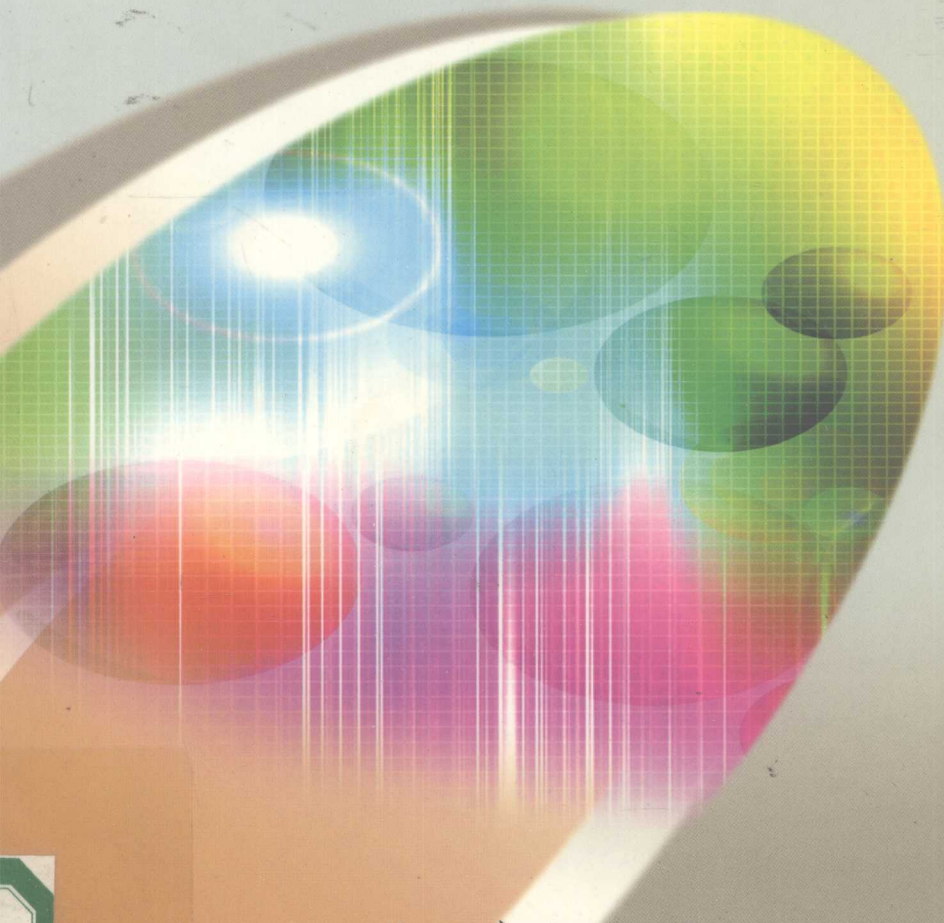


高等师范院校选修课教材

离散数学

课程教材研究所
数学课程教材研究开发中心 编



人民教育出版社

教育部《普通高中课程方案(实验)》

高 数 学

必修 1
普通高中课程标准实验教科书



人民教育出版社

高等师范院校选修课教材

离散数学

课程教材研究所
数学课程教材研究开发中心

编

人民教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

离散数学/课程教材研究所数学课程教材研究开发中心编著. —北京: 人民教育出版社, 2005

高等师范院校选修课教材

ISBN 7-107-18487-3

I. 离...

II. 课...

III. 离散数学—师范大学—教材

IV. 0158

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 024957 号

人民教育出版社 出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京四季青印刷厂印装 全国新华书店经销

2005 年 3 月第 1 版 2005 年 3 月第 1 次印刷

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张: 9.75

字数: 240 千字 印数: 0 001~3 000 册

定价: 14.10 元

人民教育出版社 课程教材研究所

高等师范院校小学教育专业数学教材编写委员会

总主编：王元

编委：（以姓氏笔画为序）

马凯	方明一	王蕾	王长沛	王希云	田宏忠
邓映蒲	刘凤翥	刘京莉	刘思清	刘效丽	刘意竹
孙圻	孙玉宝	江汉勋	李同贤	纪运如	宋兵
陈耘	张艾	林奇青	林炳生	金成梁	郇中丹
胡永建	周辉	章建跃	高荆	唐京伟	陶晓永
曹磊	黄世立	黄浪波	曾文艺	曾庆黎	梅全雄
梁楚材	董丽波	傅耀良	蔡俊亮	颜其鹏	魏纶

