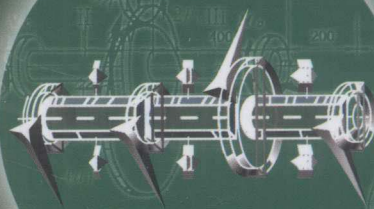
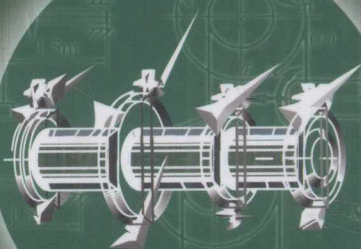
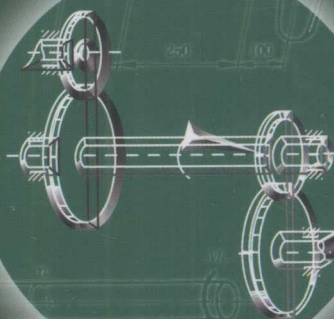


面向21世纪高等院校教材

# 材料力学

(第2版)

冯维明 主编 宋娟 赵俊峰 副主编



国防工业出版社

National Defense Industry Press

面向 21 世纪高等院校教材

# 材 料 力 学

(第 2 版)

冯维明 主编

宋 娟 赵俊峰 副主编

国防工业出版社

· 北京 ·

## 内 容 简 介

本教材是在 2001 年出版的《材料力学》的基础上,参照教育部力学教学指导委员会最新公布的“材料力学课程教学基本要求”(2008 年版),根据各高校师生使用过程中的反馈信息进行了修订。本教材为教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果。

修订过程中,基本保持了本书原有的特色和体系,对部分内容进行了重新编排与增删,使教材内容更为精炼、合理。本书分为两篇共 14 章。第一篇从第一章到第八章,是工科院校各专业材料力学课程都应学习的基本内容,它包括杆件的内力、杆件的应力、杆件的变形、简单超静定问题、平面应力分析及复杂应力状态下的强度理论、组合变形、压杆稳定和疲劳强度;第二篇从第九章到第十四章,是加深与扩展内容,包括能量法、超静定结构、动载荷、非圆截面扭转、非对称弯曲和特殊梁的弯曲、平面应变分析和含裂纹构件的断裂,供对本课程要求较高的学科和学生选修或自学。

本教材适合作为高等学校工科各学科的中、多学时材料力学课程教材,也可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 冯维明主编. —2 版. —北京: 国防工业出版社, 2010. 5  
面向 21 世纪高等院校教材  
ISBN 978 - 7 - 118 - 06640 - 1

I. ①材... II. ①冯... III. ①材料力学-高等学校-教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 057446 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

涿中印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787 × 1092 1/16 印张 22 字数 510 千字

2010 年 5 月第 2 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 36.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

# 前 言

随着科学技术的迅速发展,学生的知识结构需要相应地调整,教学计划与管理也在发生变化。材料力学是工科各专业传统的技术基础课程,目前在教学中教材内容多与学时少的矛盾很突出,不同学科、不同学生对课程的要求也不尽相同。为了更好地适应各学科材料力学课程教学的需要,编者参照教育部力学教学指导委员会最新公布的“材料力学课程教学基本要求”(2008年版),根据各高校师生对原教材(2001年版)使用过程中的反馈信息进行了重新编排和修订。

本书分为两篇共十四章以及附录,第一篇从第一章到第八章,是工科院校各专业材料力学课程都应学习的基本内容;第二篇从第九章到第十四章,是加深与扩展内容,供对本课程要求较高的学科和学生选修或自学。本教材加“\*”的部分可根据学时情况选讲。本书适合作为高等学校工科各学科的中、多学时的材料力学课程教材。

本教材对原传统教材的内容与体系进行了改革,注重打好基础,强化基本概念和基本理论,力求达到重点突出、条理清晰、结构紧凑、叙述严谨。加强了内容的逻辑性与系统性,同时尽量做到符合读者的认识规律,提高教学效率。第一篇以强度、刚度和稳定性为主线,章节叙述的次序为:绪论,杆件的内力、杆件的应力、杆件的变形·简单超静定问题、应力状态分析·强度理论、组合变形、压杆稳定、交变应力。这种编排方式将概念相同、研究方法相同的问题集中安排在一章讨论,使重点突出,由于问题相似,便于举一反三,易讲易学,从而达到提高教学效率的目的。如在杆件的内力章节中,将杆件的内力结合静力学中力系的简化方便地

