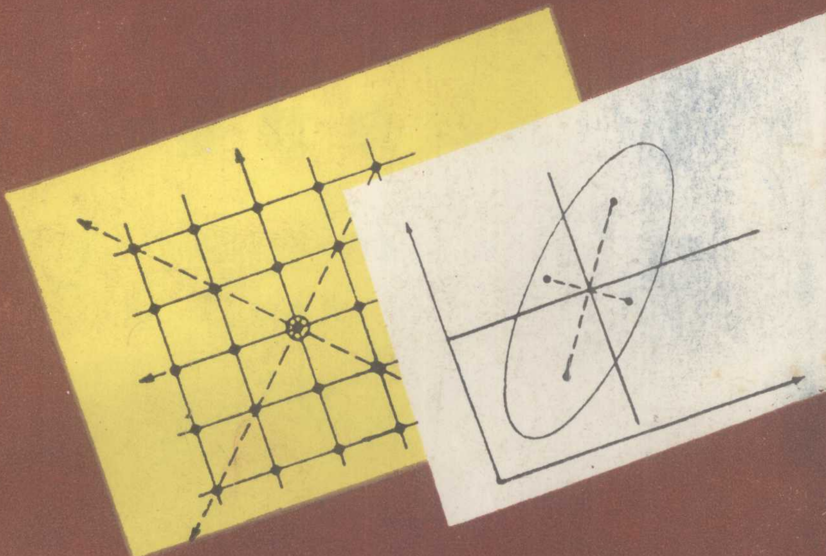
〔澳〕J·S 马里茨著



非参数统计法

陈 煜 隗斌贤 赵能发 译

陕西科学技术出版社

非参数统计法

〔澳〕J·S·马里茨　著

陈　煜　隗斌贤　赵能发　译

陕西科学技术出版社

非 参 数 统 计 法
〔澳〕J·S·马里茨 著
陈 煜 隗斌贤 赵能发 译
陕西科学技术出版社出版发行
(西安北大街131号)
西安青山彩印厂印刷
787×1092毫米 32开本 10.25印张 1插页 22万字
1991年11月第1版 1991年11月第1次印刷
印数：1—2000
ISBN 7-5369-1108-4/C·26
定 价：4.80元

译 者 序

——非参数统计方法的产生与发展

统计推断包括统计估计和假设检验。传统的推断论是对总体的分布形式或类型做了限制性假设，或者说是已知的。自拉普拉斯（P.S.Laplace）、高斯（C.F.Gauss）等人发现正态分布后，正态分布的性质得到了最充分的研究和应用。传统的统计推断的依据就是从被检验正态分布总体中所抽取样本的相应统计量。但是，总体并非总是正态的，人们在许多情况下事先也不知道所研究总体的分布形式以及对于正态分布是否足够近似。这样，就难以对分布形式的未知参数进行估计，也难以检验关于这些未知参数的假设了。为此，在本世纪30年代中后期，统计学家探索出了一种与分布形式无关的统计方法，即非参数方法（Non-Parametric methods）。由于它不依赖于总体分布及其参数，也称不受分布约束的（Distribution-free）统计方法，又称自由分布法或任意分布法。

与古典方法相比，非参数统计方法在搜集样本数据方面非常容易，在人力、物力和经费不足的情况下，它的用途特别大；对小样本资料来说，非参数统计方法的意义简单，容易体会，容易计算，而且易为一般试验者所掌握与运用。广义的非参数统计方法又是不依赖样本值任何假定的分布形式

的一种有效和实用的方法。因而在试验研究中表现出其特殊用途。因此，科研工作者学习并掌握一些非参数统计方法，是非常必要的。

1900年卡尔·皮尔生(Karl Pearson)介绍的X^2(卡一平方)检验就是一个不受分布约束的检验。而其现代理论和实践应该说是1936年由哈洛德·霍特林(Harold Hotelling)和马格里特·泊伯斯特(Margaret)的等级相关系数而开始的。1937年密尔顿·弗莱德曼(Miltoh Friedman)发表了就总体中的分布论述如何使用等级以避免作出正态的假设。1940年瓦尔德(Wald Abraham)等在美国《数理统计学年鉴》上发表的《两组样本是否抽自同一总体的检验》一文中提出了以游程论为基础的非参数检验方法。

