新编初中数学总复习

北京市教育局教学研究部 编

北京教育出版社

新编初中数学总复习

北京市教育局教学研究部　编

北京教育出版社

新编初中数学总复习

XIN BIAN CHUZHONG SHUXUE ZONGFUXI

北京市教育局教学研究部　编

*

北京教育出版社出版
（北京北三环中路 6 号）
邮政编码：100011
北 京 出 版 社 总 发 行
新 华 书 店 经 销
中国青年出版社印刷厂印刷

787×1092 毫米 32 开本　9 印张　197000 字
1996 年 1 月第 1 版　　1996 年 5 月第 2 次印刷
印数 144501—194500

ISBN　7-5303-0818-1
G・789 定价：8.90 元

编 写 说 明

按照国家教委的要求，我市从 1993 年 9 月起在初级中学开始实施新的九年义务教育课程计划及教学大纲。为了在新形势下进一步做好初中毕业班学生的学科总复习工作，经市教育局批准，我部于 1995 年邀请本市部分具有丰富教学经验的教师，共同编写了这套新编初中总复习。

这套新编初中总复习是以国家教委 1992 年颁布的九年义务教育全日制初级中学有关学科的教学大纲、北京市教育局 1995 年制定的《实行每周 40 小时工作制后北京市中小学部分学科教学内容调整意见》及《北京市 1996 年初中毕业、升学统一考试说明》为依据，联系本市初中教学实际编写的。它按学科分为政治、语文、数学、英语、物理、化学共六册。每册均按有关考试说明中的分项细目，编写了复习要点、复习建议以及自我测试练习等，既系统精要地归纳了基础知识，又着眼于学生能力的培养和提高。其中，自我测试练习是根据考试说明规定的题型设计的。这些练习有助于启发学生从不同角度理解和掌握教学内容的重点、难点，帮助学生进行必要的适应性训练，以求使复习收到更好的效果。

本书是《新编初中数学总复习》，供初中数学教师与初中三年级学生在复习备考中使用，在使用中如遇到问题，请及时反映给我们。

北京市教育局教学研究部

1995 年 10 月

目　录

一、实　数

（一）实　数

知识概述

1. 实数及其分类

整数和分数统称有理数.

无限不循环小数叫做无理数.

有理数和无理数统称实数.

实数可以按照下面的方法分类：

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数
      - 零
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
  - 无理数
    - 正无理数
    - 负无理数

实数还可以按照下面的方法分类：

- 实数
  - 正实数
    - 正有理数
      - 正整数
      - 正分数
    - 正无理数
  - 零
  - 负实数
    - 负有理数
      - 负整数
      - 负分数
    - 负无理数

2. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示;反过来,数轴上的每一个点都表示一个实数.实数和数轴上的点这种一一对应的关系是数学中把数和形结合起来的重要基础.

3.相反数

实数 a 和 $-a$ 叫做互为相反数.零的相反数是零.

数轴上表示互为相反数的两个点,分别在原点的两旁,并且离开原点的距离相等.

两个互为相反数的运算特征是它们的和等于零.即如果 a 和 b 互为相反数,那么 $a+b=0$;反过来,如果 $a+b=0$,那么 a 和 b 互为相反数.

4.绝对值

一个实数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到原点的距离.

一个正实数的绝对值是它本身;一个负实数的绝对值是它的相反数;零的绝对值是零.

即　　如果 $a>0$,那么 $|a|=a$.

如果 $a<0$,那么 $|a|=-a$.

如果 $a=0$,那么 $|a|=0$.

从绝对值的定义可以知道,一个实数的绝对值是一个非负数.

5.实数大小的比较

在数轴上表示两个数的点,右边的点所表示的数较大.

正数都大于零;负数都小于零;正数大于负数;两个正数,绝对值大的那个正数大;两个负数,绝对值大的那个负数反而小.

6.有理数的运算

(1)运算法则(略).

(2)运算律:

加法交换律	$a+b=b+a$;
加法结合律	$(a+b)+c=a+(b+c)$;
乘法交换律	$ab=ba$;
乘法结合律	$(ab)c=a(bc)$;
分　配　律	$a(b+c)=ab+ac$.