推出,各种基本变形下的受力特点一目了然;杆件的应力章节中,拉压正应力、扭转切应力、弯曲正应力的公式推导,既是难点也是重点,是材料力学的核心问题,而三者的推导过程如出一辙,都是基于几何、物理和静力学关系而演绎的,现同放在“杆件的应力”这一章节中叙述,在推导上相互呼应,从而让学生更容易掌握和理解;将拉压、扭转和弯曲变形下的简单超静定结构放在杆件的变形章节内一节中叙述,突出了不同变形下求解超静定结构过程中的关键——变形协调方程的建立。上述问题在传统的教材中是分散在不同章节中叙述的。另外,对重点与难点的阐述力求清楚、透彻,并努力将启发式教学、培养创新意识、理论联系实际等教育思想蕴含于教材之中。

本教材由冯维明教授主编,参加本教材编写工作的有冯维明(前言、第一章、第二章、第九章、第十章、第十一章、第十二章)、宋娟(第三章、第四章、第七章)、赵俊峰(第五章、第六章、第八章、第十三章、第十四章及附录 I)。全书由冯维明负责统稿。

本教材在编写过程中得到蔺海荣、魏星原、虞松、王全娟、刘广荣、李文娟等老师的支持与帮助,在此一并致谢。

本教材虽然在内容和体系改革等方面取得了一些成果,但受编者水平所限,欠妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编 者

2009 年 12 月

# 主要符号

|                  |                |                               |              |
|------------------|----------------|-------------------------------|--------------|
| $a$              | 加速度            | $k_{\sigma}, k_{\tau}$        | 有效应力集中因数     |
| $A$              | 截面面积           | $K_d$                         | 动荷因数         |
| $A_{bs}$         | 挤压面面积          | $K_1$                         | 应力强度因子       |
| $b$              | 截面宽度           | $K_t$                         | 应力集中因数       |
| $C$              | 截面形心, 弹簧刚度     | $l$                           | 长度, 跨度       |
| $d, D$           | 直径             | $m$                           | 质量           |
| $e$              | 偏心距            | $M$                           | 弯矩           |
| $E$              | 弹性模量           | $M_e$                         | 外力偶          |
| $EA$             | 抗拉压刚度          | $n$                           | 转数           |
| $EI$             | 抗弯刚度           | $n_s, n_b$                    | 安全因数         |
| $F$              | 集中力            | $n_{st}$                      | 稳定安全因数       |
| $F_{Ax}, F_{Ay}$ | A 处的约束力分量      | $N$                           | 应力循环次数, 疲劳寿命 |
| $F_{bs}$         | 挤压力            | $P$                           | 功率           |
| $F_{cr}$         | 临界力            | $q$                           | 分布载荷集度       |
| $F_d$            | 动载荷            | $r$                           | 半径, 循环特征     |
| $F_N$            | 轴力             | $R$                           | 半径           |
| $F_R$            | 约束力            | $S_z, S_y$                    | 对 $z, y$ 轴静矩 |
| $F_S$            | 剪力             | $t$                           | 时间, 厚度       |
| $[F]$            | 许可载荷           | $T$                           | 扭矩, 动能, 温度   |
| $g$              | 重力加速度          | $v$                           | 速度           |
| $G$              | 切变模量           | $v_v$                         | 体积改变比能       |
| $GI_p$           | 抗扭刚度           | $v_d$                         | 畸变比能         |
| $GI_t$           | 非圆截面抗扭刚度       | $v_{\varepsilon}, v_{\gamma}$ | 应变比能         |
| $h$              | 截面高度           | $V$                           | 体积, 势能       |
| $i$              | 惯性半径           | $V_{\varepsilon}, V_{\gamma}$ | 应变能, 变形能     |
| $I_z, I_y$       | 对 $z, y$ 轴的惯性矩 | $W$                           | 功, 重量        |
| $I_p$            | 极惯性矩           | $W_z, W_y$                    | 弯曲截面系数       |
| $I_{yz}$         | 对 $y, z$ 轴的惯性积 | $W_p$                         | 扭转截面系数       |

