

Computational Structural Mechanics and Optimal Control

计算结构力学 与最优控制

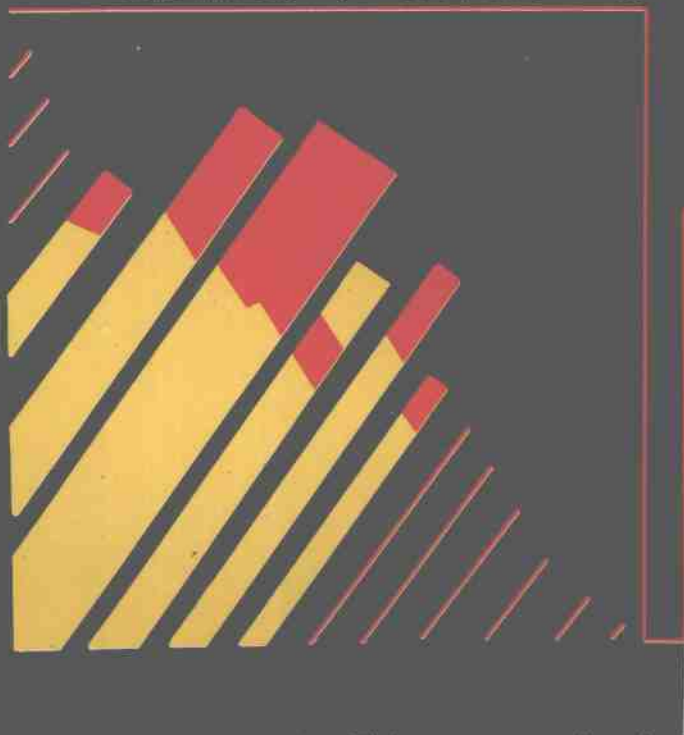
钟万勰 等著



大连理工大学出版社

Computational Structural Mechanics and Optimal Control

责任编辑:凌子 封面设计:王艳



ISBN 7-5611-0757-9/O · 104 定价:7.00 元(压膜装) 14.00 元(精装)

Computational Structural Mechanics
and Optimal Control

计算结构力学与最优控制

296987

钟万勰 著

(Zhong Wanxie)

欧阳华江 协助

邓子辰

大连理工大学出版社

Dalian University of Technology Press

(辽)新登字 16 号

图书在版编目(CIP)数据

计算结构力学与最优控制/钟万勰 等著.——大连:大连理工大学出版社,1993.8

ISBN 7-5611-0757-9

I. 计算结构力学与最优控制

II. 钟万勰 等著

III. 计算结构力学—最优控制—Hamilton 体系

IV. O·104

大连理工大学出版社出版发行

(大连市凌水河 邮编:116024)

大连海运学院印刷厂印刷

1993年8月第1版

1993年8月第1次印刷

开本:850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张:9 $\frac{1}{8}$ 字数:230千字

印数:1—3000册

责任编辑:凌子 责任校对:杜祖诚 封面设计:王艳

定价: 7.00元 (压膜)
14.00元 (精装)

内 容 简 介

本书是一本学术专著,除了为控制界和力学界的科技人员安排了一些必要的结构力学和控制理论的基本知识外,主要内容是作者及其课题组在近三年多来的科研工作,书中某些工作是首次发表。

本书包含两个主题,第一个是介绍计算结构力学与最优控制的模拟理论,主要包括LQ控制中黎卡提方程的求解,Hamilton矩阵和辛阵的本征问题,有约束线性和非线性系统的最优解;第二个是基于Hamilton体系的求解方法,包括解析法,半解析法和数值法及其在静力学和动力学中的应用。

本书可供从事计算力学或控制理论研究的科技人员 and 高等学校有关专业的教师 and 研究生参考,主要内容已在本校计算力学专业的研究生课程“计算力学和最优控制及Hamilton体系”中讲述。