策划：颜其鹏

本册主编：蔡俊亮

编写人员：顾新辉 郝荣霞 张艾 蔡俊亮

特约审稿：刘彦佩

责任编辑：左怀玲

内 容 简 介

本书选取离散数学中最基础的、在各领域中有着广泛应用的数理逻辑、集合论、代数系统和图论等四篇为主要内容, 包含命题逻辑、谓词逻辑、集合、关系、映射、代数结构、群论、几个特殊的代数系统、图的基本概念、Euler 图与 Hamilton 图、树和林及平面图等十二章. 每章后面配有适量的习题, 书末附有习题答案或提示.

本书本着简明、易学、实用的原则, 选材恰当, 结构严谨, 叙述详细, 通俗易懂. 本书配有较多例题, 便于自学, 适应性广, 伸缩性强. 可作为普通高等院校计算机专业离散数学课程的教材, 亦可作为各大专院校的专科教材或函授教材.

总 序

我国小学教师的职前培养,现在面临两个重大转变.第一,面临师范教育结构调整.小学教师的合格学历将由中等师范学校毕业提高到大专以上水平.根据《高等教育法》有关规定,招收高中阶段毕业生,实行三年专科教育和四年本科教育,是我国培养专科以上学历小学教师的主要形式.第二,基础教育,包括小学教育,正处于重大改革的初期.2001年教育部颁发了《基础教育课程改革纲要(试行)》,大力推进基础教育课程改革,调整和改革基础教育的课程体系、结构、内容,构建符合素质教育要求的新基础教育课程体系,课程改革引发了教育观念、教学方法的变革.教育改革的新形势向小学教师的职前培养提出了全新的要求.

在这样的背景之下,2003年1月,教育部师范教育司制订的《三年制小学教育专业课程方案(试行)》正式颁布,针对教师专业化的国际趋向和小学教师的培养特点,提出了一整套培养高中起点三年制大专学历小学教师的课程设计方案,并着手组织编写小学教育专业教材.

长期以来一直承担着师范教育课程教材研究、开发和编写任务的人民教育出版社、课程教材研究所,根据我国高师小学教育专业课程教材改革的需要,组织了“高师小学教育专业数学课程设置与教材建设”课题组,邀请了中国科学院、北京大学、北京师范大学、首都师范大学、北京教科院、北京教育学院、华中师范大学等单位的专家学者和全国各地的资深师范教育专家和教师参加.本课题组对我国高等师范教育的新兴门类——小学教育专业的数学课程设置和教学教

材建设进行了大量的调查研究，对新世纪国际小学教师培养中数学课程体系的发展趋势进行了探讨，并总结了我国十多年来各地高师小教大专数学课程、教材和教学改革试验的成功经验，从而构建了能反映我国小学教师培养体制改革的时代要求、建立小学教师合理数学知识结构和教育素养的数学课程教材体系，其中有些科目如现代数学概论、数学实践、常用数学软件、数学建模和数学文化等还填补了我国高师小学教育专业数学教材的空白。在此基础上编写了这套高等师范小学教育专业数学教科书。

这套教科书充分吸收了以往培养小学教师各级各类专用数学教材的优点，努力突出数学课程教材的时代性和前瞻性，贴近国际教育改革和我国基础教育课程改革的前沿，体现新的教育理念；力求体现高等小学教育的基础性、专业性和师范性，促进小学教师专业化水平的提高；既注重数学素养的提高，又注意体现人文精神，还具有可读性和可操作性；同时延续了中等师范教育教材注重教学技能和创新能力的培养的良好传统。