|                                        |            |                          |                 |
|----------------------------------------|------------|--------------------------|-----------------|
| $w$                                    | 挠度         | $\sigma_{cr}$            | 临界应力            |
| $\alpha_l$                             | 线膨胀系数      | $\sigma_d$               | 动应力             |
| $\alpha_K$                             | 冲击韧度       | $\sigma_e$               | 弹性极限            |
| $\beta$                                | 表面加工系数     | $\sigma_m$               | 平均应力            |
| $\gamma$                               | 切应变        | $\sigma_p$               | 比例极限            |
| $\delta$                               | 伸长率, 广义位移  | $\sigma_r$               | 相当应力            |
| $\Delta_d$                             | 动变形        | $\sigma_r$               | 循环特征为 $r$ 的疲劳极限 |
| $\Delta_{st}$                          | 静变形        | $\sigma_s$               | 屈服极限            |
| $\varepsilon$                          | 线应变        | $\sigma_{st}$            | 静应力             |
| $\varepsilon_e$                        | 弹性应变       | $\sigma_t$               | 拉应力             |
| $\varepsilon_p$                        | 塑性应变       | $\sigma_u$               | 极限正应力           |
| $\varepsilon_\sigma, \varepsilon_\tau$ | 尺寸因数       | $\sigma_\theta$          | 环向应力            |
| $\theta$                               | 体积应变       | $[\sigma]$               | 许用正应力           |
| $\lambda$                              | 压杆的柔度, 长细比 | $[\sigma_{bs}]$          | 许用挤压应力          |
| $\mu$                                  | 压杆的长度因数    | $[\sigma_{st}]$          | 稳定许用应力          |
| $\nu$                                  | 泊松比        | $\tau$                   | 切应力             |
| $\rho$                                 | 曲率半径, 密度   | $\tau_s$                 | 剪切屈服极限          |
| $\sigma$                               | 正应力        | $\tau_u$                 | 极限切应力           |
| $\sigma_{p0.2}$                        | 规定非比例伸长应力  | $[\tau]$                 | 许用切应力           |
| $\sigma_a$                             | 应力幅        | $\varphi$                | 相对扭转角, 折减因数     |
| $\sigma_b$                             | 强度极限       | $\psi$                   | 断面收缩率           |
| $\sigma_{bs}$                          | 挤压应力       | $\psi_\sigma, \psi_\tau$ | 非对称敏感系数         |
| $\sigma_c$                             | 压应力        | $\omega$                 | 载荷弯矩图面积         |

# 目 录

## 第一篇 基 本 内 容

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| <b>第一章 绪论</b> .....         | 1  |
| 1.1 材料力学的任务 .....           | 1  |
| 1.2 变形固体的基本假设 .....         | 2  |
| 1.3 基本概念 .....              | 3  |
| 1.4 杆件变形的基本形式 .....         | 6  |
| 习题 .....                    | 7  |
| <b>第二章 杆件的内力</b> .....      | 9  |
| 2.1 杆件内力的一般描述·截面法 .....     | 9  |
| 2.2 轴向拉伸或压缩的概念·轴力与轴力图.....  | 10 |
| 2.3 扭转的概念·扭矩与扭矩图.....       | 12 |
| 2.4 弯曲的概念·剪力与弯矩.....        | 14 |
| 2.5 剪力方程与弯矩方程·剪力图与弯矩图.....  | 17 |
| 2.6 载荷集度、剪力与弯矩之间的关系 .....   | 20 |
| 2.7 平面刚架与平面曲杆的弯曲内力.....     | 25 |
| 习题 .....                    | 26 |
| <b>第三章 杆件的应力与强度计算</b> ..... | 32 |
| 3.1 引言.....                 | 32 |
| 3.2 拉(压)杆的应力 .....          | 32 |
| 3.3 材料在拉伸与压缩时的力学性能.....     | 36 |
| 3.4 失效、许用应力与强度条件 .....      | 41 |
| 3.5 圆轴扭转时的切应力及强度条件.....     | 43 |
| 3.6 梁弯曲时的正应力.....           | 49 |
| 3.7 梁的弯曲正应力强度条件.....        | 53 |
| 3.8 梁的弯曲切应力与强度条件.....       | 57 |
| 3.9 梁的优化设计.....             | 64 |
| 3.10 连接件的强度计算 .....         | 67 |
| *3.11 应力集中 .....            | 73 |
| 习题 .....                    | 74 |