序

计算技术给各工程学科都带来了巨大的冲击。有限元法使结构力学现代化,出现了计算结构力学,使整个学科面貌发生了带根本性的变化。工程结构的分析和设计也因此有了根本性的巨大变化,其中结构优化设计的巨大进展便是其成果之一。传统的结构力学、弹塑性力学、工程动力学、板壳理论、稳定性理论等,以及各种数学方法,位移法、力法、混合法以及作为其基础的变分原理及各种近似计算方法等,互相渗透融合,变得更加实用化、一体化。力学的基本理论体系随计算技术的冲击而更加焕发其光彩;结构分析通用计算程序的出现,可以统一处理各类复杂结构的设计计算问题,表征了这个趋势。

控制理论本是从机械与力学中起源并奠基的,逐渐发展为独立的学科。计算技术对于该学科的冲击甚至更为巨大,表现在其基本体系的表达和处理上发生了根本性的变化。自50年代以来,状态空间法、动态规划、极大值原理、卡尔曼滤波理论等,汇合而形成了近代控制论,在基本问题的提法上就已与经典控制论不同。近代控制论已自成体系并有了巨大的进展,它与应用力学两者正在独立发展。然而读者可以从这本书中看到,最优控制的基本方程在数学与计算结构力学上可以一一对应地互相模拟。这一发现表明了两者在理论体系上的相似性,给计算结构力学与近代控制论两方面架起了一座互相渗透的桥梁,将十分有利于两者的共同发展。

力学工作者应首先虚心地从汲取状态空间法成功的经验,重新认识哈密尔顿(Hamilton)体系理论的深刻意义,以及随之而来的辛数学方法及其对于应用力学的应用。另一方面也可以试图将计

算力学中成熟的有效方法介绍到近代控制中应用。两大学科体系的互相渗透肯定可以有益于双方。

空间技术的发展已面临大型空间结构的问题。振动是大尺度柔性结构的一大关键问题。应该用控制技术来抑制振动。这说明控制工程对于结构工程的进一步发展是必不可少的。

希望这本书能为计算结构力学及近代控制论在理论体系上相互渗透起到一个推动作用。希望这一跨学科领域能取得丰富的成果。

钱令希

1993.6.12.

作者序言

近代科技发展的一个突出特点是在学科与学科之间的交叉面上找到新的生长点。中国自然科学基金会的指导性文件指出：“目前基金项目中仍存在着创新意识薄弱，跟踪模仿多，发现发明少，知识老化，新兴交叉综合性科学研究落后等深层次问题”，因此要“注意支持有创新思想的人和项目（包括风险项目）；对新兴学科、边缘学科予以充分重视，……”。这本书是按这个指导性方向申请的自然科学基金课题“计算力学与最优控制理论的新方法”的一个阶段性总结。

自动控制理论源于力学。然而长期以来已发展成独立的主干学科，与工程力学已距离很大。我国大学工程力学专业中一般没有近代控制化的课程设置。笔者发现了最优控制线性二次理论与结构力学中子结构链的理论具有相同的数学方程及变分原理，可以建立起一一对应的模拟关系。这表明两大学科可以互相渗透、取长补短，以取得新的推进。

前四章讲述了计算结构力学的基本概念与方法、能量原理，有限元及子结构法的一些基础知识是为建立模拟关系而服务的。第五章模拟关系的证明是以中国学者有重要贡献的能量原理为基础的。第六章讲黎卡提方程的求解。它对于控制论与力学都很重要。第七章讲述了哈密尔顿矩阵与辛矩阵的本征问题。这些矩阵在工程力学中的应用尚不多见，但当将哈密尔顿体系理论引入时便会大量涌现，例如波传播问题、带陀螺项的结构振动问题等。第八章至第十章试图将结构力学方法用于最优控制的某些问题中，借此向读者介绍可能的发展。第十一章则试图将哈密尔顿体系的方法

用到工程力学与有限元方面。

本书的基本内容是根据笔者的《计算结构力学与最优控制论文集》(大连理工大学工程力学研究所 90—3005 研究报告)以及随后的研究进展与指导研究生的某些工作写就的。第一至四章由欧阳华江编写初稿,第五至十章由邓子辰整理,第十一章由笔者自己撰写。全书再由笔者重改,定稿时又加进了一些新内容,尤其是最近的尚未发表过的研究进展,如第七章中的 § 7.5、§ 7.6 等。