(3)运算顺序:

在加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算中,加、减是第一级运算,乘、除是第二级运算,乘方、开方是第三级运算. 在没有括号的算式中,首先进行第三级运算,然后进行第二级运算,最后进行第一级运算,也就是先算乘方、开方,再算乘、除,最后算加、减.

算式里如果有括号,先进行括号内的运算.

如果只有同一级运算,从左到右依次运算.

根据运算律可以改变上述运算顺序.

例题选讲

例 1 已知 $3m-5$ 和 $-2m+3$ 互为相反数,求 m 的值.

解 $\because$ $3m-5$ 和 $-2m+3$ 互为相反数,

$\therefore$ $(3m-5)+(-2m+3)=0$.

解这个方程,得

$m=2$.

$3m-5=0$　$3m=5$　$m=\frac{5}{3}$

$-2m+3=0$　$-2m=-3$　$m=\frac{3}{2}$

说明:不仅要会求具体数的相反数和倒数,而且要会求一个代数式的相反数和倒数. 对于相反数、倒数的运算特性也应作到这一点.

例 2 化去下列各式绝对值的符号:

(1) $|m-3|-|2m+1|$，其中 $0\leqslant m\leqslant 2$.

(2) $|5-4a|$.

分析 由绝对值的定义我们知道，

如果 $a>0$，那么 $|a|=a$；

如果 $a<0$，那么 $|a|=-a$；

如果 $a=0$，那么 $|a|=0$.

因此，在去掉绝对值符号时，首先要分清绝对值符号内的数或式子是正、是负还是零.

解 (1)当 $0\leqslant m\leqslant 2$ 时，$m-3<0$，$2m+1>0$，

$\therefore$ $|m-3|-|2m+1|$

$=(3-m)-(2m+1)$

$=3-m-2m-1=-3m+2$.

(2) 当 $5-4a>0$，即 $a<\dfrac{5}{4}$ 时，

$|5-4a|=5-4a$；

当 $5-4a<0$，即 $a>\dfrac{5}{4}$ 时，

$|5-4a|=4a-5$；

当 $5-4a=0$，即 $a=\dfrac{5}{4}$ 时，

$|5-4a|=0$.

小结：化去绝对值符号，一般可以分为两种情况：当绝对值符号内的式子的正、负可以由题目所给的条件确定时，可以根据绝对值定义，去掉绝对值符号；当绝对值符号内的式子的正、负无法确定时，可以根据式子的特点，分情况进行讨论，去掉绝对值符号.

例 3 求绝对值小于 $2\dfrac{1}{2}$ 的整数.

分析 一个实数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到

原点的距离. 由此可知,绝对值等于 $2\frac{1}{2}$ 的实数有两个即 $\pm 2\frac{1}{2}$. 绝对值小于 $2\frac{1}{2}$ 的数,就是大于 $-2\frac{1}{2}$ 而小于 $2\frac{1}{2}$ 这个范围内的数. 那么本题的解为 0,±1,±2.

解略.

小结:根据绝对值的定义,可以把有关绝对值的问题转化为数轴上有关距离的问题去解,反过来,有关数轴上的距离问题也可以转化为绝对值来解. 这种相互转化,在解决某些问题时,可以带来很大方便.

例 4 计算:

(1) $-2^3\times 0.25-[4\div(-\frac{2}{3})^2\times 9+5\times(-2)^3]$.

(2) $-\frac{2}{5}+\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{6}+\frac{7}{12}\right)\times(-2.4)$.

(3) $(-2)^8\times 25^5$.