40年代中期，随着日益增加的实际需要，统计学家们开始对非参数拟合优度准则的研究。如英国的威尔科克逊(Frank Wilcoxon)在1945年发表的“用等级方法的个体比较”中提出了很有价值的非参数检验法——等级检验，即适用于两个相同样本的“威尔科克逊检验”。1947年曼(H.B.Mann)和惠特尼(D.K.Whitney)发表了“两个随机变量中一个是否偶然大于另一个的检验”，将等级检验扩展到不同大小的样本。

1956年，西吉尔(Sidney Siegel)在其《行为科学的非参数统计》中，富有成效地应用了非参数方法，并对大量非参数方法的运用作了详细叙述。1957年，美国统计学家弗雷泽(D.A.S.Fraser)出版了名著《统计学中的非参数方法》，对统计方法论的这一新领域作了系统阐述。

60年代，非参数统计理论的发展，可以说，集中反映在

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

美国瓦尔希（John E.Walsh）的《非参数统计手册》三卷本中。1969年，耶鲁大学教授萨维奇（I.Richard Savage）在其《非参数统计学》中，运用贝叶斯思想对非参数论题进行了研究。1973年，霍兰德（Myles Hollander）与沃尔夫（Douglas A.Wolfe）合作所写的《非参数统计方法》在许多领域取得了新的进展，使之更适合于实际的需要。

非参数统计方法近年来发展较快，但主要成果仍在大样本方面。由于历史的、习惯的和使用上的方便性等原因，非参数统计方法还没有能够取代传统的正态理论下导出的一些方法。尽管非参数统计方法在假定正态性越来越感到根据不足时，或传统的参数检验经过使用证明不合乎需要时，正变得越来越普及。但在正态性的假定有保证时，拒绝这个假定而运用非参数统计方法，就等于放弃正确的结论。至少可以说，当可用参数检验时，非参数统计方法的结果肯定没有前者准确。所以，科学的态度应是在排除使用参数检验的可能性后才使用非参数统计方法。

隗 斌 贤

1990年12月于

解放军九江企业管理学校

原　序

本书原是为澳大利亚大学三年级和四年级学生准备的有关非参数统计方法的几个简明的课程，后来编写成书。在准备这些课程时，笔者的要求是，主题应清晰可辨，其主题的基线应贯穿于始终，而不应使人觉得像是一些零散技术的汇集。其次，看来有必要对效率作某些讨论，使学生们能在一定程度上理解进行各种计算的原理，并能实际做其中的某些计算。第三，要求突出重点，分段评论。这方面要求比本领域中的其它各种基础读物更为明显。

随机化和随机排列的基本概念，几乎与本书所讨论的各种方法相结合。随机化技术应用于原始观察结果，或观察结果简单转换，一般都会产生有条件的非参数结论。某些转换特别是"符号"和"秩"的转换，则会导致无条件非参数的结论。一个附带的优点是能产生有用的零分布检验统计量表。

根据笔者的经验，学生们往往会觉得理解检验渐近相对效率的困难。所以，值得对有关的概念作较为通俗的介绍，并集中在皮特曼（Pitman）效能上，作为效率的测量值。

在假设检验中，使用非参数法的最大推动力是独创性。现已充分认识到，从效率和可靠性的观点看，对点的估计采用某些概念，就可以便利得多。从数学方面看，亦有利于突出点的估计。其优点之一是，就估计方差而言，可采用直接法确定相对效率；另一是，使用估计方程的概念可以使非参

数技术更容易与标准统计学课程中所遇到的各种方法联系起来。其例子包括矩量法和大样本标准误差的近似值估计法。

本书旨在介绍非参数的思考方法并极为详细地介绍某些标准技术，使其可作为实用手册使用。本书不是非参数技术的简编，有些读者可以发现，他们认为重要的一些技术并未涉及。本书的绝大部分系统论述了布局及其变动的问题。这包括一个和两个样本的布局问题，以及回归和方差分析的某些特性。

虽然本书所描述的某些内容，尤其说是标准方法，则尚多少有点差异，但很少，即使有的话，亦是材料较为新颖。有许多内容则选自各种教科书。为对这些作品作者的恩惠表示直接的感谢，笔者列出了参考文献总目。同时，笔者也感谢其它文献的作者，尽管他们的名字在参考文献目录中没有出现。笔者无意将各种概念都归功于其创作者，现只对认为读者会感特别兴趣的专业参考文献作较为详细的介绍。