模拟关系是新生事物,限于笔者学识水平、片面性甚或错误在所难免。敬请读者批评指正,共同推进。

笔者深深地感谢我的老师钱令希教授,没有他一贯的支持,这本书甚至这个研究是根本不可能问世的。作者也感谢大连理工大学出版社编辑同志耐心细致的合作,使本书得以出版。

本书可供高年级大学生及研究生阅读参考。

钟万勰

1993. 6. 17

目 录

序

作者序言

第一章 计算结构力学概论	1
§ 1.1 引 言	1
§ 1.2 计算结构力学简介	3
§ 1.3 结构分析的理论基础	6
第二章 能量原理	14
§ 2.1 功和能与能量守恒	14
§ 2.2 最小总势能原理	16
§ 2.3 Rayleigh-Ritz 法和 Galerkin 法	18
§ 2.4 最小总余能原理	20
§ 2.5 哈密尔顿原理与正则方程	22
§ 2.6 多类变量的变分原理	24
§ 2.7 互等定理	27
第三章 力法和位移法	32
§ 3.1 力 法	32
§ 3.2 矩阵力法	34
§ 3.3 位移法	36
§ 3.4 矩阵位移法	37
§ 3.5 矩阵位移法的算例	40
§ 3.6 矩阵位移法在计算机上的实现	42
第四章 有限元法和子结构法	45
§ 4.1 有限元法的基本概念	46
§ 4.2 位移元的一般列式	50
§ 4.3 广义 Galerkin (加权残量)有限元法	52

§ 4.4	杂交元法	53
§ 4.5	时间问题的有限元法	57
§ 4.6	收敛准则	62
§ 4.7	子结构方法	65
§ 4.8	子结构链	69
§ 4.9	数据前后处理与自适应网格剖分和 h - p 精化	78
第五章	计算结构力学与最优控制的模拟关系	82
§ 5.1	概 述	82
§ 5.2	子结构链理论	84
§ 5.3	LQ 控制理论	87
§ 5.4	模拟关系	89
第六章	各种条件下黎卡提方程的求解	91
§ 6.1	概 述	91
§ 6.2	黎卡提方程的建立	92
§ 6.3	黎卡提方程解的力学意义及解的上、下限	94
§ 6.4	代数黎卡提方程的分析解	99
§ 6.5	时段特性的四元表示	102
§ 6.6	离散时间 LQ 控制问题的代数黎卡提方程的求解	103
§ 6.7	连续时间 LQ 控制问题的代数黎卡提方程的求解	106
§ 6.8	有限时间黎卡提微分方程的求解	114
第七章	几种实矩阵的本征问题	128
§ 7.1	离散时间 LQ 控制(辛阵)的本征问题	128
§ 7.2	连续时间 LQ 控制(Hamilton 阵)的本征问题	134
§ 7.3	不对称实矩阵的本征问题	142
§ 7.4	共轭辛子空间迭代法	153
§ 7.5	接触变换下刚度矩阵的变换	167
§ 7.6	代数黎卡提方程的变换法求解	169
第八章	线性约束下的 LQ 控制问题	172
§ 8.1	问题的提出	172
§ 8.2	问题的可解性分析	174

§ 8.3 线性约束下的位移互等定理	178
§ 8.4 反力互等以及反力与负位移互等定理	181
§ 8.5 广义黎卡提方程的建立与求解	184
第九章 非线性控制系统的最优解	195
§ 9.1 概 述	195
§ 9.2 消元次序无关定理	196
§ 9.3 多重子结构法的应用	200
§ 9.4 无约束情况下的微扰解	200
§ 9.5 时段消元的特点及程序设计过程	204
§ 9.6 等式约束非线性控制系统的最优解	209
第十章 最优控制中的几个问题	215
§ 10.1 概 述	215
§ 10.2 各种能量关系式的转换	215
§ 10.3 递推公式	217
§ 10.4 LQ 控制中各种终态条件问题的力学解释	219
§ 10.5 可控性与可观测性的力学解释	226
§ 10.6 小 结	232
第十一章 基于哈密尔顿体系的求解方法	234
§ 11.1 概 述	234
§ 11.2 基于哈密尔顿体系的分离变量法	235
§ 11.3 二端边界条件及其变分方程	241
§ 11.4 哈密尔顿体系有限元半解析法	245
§ 11.5 弹性波导本征解分析	248
§ 11.6 反对称矩阵的计算	253
§ 11.7 反对称矩阵的辛本征问题	258
§ 11.8 沿纵向的离散化	262
§ 11.9 小 结	267
附录 A 求逆引理	268
附录 B 暂态历程的精细计算方法	269
参考文献	278