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| <b>第四章 杆件的变形·简单超静定问题</b> | 83  |
| 4.1 引言                   | 83  |
| 4.2 轴向拉伸或压缩时的变形          | 83  |
| 4.3 圆轴扭转变形与刚度条件          | 87  |
| 4.4 梁的变形·挠曲线微分方程及其积分     | 89  |
| 4.5 叠加法求梁弯曲变形            | 95  |
| 4.6 超静定问题的概念及解法          | 97  |
| 4.7 温度应力和装配应力            | 103 |
| 4.8 梁的刚度条件与提高刚度的措施       | 106 |
| 习题                       | 108 |
| <b>第五章 应力状态分析·强度理论</b>   | 117 |
| 5.1 应力状态的概念              | 117 |
| 5.2 平面应力状态分析·应力圆         | 118 |
| 5.3 梁的主应力·主应力迹线的概念       | 124 |
| 5.4 空间应力状态的最大切应力         | 126 |
| 5.5 广义胡克定律               | 127 |
| 5.6 空间应力状态的应变比能          | 131 |
| 5.7 强度理论                 | 132 |
| 习题                       | 138 |
| <b>第六章 组合变形</b>          | 143 |
| 6.1 组合变形与叠加原理            | 143 |
| 6.2 拉伸(压缩)与弯曲的组合         | 143 |
| 6.3 斜弯曲                  | 146 |
| 6.4 偏心拉伸(压缩)·截面核心        | 148 |
| 6.5 扭转与弯曲的组合             | 151 |
| 习题                       | 154 |
| <b>第七章 压杆稳定</b>          | 159 |
| 7.1 压杆稳定的概念              | 159 |
| 7.2 两端铰支细长压杆的临界压力        | 160 |
| 7.3 其他支座条件下细长压杆的临界压力     | 162 |
| 7.4 欧拉公式的适用范围·经验公式       | 165 |
| 7.5 压杆的稳定计算              | 167 |
| 7.6 提高压杆稳定性的措施           | 171 |
| 习题                       | 173 |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| <b>第八章 交变应力与疲劳强度</b> ..... | 177 |
| 8.1 交变应力与疲劳破坏的基本概念 .....   | 177 |
| 8.2 材料的疲劳极限 .....          | 179 |
| 8.3 影响疲劳极限的主要因素 .....      | 180 |
| 8.4 构件的疲劳强度计算 .....        | 183 |
| 习题 .....                   | 187 |

## 第二篇 加深与扩展内容

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| <b>第九章 能量法</b> .....           | 190 |
| 9.1 概述 .....                   | 190 |
| 9.2 应变能的普遍表达式 .....            | 190 |
| 9.3 互等定理 .....                 | 193 |
| 9.4 卡氏定理 .....                 | 194 |
| 9.5 虚功原理 .....                 | 198 |
| 9.6 单位载荷法·莫尔积分 .....           | 199 |
| *9.7 计算莫尔积分的图乘法 .....          | 205 |
| 习题 .....                       | 209 |
| <b>第十章 超静定结构</b> .....         | 216 |
| 10.1 概述 .....                  | 216 |
| 10.2 用力法解超静定结构 .....           | 217 |
| 10.3 对称与反对称性质的利用 .....         | 223 |
| *10.4 连续梁与三弯矩方程 .....          | 229 |
| 习题 .....                       | 232 |
| <b>第十一章 动载荷</b> .....          | 238 |
| 11.1 概述 .....                  | 238 |
| 11.2 动静法的应用 .....              | 238 |
| 11.3 杆件受冲击时的应力与变形 .....        | 241 |
| 11.4 冲击韧度 .....                | 246 |
| 11.5 综合问题分析 .....              | 247 |
| 习题 .....                       | 252 |
| <b>第十二章 扭转与弯曲的几个补充问题</b> ..... | 259 |
| 12.1 非圆截面杆扭转的概念 .....          | 259 |
| 12.2 薄壁杆件的自由扭转 .....           | 261 |
| 12.3 非对称弯曲 .....               | 266 |

|                        |                   |     |
|------------------------|-------------------|-----|
| 12.4                   | 开口薄壁杆件的弯曲切应力·弯曲中心 | 270 |
| 12.5                   | 用有限差分法计算弯曲变形      | 273 |
| 12.6                   | 组合梁与夹层梁           | 275 |
|                        | 习题                | 279 |
| <b>第十三章 应力与应变分析</b>    |                   | 283 |
| 13.1                   | 三向应力状态            | 283 |
| 13.2                   | 平面应力状态下的应变分析      | 285 |
| 13.3                   | 应变的测量与应力的计算       | 289 |
|                        | 习题                | 291 |
| <b>第十四章 含裂纹构件的断裂</b>   |                   | 293 |
| 14.1                   | 概述                | 293 |
| 14.2                   | 应力强度因子            | 294 |
| 14.3                   | 断裂韧度与断裂准则         | 297 |
| 14.4                   | 疲劳裂纹扩展速率与寿命估计     | 299 |
|                        | 习题                | 302 |
| <b>附录 I 平面图形的几何性质</b>  |                   | 304 |
| I.1                    | 静矩与形心             | 304 |
| I.2                    | 惯性矩、惯性半径与惯性积      | 306 |
| I.3                    | 平行移轴公式            | 308 |
| * I.4                  | 转轴公式·主惯性轴         | 310 |
|                        | 习题                | 314 |
| <b>附录 II 型钢表</b>       |                   | 316 |
| <b>附录 III 部分习题参考答案</b> |                   | 325 |
| <b>参考文献</b>            |                   | 341 |