当本书的各种创见用于大学教学时，笔者希望某些有经验的统计家会对其中的部分内容产生兴趣。特别是最近发生的有关点和区间估计的发展以及与“可靠”法相联系的概念。至于有几处提到令人感兴趣的估计标准误差的问题 则尚未完全解决。

笔者的许多同事曾以讨论或阅读部分手稿的方式给予帮助。D.G.基尔迪阿博士读了第二章的初稿,他提出了许多宝贵的意见，从而笔者作了许多修改B.M.布朗博士不仅在许多场合中是一个耐心的听众，而且慷慨地提供了附录*A*。

J.S.马里茨

1980年11月于墨尔本

目　录

第一章　非参数统计法的基本概念

1.1　引言

广义地非参数统计法是不依赖样本值任何假定的分布形式的一种有效和实用的方法，而样本值是以总体分布为推断基础的。显而易见，除样本是有效的外，否则这种方法不能使用；相反，就是不正确的。有效性和适用性这两个术语分别在半技术含义和有关一般统计概念中表示一致性和高效性。人们对非参数方法感兴趣的方面是：

1.确定有关分布形式下假设的最低有效性；

2.大多数以最简单的排列和随机化思想为基础；

3.在实际上它们能获得最令人满意的效率和本质的特性。

对于初学者来讲，非参数方法将会使他们得到多方面的收获。但是，对于有经验的统计学家，他们并不以此作为首要武器。非参数法在较大范围内普及的主要障碍可能是：

a.非参数测定的结果，往往不像参数分析结果那样容易对自然数量加以解释；

b.在某些较为复杂的情况下产生几种计算上的困难；虽然很多非参数法是具有“快速”和“容易”的特性，但它并不是在所有方面都具备这个特性。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

当然，我也指出过，很多非参数方法是相对新的方法，特别是估计法的应用。因此，他们还不能很好了解其通俗的含义。

本书是为大学生编写的，也可以作为使用某些标准非参数法的手册，但是主要目的是作为一种入门书，同时还可能激励读者进一步学习本课程。因此，着重强调随机化（或排列）是发展检验方法以及与此相联系的估计方法的基本概念。在某种程度上讲，这些方法并不新鲜，它是对多种有特殊联系的大量资料研究的结果。然而，对非参数法特点的刻划仍然是使用普通的“符号”和“秩”来进行的，所以，即使没有统计人员，很多非专业的人员也可以使用这种统计法。

由于以上（a）的原因，处理选择题目时，常受下一章内容的影响。事实上，着重强调的是位置和位置移动问题。从实践的观点看，它们不仅是最重要的，而且也清晰、轭要的描述了问题的分类，因而在不需要详细说明有关资料基本分布的情况下，可以使主题的推断数量具体化。但这仅仅提供了它不包括许多像游程测验，某些离差测验、一般的分布函数测验，像Kolmogorov-Smirnov测验等“标准”程序的理由。

很少有所谓非参数法是真正的非参数。如果能连续获得基本的分布，那么很多争论可以简化，这就是一般方法也能做到。这种假定将贯穿本书的全部内容。其它的假定也是必要的，那就取决于问题本身。例如，一个样本的布局问题，就假定对称性起主要作用。这样，由于某些限制，对非参数项必须加以解释。这种方法的发展没有详细说明参数的分

布；我们可以假定密度函数$f(x)$是关于θ对称的，但不需要说明就是θ，例如，${}^{1}/[\pi\{1+(x-\theta)^2\}]$。因此，对于"非参数"（nonParametric），在一些情况下，我们可选择"非参数"（distribution-free）一词来代替。但是，因为我们实际上是试图进行关于参数（Parameters）的推断，看来后一术语更为接近实际。

1.2 随机化和精确性检验

虽然随机化基本检验和其它方法在下一章的专门方法中还将重新陈述，但在此我们将用一个简单的例子说明它。这有利我们对某些术语下定义。

大家熟悉的简单的"成对比较"试验中的两个处理被认为是随机化的，每一个配对项目包括两个处理各一个单位。同一对的两个单位可能是相似的。例如，在一个绵羊天然配对试验中，每一对都是同一胎生的。假定第i对得到的结果是分别测量处理A和B的数量y_{iA}和y_{iB}。那末，第i对的差异可以通过测量$d_i=y_{iA}-y_{iB}$获得，这里，$i=1,2,\cdots,n$。