这套小学教育专业数学教科书包括：必修课《大学数学》《高等数学基础（上、下）》《现代数学概论》《数学实践》《小学数学教学与研究》；选修课《数学文化》《初等数论》《常用数学软件》《数学建模基础教程》《小学数学竞赛指导》《离散数学》和《数学思想方法》等十二科十三册教材，供高师小学教育专业学生和小学教师继续教育学员使用。

本套书在研究、编写过程中得到了全国高等师范院校数学教育研究会小教培养工委的指导和帮助，还得到了大量一线教师的帮助和支持。

王元

2003年7月14日

编写说明

本书是根据教育部师范司制订的《三年制小学教育专业课程方案(试行)》编写的专业选修课教材,供数学和科学方向的学生使用。本书针对读者为教育类数学与科学方向学生的特点,为适应基础教育课程改革综合化的趋势,贯彻使师范生文理兼通,学有专长,一专多能的精神,以处理好基础性、综合性、专业性以及在理论体系严谨、系统的前提下力求突出师范性、可读性为原则,选择离散数学中最基础的、对学生将来的教学工作和可持续发展有重要作用的内容编写而成,为适应不同读者的需要,书中部分内容加了“*”号。

本书由人民教育出版社组织编写,全书内容由《离散数学》编写组讨论制定。根据国家教委颁布的计算机软件专业教学基本要求,本书分为四篇:数理逻辑、集合论、代数系统和图论。第一篇包含命题逻辑和谓词逻辑,由南通师范学校顾新辉编写;第二篇包含集合、关系和映射,由北京交通大学郝荣霞编写;第三篇包含代数结构、群论和几个特殊的代数系统,由唐山师范学院滦州分校张艾编写;第四篇包含图的基本概念、Euler图与Hamilton图、树和林及平面图,由北京师范大学蔡俊亮编写。全部内容约72学时。每章后面配有适量的习题,书末附有习题答案或提示。全书由蔡俊亮统稿定稿。

本书的主审工作由北京交通大学刘彦佩教授担任。他仔细地审阅了本书初稿,并提出了许多宝贵的意见,为提高本书的质量付出了辛勤的劳动,编者为此表示深深的谢意。

由于时间仓促且编者水平有限,书中错误和疏漏之处难免,诚恳地希望各界读者批评指正。

编 者

2005年元月于北京

目 录

第一篇 数理逻辑

第一章 命题逻辑	2
第一节 命题与联结词	2
第二节 命题公式及解释	8
第三节 联结词扩充与全功能集	18
第四节 范式	21
第五节 公式类型的判别方法	27
第六节 推理论	28
习题一	33
第二章 谓词逻辑	36
第一节 谓词逻辑基本概念与表示	36
第二节 合式公式与解释	39
第三节 前束范式	43
第四节 谓词逻辑推理论	47
习题二	51

第二篇 集合论

第三章 集合	53
第一节 集合及其表示	53
第二节 集合间的关系	55
第三节 集合的运算	58
第四节 容斥原理及其应用	66

习题三	70
第四章 关系	72
第一节 序偶与笛卡尔积	72
第二节 关系的概念及其表示	76
第三节 关系的性质	80
第四节 关系的复合运算和逆运算	84
第五节 关系的闭包运算	89
第六节 等价关系与划分	95
第七节 相容关系与覆盖	100
第八节 偏序集和哈塞图	104
第九节 全序和良序	108
习题四	110
第五章 映射	113
第一节 映射的概念	113
第二节 映射的运算	117
第三节 可数集和不可数集	121
第四节 基数的比较	127
习题五	129

第三篇 代数系统

第六章 代数结构	131
第一节 代数运算	131
第二节 代数系统	134
第三节 运算的性质	135
第四节 同态与同构	140
习题六	143
第七章 群论	146