# 第一篇 基本内容

## 第一章 绪 论

### 1.1 材料力学的任务

材料力学是一门技术基础课程,它为许多理工科学科和专业奠定了固体力学基础,同时它的基本理论和方法也可以直接用于解决工程实际问题。

机械或工程结构的组成部分统称为**构件**,例如,机床的主轴、起重机的大梁、建筑物的梁和柱等。构件工作时将受到力的作用,例如,车床主轴受切削力和齿轮啮合力的作用,起重机梁受到起吊物的重力作用,建筑物受到风力和地震力作用,这些力称为**载荷**。构件是由一定的工程材料制成的,在载荷作用下将产生变形,若变形太大甚至发生断裂破坏,则会导致构件失效。构件的安全或破坏问题称为**强度问题**。强度是指构件抵抗破坏的能力。有些构件不仅应具有足够的强度,而且其变形也不能太大。例如,图 1.1(a)所示变速器,工作时若传动轴的弯曲变形过大(图 1.1(b)),将使齿轮的啮合与轴承的配合不良(图 1.1(c)),降低寿命且引起噪声。构件的变形问题称为**刚度问题**。刚度是指构件抵抗变形的能力。工程中受压力作用的细长直杆,如千斤顶的螺杆(图 1.2)及液压驱动装置的活塞杆,应始终保持原有的直线平衡形态,保证不被压弯。构件保持原有平衡状态的能力称为**稳定性**。为了保证机械或结构安全正常地工作,构件应满足强度、刚度和稳定性要求。

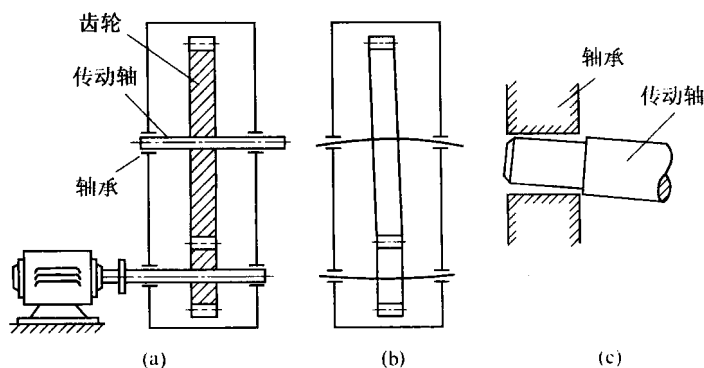


图 1.1

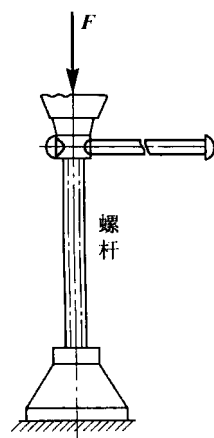


图 1.2

在构件的设计中存在着安全与经济的矛盾。若构件的截面尺寸过小、形状不合理或材质不好,以上要求将不能满足;反之,若不合理地加大横截面尺寸,选用优质材料,虽然满足了上述要求,却增加了成本,造成浪费。所以,如何合理地选取材料,恰当地确定构件的截面形状和尺寸,是构件设计中的重要问题。例如,取一张薄纸板,两端支承,中间加载荷,在较小的载荷下,纸板将产生较大的变形。若将该纸板折成槽形或卷成圆筒形,仍按同样的支承条件加载荷,承受的载荷将大大增加。由此可知,后者的截面形状是合理的。又如,自然界中植物的秸秆,如麦秸秆和毛竹等,经过长期的自然选择,其截面形状是合理的。所以工程结构中大量使用槽钢、工字钢和管材等。

综上所述,材料力学的任务就是研究构件在外力作用下的受力、变形和破坏的规律,为合理设计构件提供强度、刚度及稳定性分析的基础理论和计算方法。

材料力学研究问题的方法有两类,即理论分析和实验研究。这两种方法都很重要,是相辅相成的。实验为理论分析提供必要的材料参数和假设依据,验证理论公式的正确性,同时理论和概念又在实验中起指导作用。对于受力复杂的重要构件要同时进行理论分析和实验研究。另外,随着计算机的发展和广泛应用,数值计算方法已成为解决工程问题的有效方法。

## 1.2 变形固体的基本假设

固体因受外力作用而变形,故称为**变形固体**。为便于对变形固体制成的构件进行理论分析,通常略去一些次要因素,根据变形固体的主要性质做如下假设:

