于机构未知参数的数目受到限制,精确点数目亦受到限制。

(2) 建立显函数表示的综合方程难度大。

(3) 没有解决综合过程中的顺序和分支问题。

(4) 采用不同方法进行代数法综合时,均有相应的局限性,要么由于个别因素的影响,在方程的求解过程中存在求解困难;要么由于采用方法的不同而影响综合结果的精度。另外,代数法的数值运算工作量大,且不够直观,出现错误时,不易查找和给出解决的途径。

### 3) 图谱法

传统图谱法是利用编纂汇集的连杆曲线图册来设计平面连杆机构。使用图谱法可从连杆曲线图册中查到与所要求实现的轨迹非常接近的连杆曲线,从而确定该机构的参数,使设计过程大大简化。图谱法可以分为两种。

(1) 传统曲线图谱法。采用连杆曲线图谱进行尺度综合,其主要特点是直观,可以把握机构大体的运动趋势和形状,避免了分支及顺序等问题。同时,它也可以为代数法、优化法及几何代数法提供设计初值。尺度综合的奠基者——Alt 一直致力于为设计者提供设计线图的研究工作,以使设计者能从线图很方便地获得满足实际要求的连杆机构的尺寸<sup>[17]</sup>。在国内,李学荣和杨基厚分别为平面机构建立了连杆曲线图谱和四杆机构的性能图谱<sup>[18,19]</sup>。由于传统图谱法存在着图谱数量有限、精度不高、查找费时等问题,再加上在三维空间上连杆曲线的形状随着投影面的不同而改变,因此,传统的绘制连杆曲线建立图谱的方法很难应用于空间连杆机构,所以,寻找新的连杆曲线描述形式就成为图谱法发展的必然趋势。

(2) 数值图谱法。采用数值图谱进行机构的尺度综合是近十几年的事情,它为机构的尺度综合带来了新的生机和活力,尤其为机构设计的智能化、自动化提供了一种行之有效的方法。

文献[20]定义了一个平面连杆曲线的外接矩形,将曲线与矩形交点的位置比例关系作为连杆曲线的特征参数建立了平面连杆机构的输出曲线数值图谱。文献[21]将四杆机构的参量采用模式分类法进行分类,将轨迹参量间的数学关系看成某种概率分布的模式,利用概率统计法对轨迹曲线进行聚类,然后采用 Hopfield 神经网络对各个小类中的曲线进行学习,并借助神经网络的连接权值存储这些曲线的特征信息来解决平面机构的轨迹综合问题。文献[22]借助傅里叶级数理论,通过预处理消除了平面四杆机构放缩、旋转及位置参数对连杆曲线谐波成分的影响,找到了建立平面机构连杆轨迹数值图谱的方法,进而通过建立的数值图谱解决了平面连杆机构轨迹综合问题。文献[23]提出了利用连杆轨迹曲线的自相关变换进行平面连杆机械轨迹综合的计算机方法,用该方法建立了已知连杆机构的轨迹曲线的特征参数数据库,从而可以在已建立的数据库中快速地查找出能够实现给定轨迹的连杆机构,以达到近似实现多点轨迹曲线的机构综合。文献[24]则根据封闭曲线的特点将曲线以曲线切线变化的周期性频谱参数表示存入计算机进行连杆曲线的尺度综合。文献[25]通过选取一些几何参数作为曲线图谱的特征参数,利用 CAD 中的图形处理技术来提取特征对数。文献[26]采用曲线离散点处曲率半径及相对转角作为局部特征参数表示平面连续曲线,建立包含多种机构轨迹数值图谱,利用遗传算法多点搜索实现多种机构的并行优化,将机构的型综合与尺度综合在一定范围内合二为一。文献[27]以数学形态学图像分析为基础,提出并建立了基于连杆曲线数学形态学形状谱的特征参数描述方法。文献[28]将小波多分

辨分析理论应用于提取连杆轨迹特征参数,并以此构造连杆曲线图谱库,建立了相应的轨迹评价和轨迹复演模型。

虽然众多学者借助不同的数学工具为连杆机构建立了数值图谱,通过归一化的方法消除了连杆曲线的放缩、旋转及安装位置对数值图谱中特征参数的影响,但现在存在的主要问题如下:

(1) 根据给定的设计要求得到机构基本尺寸型后,由于缺乏机构输出特征参数与尺寸参数的联系,机构的实际尺寸和安装尺寸参数仍然需要依靠代数法来确定。

(2) 对空间连杆机构还没有建立相应的数值图谱方法。

作者对平面四杆机构连杆曲线在频域内数学描述及谐波特征参数等问题进行了深入系统的研究<sup>[29]</sup>。由于同一类型的机构其尺寸型甚多,而同一机构连杆上生成的轨迹为无穷多,所以,要建立比较完整的曲线数值图谱其数量就相当繁冗,同时,也无法找出连杆轨迹与机构尺寸型之间的关系。这是“数值图谱”方法需要首先解决的问题。文献[30]~[32]在进行平面四杆机构连杆曲线的谐波参数分析时,发现了“谱结构定理”,初步揭示了连杆轨迹与机构尺寸型的内在联系。这一研究成果对于进一步全面揭示和研究连杆轨迹的生成与机构基本尺寸型之间的关系并且进行机构的尺度综合有着重要意义。文献[33]~[35]进一步将一维傅里叶级数和二维傅里叶级数结合起来,解决了球面四杆机构的轨迹综合问题,为将傅里叶级数理论推广到解决空间连杆机构的连杆综合问题提供了思路。