第一节	半群与群	146
第二节	变换群与置换群	152
第三节	子群与循环群	158
第四节	陪集和不变子群	163
第五节	商群与群的同态	167
习题七	171
第八章	几个特殊的代数系统.....	174
第一节	环和域	174
第二节	格	177
第三节	布尔代数	180
习题八	183

第四篇 图论

第九章	图的基本概念.....	185
第一节	图的表示	186
第二节	图的同构	191
第三节	路与连通性	199
第四节	有向图	205
习题九	209
第十章	Euler 图与 Hamilton 图	212
第一节	Euler 图	212
第二节	Hamilton 图	216
第三节	中国邮路问题	224
习题十	228
第十一章	树和林.....	230
第一节	树及其特性	232
第二节	支撑树	234

第三节	支撑树的数目	238
第四节	根树及其应用	246
习题十一	254
第十二章	平面图	256
第一节	图的平面嵌入	256
第二节	平面图的对偶	258
第三节	Euler 公式	260
第四节	图的平面性判定	265
第五节	五色定理与四色猜想	267
习题十二	270
习题答案与提示	273
参考文献	299

第一篇 数理逻辑

通常，人们把研究人的思维形式和规律的科学，称为逻辑学。由于研究的对象和方法各有侧重，又分为形式逻辑、辩证逻辑和数理逻辑。

什么是数理逻辑，著名数学家希尔伯特（Herbert）曾对此有简单而又确切的描述：“它是把数学上的形式化的方法，应用到逻辑领域的结果。”因此，数理逻辑是一门用数学方法来研究推理，以及推理中前提和结论之间的形式关系的科学。这里的数学方法主要是指建立一套表意符号体系，对具体事物进行抽象的形式化研究的方法。所以数理逻辑也称作符号逻辑。

一般认为，数理逻辑是由德国数学家兼哲学家莱布尼兹（G. W. Leibniz）在17世纪中叶创立的。1847年，英国数学家布尔（G. Boole）出版了《逻辑的数学分析》一书，初步建立命题演算系统。1879年，德国数学家弗雷格（G. Frege）出版了《表意符号》，引入了量词，约束变元，初步建立谓词演算系统。1930年，出生于奥地利的美籍数学家哥德尔（K. Godel）的完全性定理证明，使数理逻辑的基础得到完善。而后，意大利数学家皮亚诺（G. Peano），英国数学家德·摩根（A. DeMorgan）、罗素（B. A. W. Russell）等人对数理逻辑的发展都做了很大贡献。

二十世纪以后，经过数理逻辑学家的努力，数理逻辑在逻辑演算基础上又发展了四个分支：证明论、公理集合论、递归论和模型论。

在计算机科学中，数理逻辑为机器证明、自动程序设计、计算机辅助设计等计算机的应用和理论研究提供了必要的理论基础。同时，它在其它科学技术和生产实践领域中有着广泛的应用。本篇只介绍计算机科学领域所必需的数理逻辑基础知识：命题逻辑和谓词逻辑。

第一章 命题逻辑

命题逻辑也称命题演算，它研究由命题为基本单位构成的前提和结论之间的推导关系。它包含什么是命题、如何符号化、命题公式和解释、范式、推理论等内容。下面逐一进行讨论。

第一节 命题与联结词

一、命题与命题真值

众所周知，语言是交流思想的工具，日常使用的语言称为自然语言，它是极其丰富多彩的，然而也有模棱两可、含糊多义的缺点。因而对于严格的推理，使用自然语言是极为不便的，需要引入一种形式化语言，它具有单一、明确的含义，这种形式化语言在数理逻辑中称为目标语言。由目标语言和一些规定的公式与符号构成了数理逻辑的形式符号体系。目标语言中的基本元素是命题。所谓**命题**，是指能判断真假的陈述句。这种陈述句的判断只有“正确”和“错误”两种可能，称判断为“正确”的命题的**真值**为真，称判断为“错误”的命题的真值为假。分别用“T”（或“1”），“F”（或“0”）表示。任何一个命题的真值非真必假，因此又可称命题是非真必假的陈述句。

例 1.1 判断下列句子中哪些是命题。

- (1) 北京是中国的首都。
- (2) 雪是黑色的。
- (3) 请开门！
- (4) 你要去青岛旅游吗？
- (5) $x + y + z > 6$ 。
- (6) 今天天气真好

(7) 3 能被 2 整除.