(1) **连续性假设** 假设组成固体的物质是密实和连续的。微观上,组成固体的粒子之间存在空隙并不连续,但是这种空隙与构件的尺寸相比极其微小,可以忽略不计。于是可以认为固体在其整个体积内是连续的。这样,可以把力学量表示为固体各点坐标的连续函数,应用一般的数学分析方法。

(2) **均匀性假设** 材料在外力作用下所表现的性能称为**材料的力学性能**。在材料力学中,假设在固体内到处都有相同的力学性能。就金属而言,组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同。但因构件中包含为数极多的晶粒,而且杂乱无序地排列,固体各部分(宏观)的力学性能实际上是微观性能的统计平均值,所以可以认为各部分的力学性能是均匀的。按此假设,从构件内部任何部位所切取的微小体积都具有与构件相同的性能。

(3) **各向同性假设** 假设固体沿任何方向的力学性能都是相同的。就单一的金属晶粒来说,沿不同方向性能并不完全相同。因为金属构件包含数量极多的杂乱无序排列的晶粒,这样,宏观上沿各个方向的性能就接近相同,具有这种属性的材料称为各向同性材料。也有些材料沿不同方向性能不相同,如木材和复合材料等,这类材料称为各向异性材料。

实践证明,对于大多数常用的结构材料,如钢铁、有色金属和混凝土等,上述连续、均匀和各向同性假设是符合实际的、合理的。

(4) **小变形** 固体在外力作用下将产生变形。实际构件的变形以及由变形引起的位移与构件的原始尺寸相比甚为微小。这样,在研究构件的平衡和运动时,仍可按构件的原始尺寸进行计算,从而使计算大大简化。

工程中,绝大多数物体的变形被限制在弹性范围内,即当外加载荷消除后,物体的变形随之消失,这种变形称为弹性变形,相应的物体称为弹性体。

综上所述,在材料力学中,通常把实际构件看作连续、均匀和各向同性的变形固体,且在大多数场合下局限于研究弹性小变形情况。

### 1.3 基本概念

#### 一、内力、截面法和应力

物体受外力作用时,因固体内部各质点之间相对位置发生变化,从而引起相互作用力的变化。这种由外力引起的物体内部相互作用力的变化量称为附加内力,简称为内力。这种内力随外力的增加而增大,与构件的强度、刚度和稳定性有关。

图 1.3(a)所示构件在外力作用下处于平衡状态。为研究任意截面  $m-m$  上的内力,用一平面沿截面  $m-m$  假想地把构件切为两部分,在切开截面上,构件左、右两部分相互作用的内力显示出来(图 1.3(b)),它们是作用力与反作用力,大小相等、方向相反。根据连续性假设,内力是遍及整个截面的分布力系,今后,将分布内力系向截面上一点简化后得到的合力和合力偶称为截面上的内力。任取一部分作为研究对象,根据内力与外力的平衡关系,就可以确定出该截面上的内力。这种分析内力的方法称为截面法,将在第二章详细介绍。

为了描述截面上内力分布情况,需要引进应力的概念。如图 1.4(a)所示,在杆件任意截面  $m-m$  上,内力是连续分布的,围绕截面上任一点  $M$  取一微面积  $\Delta A$ ,上面作用的内力为  $\Delta F$ ,则比值

$$\bar{p} = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.1)$$

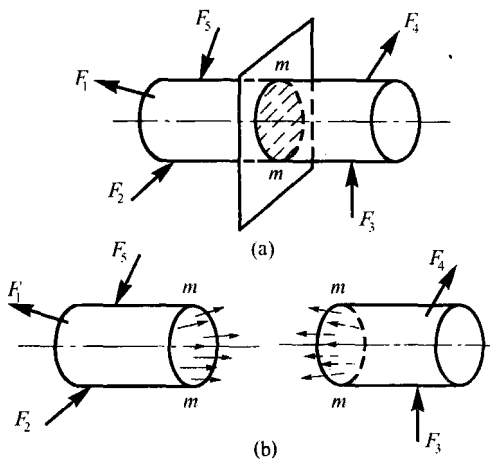


图 1.3

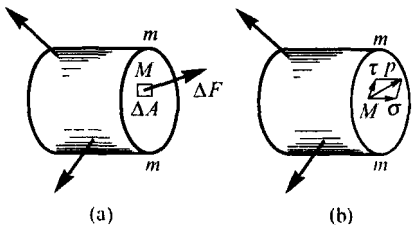


图 1.4

称为该截面在  $M$  点附近的平均应力。一般情况下,内力沿截面并非均匀作用。平均应力  $\bar{p}$  值的大小及方向将随所取面积  $\Delta A$  的大小而异。为了更精确地描述内力的分布情况,应