### 1.3 本书的研究方法

本书借助于傅里叶级数理论,将连杆机构输出用一维、二维及三维傅里叶级数描述出来。在此基础上,借助FFT这一数学工具,对不同类型连杆机构输出的谐波特征参数进行分析,从而找到解决连杆机构尺度综合的一般方法。采用谐波特征参数法进行连杆机构尺度综合问题的基本思路可以归纳为:建立机构的输出特性描述;提取特征参数(用机器语言编码);建立相应的输出特征参数数值图谱;机构输出特征参数的识别和基本尺寸型的确定;机构实际尺寸及安装参数的计算等(如图1.3.1所示)。其关键问题是机构运动输出特性的数学表示、特征参数的提取识别,机构基本尺寸型的选取和机构实际尺寸及安装参数的确定。

本书的主要内容可以归纳如下:

(1) 从连杆机构输出的特点出发,将连杆输出按维数划分为三类:一维输出函数表示连杆机构中连架杆输出函数或刚体导引机构中连杆的转角输出函数;二维输出函数表示平面连杆机构连杆上任一点的输出轨迹;三维输出函数表示空间连杆机构连杆上任一点的输出轨迹。



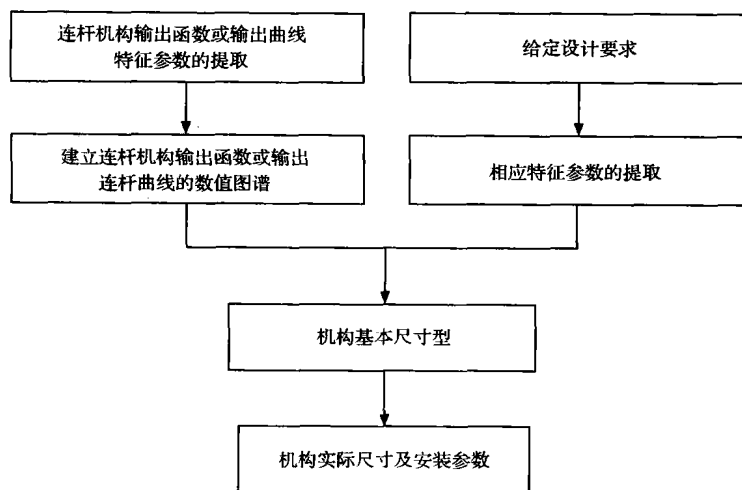


图 1.3.1 谐波特征参数法解决连杆机构尺度综合的基本思路

(2) 根据傅里叶级数理论,建立用一维、二维和三维傅里叶级数描述输出转角函数、平面连杆曲线和空间连杆机构曲线的数学描述公式。通过傅里叶变换得到输出函数的谐波参数,根据这些谐波参数及建立的傅里叶级数表达式,将不同类型的尺度综合问题统一到相同的数学模型下,为连杆机构输出谐波特征参数的提取奠定基础。

(3) 以傅里叶级数理论为基础,从连杆机构的输出函数的解析式出发,确定机构的基本尺寸型及由机构基本尺寸型所决定的连杆摆动函数(又称连杆转角算子)。通过对连杆摆动函数谐波成分的归一化处理,确定连杆摆动函数的谐波特征参数,由此确定连杆机构输出函数与其对应的摆动函数和谐波特征参数的内在联系。在此基础上,将影响连杆摆动函数的机构基本尺寸型和对应的谐波特征参数存储起来,建立相应机构输出函数的谐波特征参数数值图谱。

(4) 借助建立的数值图谱,对给定的设计要求进行处理得到其谐波特征参数,并与图谱中的各组谐波特征参数进行比较,找出最近似的,进而得到机构的基本尺寸型参数。对于连杆机构的轨迹综合和刚体导引综合问题,还需要确定机构实际安装尺寸、连杆上点的位置和机构安装尺寸参数。通过对谐波特征参数的进一步分析,根据给定设计要求的谐波特征参数自身的特征信息推导出机构实际安装尺寸、连杆上点的位置和机构安装尺寸参数的理论公式,从而实现连杆机构轨迹综合和刚体导引综合。

(5) 为提高尺度综合所得结果的精度,对连杆机构尺寸和安装参数进行优化。由于优化的可行域是通过模糊识别方法从数值图谱中确定的,因此,可以在一个很