解 (1) $-2^3\times 0.25-[4\div(-\frac{2}{3})^2\times 9+5\times(-2)^3]$

$=-8\times 0.25-[4\div\frac{4}{9}\times 9+5\times(-8)]$

$=-2-(4\times\frac{9}{4}\times 9-40)$

$=-2-(81-40)$

$=-2-41=-43.$

(2) $-\frac{2}{5}+\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{6}+\frac{7}{12}\right)\times(-2.4)$

$=-\frac{2}{5}-1.5+0.4-1.4$

$=-1.5-1.4=-2.9.$

(3) $(-2)^8\times 25^5=4^4\times 25^4\times 25$

$=(4\times 25)^4\times 25$

$=100^4\times25=2500000000.$

小结:在进行有理数运算时,要注意运算的顺序(例如,在第(1)题中,-2^3 与 $(-2)^3$ 的不同运算顺序;$4\div\frac{4}{9}\times9$ 的运算顺序),要有利用运算律、灵活运用运算法则和灵活运用相反数、倒数、0、1 的运算特性的意识,善于寻求合理的运算途径.

双基练习　1—1

1. 填空:

(1)$\frac{1}{2}$的相反数是 $-\frac{1}{2}$,0 的相反数是 0 .

(2)-3 的倒数是 3 .

(3)在 $-2,0.25,-\frac{1}{4},-0.5,\frac{1}{2}$ 中,互为相反数的是 0.25和$-\frac{1}{4}$ -0.5和$\frac{1}{2}$,互为倒数的是 -2和 .

(4)如果 a、b 互为相反数,那么 $a+b$ 的值为 0 .

(5)如果 a、b 互为倒数,那么 ab 的值为 1 .

(6)3 的绝对值等于 3 ,$|-\frac{1}{2}|=$ $\frac{1}{2}$,0 的绝对值等于 0 .

(7)已知 $|a|=\frac{5}{2}$,那么 $a=$ $\pm\frac{5}{2}$.

(8)已知 $|x|\leqslant2$,x 为整数,那么 x 为 $x=\pm1$、±2

(9)$(-3)\times\frac{1}{3}\div(-\frac{1}{3})\times3$ 的计算结果为 9 .

(10)$(-5)^2\times376\times(-2^2)$的计算结果为 -376 .

2. 选择答案:

(1)-3 不是〔 C 〕.

(A)有理数　　(B)整数

(C)自然数　　(D)负有理数

(2) 在 3.14，$\sqrt{2}$，$\frac{1}{3}$，cos30°，$\sqrt[3]{-8}$，0.121121112…，tg45°，1.6，这些数中，有〔 C 〕无理数.

(A)1 个　(B)2 个　(C)3 个　(D)4 个

(3) -5 的相反数是〔　〕.

(A)5　(B)-5　(C)$\frac{1}{5}$　(D)$-\frac{1}{5}$

(4)一个数等于它倒数的 4 倍，这个数是〔 D 〕.

(A)4　(B)2　(C)± 4　(D)± 2

(5)如果 $a>0$，$b<0$，那么 $|a|+|b|$ 等于〔 B 〕.

(A)$a+b$　　(B)$a-b$

(C)$b-a$　　(D)$-a-b$

(6) $-(-3)^2$ 的运算结果是〔　〕.

(A)6　(B)-6　(C)9　(D)-9

3. 计算：

(1) $-8-\left[\frac{7}{25}-\left(-\frac{2}{5}\right)^3\right]\times(-5)^3$.

(2) $-0.25\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\right)\times(-1)^{10}$.

(3) $\left(4\frac{1}{2}-3\frac{1}{3}-1\frac{1}{6}\right)\times(-18)-(-0.5)^3\times(-153)\times 8$.

(二)平方根和立方根

知识概述

1. 平方根

如果 $x^2=a$，那么 x 就叫做 a 的平方根（也叫做二次方根）.

正数的平方根有两个，它们互为相反数；零的平方根是零；负数没有平方根.

2. 立方根

如果 $x^3=a$，那么 x 就叫做 a 的立方根（也叫做三次方根）.

正数有一个正的立方根；负数有一个负的立方根；零的立方根是零.

(3)算术平方根

正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根. 零的算术平方根是零.

从算术平方根的概念可以知道，算术平方根是非负数.

例题选讲

例 1 (1)求 256 的平方根.

(2) 求 $\sqrt{14400}$的值.