使  $\Delta A$  趋近于  $M$  点(即趋近零), 由此得到平均应力  $\bar{p}$  的极限值:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1.2)$$

$p$  称为截面  $m-m$  上  $M$  点处的应力, 它是分布内力系在  $M$  点的集度, 反映内力系在  $M$  点的强弱程度。截面上  $M$  点的应力  $p$  是一个矢量, 通常把应力  $p$  分解为垂直于截面的分量  $\sigma$  和切于截面的分量  $\tau$  (图 1.4(b))  $\sigma$  称为正应力,  $\tau$  称为切应力。

应力的量纲是力/[长度]<sup>2</sup>, 在法定计量单位中, 单位为 Pa(帕),  $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ , 常用单位 MPa, 其值为  $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$ 。

## 二、应变

固体在外力作用下也会发生形状与尺寸的变化, 即变形, 同时引起应力。为了研究构件的变形及其内部的应力分布, 需要了解构件内部各点处的变形。为此, 假想地将构件分割成许多微小的正六面体, 称为单元体。

构件受力后, 各单元体的位置发生变化, 同时, 单元体棱边的长度发生改变(图 1.5(a))。

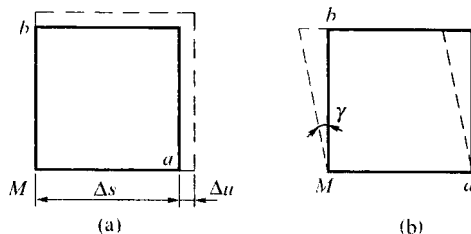


图 1.5

设棱边  $Ma$  的原长为  $\Delta s$ , 变形后长度为  $\Delta s + \Delta u$ , 即长度改变量为  $\Delta u$ , 则  $\Delta u$  与  $\Delta s$  的比值称为棱边  $Ma$  的平均正应变, 并用  $\bar{\epsilon}$  表示, 即

$$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta u}{\Delta s} \quad (1.3)$$

一般情况下, 棱边  $Ma$  各点处的变形程度并不相同, 平均应变的大小将随棱边的长度而改变。为了精确地描述  $M$  点沿棱边  $Ma$  方向上的变形情况, 应使  $\Delta s$  趋于零, 由此得到平均正应变的极限值, 即

$$\epsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} \quad (1.4)$$

$\epsilon$  称为  $M$  点沿棱边  $Ma$  方向上的正应变。采用类似的方法, 还可以确定  $M$  点沿其他方向的正应变。

当棱边长度发生改变时, 相邻棱边之间的夹角一般也发生变化。单元体相邻棱边所夹直角的改变量(图 1.5(b)), 称为切应变, 并用  $\gamma$  表示, 切应变的单位为 rad。

正应变  $\epsilon$  和切应变  $\gamma$  是度量一点处变形程度的两个基本量, 它们都是无量纲的量。

## 三、单向应力、纯剪切与切应力互等定理

在构件的同一截面上, 不同点的应力一般不同, 同时, 在通过同一点的不同方位的

截面上,应力一般也不相同。为了全面研究一点处在不同方位的截面上的应力,围绕该点切取一无限小的正六面体,即单元体进行研究,显然,单元体各截面的应力一般也不相同。

单元体受力最基本、最简单的形式有两种:一种是单向受力或单向应力(图 1.6(a));另一种是纯剪切(图 1.6(b))。在单向应力状态下,单元体仅在一对相互平行的截面上承受正应力;在纯剪切状态下,单元体仅承受切应力。

对于上述处于纯剪切状态的单元体(图 1.7(a)),如果边长分别为  $dx$ 、 $dy$  和  $dz$ ,单元体顶面与底面的切应力为  $\tau$ ,左右侧面的切应力为  $\tau'$ ,则由平衡方程