第一章 计算结构力学概论

§ 1.1 引言

在工程中,凡是由某种材料按照一定的方式组成的,并能够承担荷载作用的物体或体系都可以称为工程结构。工程结构的设计、建造、运行、维护则被称为结构工程。在设计过程中,要计算结构的内力 and 变形,给出其合理形式,这就是结构力学的研究内容。

结构工程包含十分广泛的内容,例如桥梁、民用房屋建筑、工业厂房、储液池、水塔、坝、电站、水利设施、压力容器、飞行器、雷达天线、核安全结构、地下建筑、管路、船舶、运输工具,等等。可以说,任何经济建设都离不开工程结构和结构工程,因此结构力学在工程中得到广泛的应用。

工程结构所要承担的任务是多种多样的。但从结构的力学分析的角度来看,这些任务可以概括为三个方面,即安全、合用和经济。

一、安全

安全是结构分析的最主要的要求,因为它直接关系到人民的生命财产安全。为了达到安全的目的,必须充分了解结构所处的外部条件,如所承担的荷载和环境条件,以及结构材料自身的力学特性,并能正确地建立恰当的数学和力学模型。在此基础上,进行力学分析,结合相关的设计准则进行设计,可以使结构具有足够的强度以保证安全。

从安全的角度看,荷载可分为四类。第一类是经常存在的,如结构的自重、正常的风载等。在这类荷载作用下,结构必须不发生危险。第二类是工作荷载;第三类荷载大部分是较少发生的,如厂

房中多轮吊车的轮压；在这种荷载作用下，结构也要求不发生危险。第四类荷载是比较严重但极少发生的，比如旋风、强烈地震等；在这种荷载作用下，要求结构一点不发生破坏是不合理的，也是不现实的，但为了避免过大的损失，可以要求结构只发生一些可修复的损坏。

荷载是一项非常复杂的因素，各种设计规程中都规定了一些计算荷载组合的准则。

同时，结构也按其重要性划分为不同的安全级别。对普通的民用建筑，可不考虑敌方炸弹的袭击；而对于核安全壳，应考虑它对炸弹冲击和爆炸的抵抗能力。

另外，外部环境条件一部分可以归为荷载，另一部分还直接影响着材料的物理性能，比如温度和湿度的变化等。

组成结构的材料多种多样。在经常性荷载作用下，一般要求变形小，而且材料处于弹性工作状态。对于特殊的荷载或在特定的工作状态下，结构也可以在塑性或大变形条件下工作。对于动力外载、冲击等，结构应当作动力分析。本书的宗旨是向读者介绍计算结构力学的一些新颖内容，如结构力学与控制理论的模拟理论、体力学中的新解法、周期性结构波的传播等，因此只讲述线弹性结构分析的内容。

二、合 用

结构的合用性往往是指对其刚度的要求。如对结构物变形的限制，在动荷作用下振幅和振动频率的限制等。变形过大使人感到不安全。车辆振动也会使人不适。裂缝会造成渗漏等。

目前，材料正向高强度的方向发展，薄壁结构增多，使得结构的刚度问题变得更为突出，需要格外注意。

三、经 济

经济性的要求包含着强度和刚度的合理性，使得制造成本尽可能地低廉，这就要求合理地选择材料、结构型式和施工工艺及方

法。

一个工程结构的设计要综合考虑上述三方面的要求。

大体上说,结构分析有以下三个方面的内容:

1. 建立与实际结构相应的力学和数学模型,即确定计算简图和荷载。
2. 进行几何稳定性分析,保证结构在合适的支承条件下具有构造的稳定性。
3. 计算在各种荷载及环境条件作用下结构的内力、支反力和位移以确定其强度、刚度和动力性能。