(3) 求 $\sqrt[3]{-0.000343}$的值.

解 (1)$\pm\sqrt{256}=\pm 16$.

(2) $\sqrt{14400}=120$.

(3) $\sqrt[3]{-0.000343}=-0.07$.

说明：当 $a\geqslant 0$ 时，$\sqrt{a}$ 表示 a 的算术平方根. 因此，求 256 的平方根表示为 $\sqrt{256}=\pm 16$ 是错误的.

例 2 化简：$\dfrac{\sqrt{a^2-6a+9}}{\sqrt{2-a}}\cdot\sqrt{2-a}$.

分析 由算术平方根的概念可以知道，a 的取值应使 $2-a\geqslant 0$，且 $a^2-6a+9\geqslant 0$. 又因为 $\sqrt{2-a}$是分母，所以 $2-a\neq 0$. 由于 $a^2-6a+9=(a-3)^2\geqslant 0$. a 的取值只需 $2-a>0$ 即可. 因此，$a<2$. 明确 a 的取值范围上式就不难化简了.

解 由题意可知 $a<2$.

$$\therefore \quad \frac{\sqrt{a^2-6a+9}}{\sqrt{2-a}} \cdot \sqrt{2-a}=\sqrt{(a-3)^2}=3-a.$$

例 3 已知$(x-y)^2+|2y-z|+\sqrt{z-6}=0$,求$\dfrac{x+2y+z}{z+y-2z}$的值.

解 由题意可知,

$$\begin{cases}(x-y)^2=0,\\ 2y-z=0,\\ \sqrt{z-6}=0.\end{cases}$$

解这个方程组,得

$x=3, y=3, z=6.$

$$\therefore \quad \frac{x+2y+z}{x+y-2z}=\frac{3+2\times3+6}{3+3-2\times6}=-\frac{5}{2}.$$

小结:平方数(a^2)、绝对值($|a|$)、算术平方根($\sqrt{a}$)是初中阶段学习的三个非负数.这三个非负数,不仅它们本身各自有着重要的意义,而且与其他数学知识有着广泛的联系.非负数有一条重要性质,即几个非负数的和等于零,那么必定每个非负数都同时为零.在解题时,经常使用.

双基练习 1—2

1. 填空:

(1)16 的平方根是 ±4 ______.

(2)0.49 的算术平方根是 ±0.7 ______.

(3)-8000 的立方根是______.

(4)如果 $a<0$,那么 $\sqrt{a^2}=$______.

(5)查表得 $\sqrt{1.35}=1.162$, $\sqrt{13.5}=3.674$,那么可求得

$\sqrt{0.0135}=$ ________.

(6)查表得 $\sqrt[3]{3.85}=1.567$，$\sqrt[3]{38.5}=3.377$，那么可求得 $\sqrt[3]{-38500000}=$ ________.

2. 选择答案：

(1) $\sqrt{(-3)^2}$的值等于〔　　〕.

(A)-3　(B)3　(C)-9　(D)9

(2) $\sqrt{9}$的平方根是〔　　〕.

(A)3　(B)±3　(C)$\sqrt{3}$　(D)$\pm\sqrt{3}$

(3)当 $a<0$ 时，$\frac{\sqrt{a^2}}{a}$的值为〔　　〕.

(A)1　(B)-1　(C)±1　(D)a

(4)当 $-1<x<2$ 时，$\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$ 等于〔　　〕.

(A)$2x-1$　　(B)$-2x-1$

(C)3　　(D)-3

3. 已知 $|3x+2y|+5\sqrt{2x-3y+13}=0$，求 $x^2-3xy-4y^2$ 的值.

4. 求体积为 729 的正方体的表面积.

(三)科学记数法、近似数及有效数字

知识概述

1. 科学记数法

把一个数记成 $\pm a\times10^n$ 的形式(其中 n 是整数，a 是大于或等于 1 而小于 10 的数)，称为用科学记数法表示这个数.

2. 近似数及有效数字

近似地表示某一个量准确值的数，叫做这个量准确值的