$$\sum M_z = 0 \quad \tau dx dz \cdot dy - \tau' dy dz \cdot dx = 0$$

得

$$\tau = \tau' \quad (1.5)$$

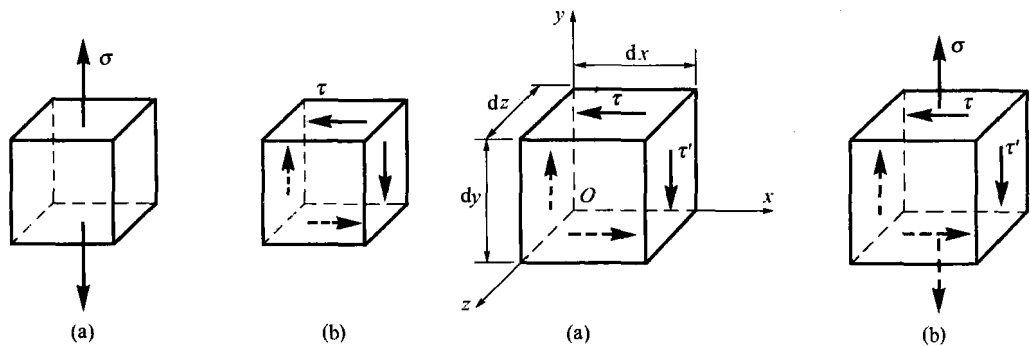


图 1.6

图 1.7

上式表明,在互相垂直的两个平面上,切应力必然成对存在,且数值相等;两者都垂直于两个平面的交线;方向则共同指向或共同背离这一交线。这就是切应力互等定理。

同样可以证明,当截面上同时存在正应力时(图 1.7(b)),切应力互等定理仍然成立。

#### 四、胡克定律

应力有两种形式,即正应力与切应力。同样,应变也有两种形式,即正应变与切应变。显然,对于一种具体的材料,应力和应变之间必然存在一定的关系。

单向受力实验表明(图 1.8(a)):在正应力  $\sigma$  作用下,材料沿应力作用方向发生正应变  $\epsilon$ ,若正应力不超过某一极限值时,则正应力与正应变之间存在线性关系,即

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (1.6)$$

上述关系称为胡克定律,比例常数  $E$  称为弹性模量。

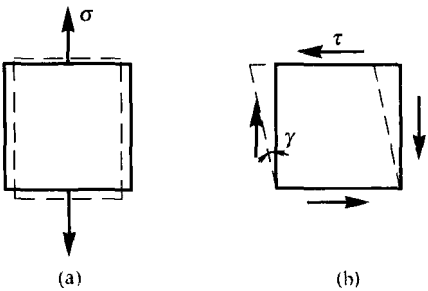


图 1.8

纯剪切试验表明(图 1.8(b)): 在切应力  $\tau$  作用下, 材料发生切应变  $\gamma$ , 若切应力不超过某一极限值时, 则切应力与切应变之间存在线性关系, 即

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (1.7)$$

上述关系称为**剪切胡克定律**, 比例常数  $G$  称为**切变模量**。

实验表明, 对于工程中绝大多数材料, 在一定应力范围内, 均符合或近似符合胡克定律与剪切胡克定律。在我国法定计量单位中, 弹性模量与切变模量的常用单位为  $\text{GPa}$ , 其值为  $1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}$ 。

## 1.4 杆件变形的基本形式

构件有各种几何形状, 材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的构件, 上述构件又称为**杆件**, 简称**杆**。杆件各横截面形心的连线称为杆件的**轴线**, 轴线与横截面正交。轴线为直线的杆称为**直杆**(图 1.9(a))。轴线为曲线的杆称为**曲杆**(图 1.9(b))。横截面的形状和大小不变的直杆称为**等直杆**。工程中很多构件都可以简化为杆件, 如连杆、传动轴、立柱和桁架结构中的杆等。除杆件外, 工程中常用的构件还有板和壳体等。



图 1.9

实际杆件在受力下的变形形式比较复杂, 但它可以看作几种基本变形形式的组合。杆件变形的基本形式可归纳为以下四种:

(1) **拉伸或压缩** 杆件受到大小相等、方向相反且作用线与轴线重合的一对力的作用。其变形为轴向的伸长或缩短(图 1.10(a))。例如, 起吊重物的钢索、桁架结构中的拉(压)杆、液压驱动装置的活塞杆等的变形。

(2) **剪切** 杆件受到大小相等、方向相反且作用线靠近的一对力的作用, 其变形为杆件两部分沿外力方向发生相对错动(图 1.10(b))。例如常用的连接件, 如铆钉、销钉、螺栓等都发生剪切变形。

(3) **扭转** 在垂直于杆件轴线的两个平面内, 分别作用大小相等、转向相反的两个力偶(图 1.10(c)), 其变形为任意两个横截面发生绕轴线的相对转动, 变形前杆的母线在变形后成为斜线。例如, 汽车的传动轴、电机和水轮机的主轴等都发生扭转变形。

(4) **弯曲** 在包含杆件轴线的纵向平面内, 作用大小相等、方向相反的一对力偶, 或作用与轴线垂直的横向力(图 1.10(d)), 杆件轴线由直线变为曲线。例如, 机车的车轴、桥式起重机的大梁以及车刀等都发生弯曲变形。

实际构件的变形经常是几种基本变形的组合, 称为**组合变形**。例如, 车床主轴工作时就是弯曲、扭转和压缩变形的组合。本书首先讨论杆件的基本变形, 然后再讨论组合变形。