现在，假定我们根据处理A和B有相同效应来检验零假设H_0。因为我们配置的每一对中的各处理是随机的，矫正H_0将有d_i的平均值$-d_i=y_{iB}-y_{iA}$。而且，如果我们用D_i表示在试验中得到的第i个差异的随机变量，那末有

$$\Pr(D_i=+|d_i|)=\Pr(D_i=-|d_i|)=\tfrac{1}{2} \qquad (1.1)$$

在（1.1）中的概率为条件概率，其条件为第i对差异的数量$|d_i|$。

因为随机性的出现与每一个配对无关，现在假定是一个

关于$D_1, D_2, \cdots, D_n$联合分布的简单问题，那末随机变量D_1, $D_2, \cdots, D_n$与(1.1)给出的个体无关。而且应该注意到这是一个条件分布。关于H_0的自然检验统计量是$T=D_1+D_2+\cdots+D_n$，而且从前面的讨论已很清楚，制定精确的条件分布T表是个简单的问题，即2^n个各种可能的正负符号与数值$|d_i|$相结合，$i=1,2,\cdots,n$，列成一个表，这样可以计算出每一个T值。这就产生了2^n个T值，其概率等于2^{-n}，因而可以建立起精确的T条件分布。令τ代入$\Pr(T\geq\tau)=r/2^n$。如果我们用单侧替换检验H，并且取所有的$T_i\geq\tau$作为临界区，那么这个临界区的大小（显著水平）就准确的等于$r/2^n$。

如果实际的显著水平如上所说那样是准确的，那么检验也就是精确的了。在我们的例子中，是一个精确到$r/2^n$水平的检验。此外，虽然从精确的条件分布导出精确的显著水平已指出是重要的，但非条件分布的显著水平也精确到了$r/2^n$。这是个简单的事实，因为对$|d_i|$, $i=1,2,\cdots,n$,的每一个可能集合都拒绝H_0的概率是$r/2^n$。

把H_0条件下的T分布归诸为T的零分布。在我们的试验中它是条件零分布。H_0检验是通过把T的观察值归属于它的条件零分布而得以实现的。在我们的例子中，分布的偏差是用随机理论得到的，它不以个别y_i值可能产生的分布形式为依据。所以T的条件零分布不决定于分布假设，因而显著水平是准确的，即不存在这样一种假设。

虽然对精确性要求较高的检验并不受其原来条件零分布的影响，但是T的条件分布也并不因为样本的变换而变化。因此，T的非条件分布将与条件分布相混合，它的形式取决于$|d|$值的基本分布。当通过随机过程获得一个精确的条件

分布统计量时，就得到的样本值看，是一个不变量，因此，非参数法可能就是条件非参数。

通过秩和符号转换将产生一种方法，即从非条件非参数到条件非参数。我们已经讨论过，如果将每个$|d_i|$用1代替，我们将得到大家熟悉的“符号测验”的结果，其条件分布是很清楚的，即$S=\sum_{i=1}^{n}\operatorname{sgn}(D_i)$，而且每一种可能集合的结果都保持相同的精确性。

从显著水平要求较高的精确性这一点出发，原来的非条件非参数检验并无明显的优点。因为检验统计量的分布能够制成永久性的表，如果它们是非条件非参数，那么这种具有计算优点的检验方法是有价值的。我们也将看到，通过巧妙的变换，能够提高效率。然而我们的出发点是随机化，因而，在第一个例子里，自然产生条件非参数。

对于较大的样本容量，列举精确的零分布完全是不切实际的任务，通常某些标准分布是正态分布，与近似的零分布十分相似，所以就能得到显著水平的近似值。这个近似值具有数学上的便利，原则上对提高该方法的精确性没有作用。因此，为了方便起见，把是否使用某些数学近似值的程序称为“精确性”。然而，在根本不知道精确度时，事实上也用近似值。这些值通常是与多余参数相联系的，而不直接影响零分布的意义。