(8) 火星上也有人.

(9) $\sqrt{2}$ 是无理数.

(10) 小李在宿舍里.

分析以上十个句子:

句子 (3) 是祈使句; 句子 (4) 是疑问句; 句子 (6) 是感叹句; 这三句都不是陈述句, 当然不是命题.

句子 (5) 不是命题, 因为它没有确定的真值. 当 $x = 1, y = 2, z = 4$ 时, $1 + 2 + 4 > 6$ 正确, 而当 $x = 1, y = 2, z = 3$ 时, $1 + 2 + 3 > 6$ 错误.

句子 (1)、(9) 是真值为“真”的命题.

句子 (2)、(7) 是真值为“假”的命题.

句子 (8) 的真值是惟一的, 只是目前我们不知道而已, 随着科技的进步, 它的真值迟早会知道, 因而它是命题.

句子 (10) 的真值视小李当时的具体位置而定, 它必有一个确定的真值, 所以它也是个命题.

从上述例子可以看出, 判断一个句子是不是命题, 首先看它是不是陈述句, 然后再看它的真值是否惟一. 当然, 真值是否惟一与我们是否知道它的真值是两回事. 命题的真值有时可以明确指出, 有时还需依靠环境、条件、实际情况、时间等才能确定.

在例 1.1 中给出的命题 (1), (2), (7), (8), (9), (10) 都是简单的陈述句, 都不能再分解为更简单的句子, 像这样的命题称为 **原子命题** 或 **简单命题**. 通常用小写的英文字母 $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i, \dots$ 等表示简单命题, 并将表示命题的符号放在该命题的前面, 称为 **命题符号化**.

例如: p : 雪是黑色的. q : $\sqrt{2}$ 是无理数. 此时, p 是假命题, q 是真命题.

对于简单命题来说, 它的真值是确定的, 因而又称为 **命题常项**

或命题常元.

对于句子 (5), 虽不是命题, 但当给定 x, y, z 的值, 它的真值就确定下来, 这种真值可以变化的简单陈述句称为**命题变项**或**命题变元**, 也可用 $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i, \dots$ 等表示. 一个符号, 例如 p , 它表示的是命题常项还是命题变项, 一般由上下文来确定.

注意, 命题变项不是命题.

下面我们用数学方法来研究命题之间的逻辑关系, 并介绍常见的五种命题联结词.

二、命题联结词

在日常使用的自然语言中, 各类语句的联结词如“与”, “并且”, “或”等, 往往没有确定的、惟一的含义, 是多义性的. 在数理逻辑中, 命题的联结词都是有严格定义的, 并且予以符号化.

在数理逻辑中, 常用的命题联结词有五种.

1. 否定联结词: \neg

定义 1.1 设 p 是一个命题, 命题“非 p ” (或“ p 的否定”), 称为 p 的否定式. 记作 $\neg p$, 读作“非 p ”. $\neg p$ 为真当且仅当 p 为假. $\neg p$ 的真值可列表如下:

p	$\neg p$
T	F
F	T

例 1.2 设 p : 3 是偶数. 则 $\neg p$: 3 不是偶数.

联结词 \neg 是自然语言中“非”, “不”, “没有”等的逻辑抽象. 逻辑电路图如右

图 1-1 所示.

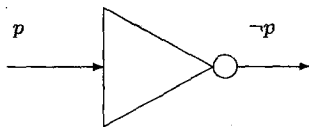


图 1-1