1.3 一致性检验

如果1.2节中的例子为零假设，并指定两个处理间有差异θ，d_i值用自变量$d_i-\theta$，$i=1,2,\cdots,n$代替，在其它方面

仍保持相同。为了说明T依赖于$D_1, D_2, \cdots D_n$和θ，我们可以写成$T(D,\theta)$。利于每一配对单位的差异，把问题简化为一个样本的问题，在这一部分以此为基础，我们将讨论一个样本，一个参数问题。

假定从一个总体抽出随机样本，用有意义的参数θ产生的结果为$X_1, X_2, \cdots, X_n$，这里$X_1, X_2, \cdots X_n$为自变数，而且具有相同的分布。令统计中使用关于θ假设检验为$S(X,t)$，并定义这就是它的条件，而且如果用θ代替t，它就具有平均数为0的非条件零分布。

假定我们提出关于检验$H_0: \theta=\theta_0$，与α水平下$H_1: \theta=\theta_1>0$，如果观察到$S(X,\theta_0)>C\alpha(X,\theta_0)$，该检验即拒绝$H_0$。$C\alpha(X,\theta_0)$值决定$S(X,\theta_0)$的随机分布，因此，它一般决定于$X$和$\theta_0$。我们假定$S(X,\theta_0)$是关于$n$的标度，那么当$n\to\infty$时的概率为$C\alpha(X,\theta_0)\xrightarrow{P}0$。

一致性问题应该用非条件分布的有关统计学术语来找答案，因此我们假定当$\theta=\theta_1$时，$S(X,\theta_0)$为非条件分布。

$E\{S(X,\theta_0)|\theta_1)\}=\varDelta(\theta_1,\theta_0)>0$,

$\mathrm{var}\{S(X,\theta_0)|\theta_1)\}=\sigma^2(\theta_1,\theta_0)/n$，用$\sigma^2(\theta_1,\theta_0)$为界限。

我们说，当n增加时，如果它的幂能任意接近1，则H_0检验与H_1是一致的。

原理1.1，在以上假定$S(X,t)$分布的情况下，H_0与H_1检验具有一致性。

从以上假定证明这个引理，得到以下简要的结论，即$S(X,\theta_0)\xrightarrow{P}\varDelta(\theta_1,\theta_0)>0$，而$C\alpha(X,\theta_0)\xrightarrow{P}0$。

我们可能涉及到使θ_1靠近θ_0，在这种情况下，θ便是有用的，如果我们假设

$$E\{S(X,t)|\theta\}=\mu(t,\theta)$$

$\mu(t,\theta)$中的七连续、且在接近θ时是可微的。那么，我们能作如下表述：

$$\Delta(\theta_1,\theta_0)\simeq(\theta_0-\theta_1)\mu'(\theta_1,\theta_1),$$

任一$\mu(\theta_0,\theta_0)=0$。

对于引理1.1，我们现在较早的通过假定$\mu'(\theta,\theta)<0$来替换关于$E\{S(X,\theta_0)|\theta_1\}$的假定。

让我们用以下两种说法重新对1.2的例子描述如下：

(1) $S(X,t)=T^*(D,t)=T(D,t)/n=(D_1+D_2+\cdots+D_n)/n-t$，我们为了证明此式，假定每个$D_i$、平均数$\theta$和方差$\sigma^2$均为正态的，同时$\theta_0=0$。在这种情况下，我们将看到，由于$n$较大，$S$的条件随机分布可取作近似的正态；如果观察到$d_1,d_2\cdots,d_n$有差异，具有变量$\sum d_i{}^2/n^2$，即可用一个近似的常态分位数$u_\alpha$表示：

$$C_\alpha(X,\theta_0)=u_\alpha\left\{\sum D_i{}^2/n\right\}^{1/2}\Big/\sqrt{n},$$

而且容易看到，在H_1的情况下，$\sum D_i{}^2/n\xrightarrow{P}\sigma^2+\theta_1{}^2$，以致$C_\alpha(X,\theta_0)\xrightarrow{P}0$。

此外，

$$E\{S(X,\theta_0)/\theta_1\}=\theta_1$$
$$\mathrm{var}\{S(X,\theta_0)|\theta_1\}=\sigma^2/n,$$

它可以表示为$E\{S(X,t)|\theta\}=\theta-t$，$\mu'(\theta,\theta)=-1$。事实上，一致性检验我们将在第二章统计检验中写为具有一致性和其它已知特性的t-统计函数。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com