§ 1.2 计算结构力学简介

古代的结构主要是人们根据长期积累的经验 and 粗略的估计建造起来的。结构力学的发展经历了漫长的过程。直到上个世纪后期,结构力学才得到很大发展,建立起了超静定结构的一般理论和计算位移的方法。Maxwell, J. C., Castigliano, A. 和 Mohr, O. 等对结构力学的发展做出了重大贡献,有关历史资料见文献[1]。

在电子计算机发展之前,人们只能求解未知数不很多的联立线性代数方程组,因此大多数结构力学工作者都把主要精力集中在寻求使计算工作量不致太大的分析方法上,并在计算过程中易于查错和改正。过去发展起来的传统方法,其理论基础是可靠的,但在实际结构计算时却非常繁琐,甚至很难解决具体问题。为此,大量的研究工作是根据结构的特征研究一些技巧设法简化计算。即便如此,对于复杂的或规模较大的结构分析仍然是无能为力的。

电子计算机在 40 年代中期开始首先用于弹道学问题及航空和宇航部门,在飞机的结构分析中将连续体看成是若干离散的部分的组合,然后用杆系结构力学中的位移法求解,这是有限元法的

实际运用的先声。几乎与此同时,Argyris, J. H. 在结构分析中首先引入了矩阵方法并结合能量原理分析组合结构^[1], 矩阵表示特别适用于电子计算机在结构分析中的应用。1956年, Clough, R. W. 等给出平面有限元的列式, 并使用了有限元的名称, 成为有限元法正式诞生的标志。应该说明的是, 早在40年代, Courant, R. 就已经表述了有限元的思想, 只不过当时未能引起足够的重视, 这也许和电子计算机那时尚未在实际计算中得到应用有关。详见文献[2]。

电子计算机与结构力学的结合产生了计算结构力学, 计算结构力学就是以计算机为手段的结构力学。计算机的应用使结构分析发生了重大的、质的变化, 改变了方法论, 这是人们始料不及的。现在可以说, 现代结构力学中, 计算结构力学已占有主要地位。

过去, 结构分析工作者最感头痛的是结构的复杂程度和规模, 尽管可靠的结构力学基本理论早已确立, 但并不适合于求解复杂的结构。有了电子计算机, 结构的规模和复杂程度已不再成为主要问题, 现在不仅可以对大型复杂结构进行静力分析, 还可分析结构的动力响应、塑性极限等复杂的力学问题。必须强调的是, 计算结构力学并非仅仅是计算机在结构力学中的简单应用或结构力学问题用计算机算算而已, 而是对传统结构力学的深入发展, 人们已不限于对结构的力学分析, 而是进入了计算机辅助设计、结构优化设计、设计智能化、结构的控制的阶段; 推动了结构力学基本理论的发展, 如能量原理的研究, 形成了一门完整的力学分支学科^[3,4]。计算结构力学已得到了很大发展和广泛应用, 直至今日, 计算结构力学仍然充满生机, 还有不少值得探索的问题, 还有一些人们以前尚未注意到的问题, 比如计算结构力学的理论与最优控制理论的模拟关系, 可以将计算结构力学用于求解最优控制问题, 同样也可以将最优控制的方法用于求解计算结构力学的问题等, 这将是本书重点讲述的内容。为方便读者, 本书前几章安排了一些计算结构力学的内容。

计算结构力学作为结构力学的重大发展具有以下一些特点:

1. 使结构力学的任务有了很大变化。过去的结构力学的任务只限于结构分析,而计算结构力学不仅大大提高了结构分析的能力,还进一步研究结构设计理论,使得结构优化设计的理论和方法有了很大进展^[5],近年来兴起的计算机辅助设计(CAD)与专家系统等,使计算结构力学与设计方案选型、绘图、施工方案选择、进程控制等多方面衔接起来。

2. 使结构力学的基本理论有了很大发展。过去由于计算方面的障碍,各种特殊的计算技巧层出不穷,而基本理论的作用无法得到充分的发挥。现在,矩阵成为结构力学最简明有效的数学表示,位移法成为统一通用的解法,各种各样的能量原理更为计算结构力学增添了活力。

3. 使结构力学的模型更符合实际情况。过去,总是把空间问题简化为平面问题,只限于分析静态的、均匀的线性弹性问题,结构一般是杆系。现在计算结构力学可以分析更为复杂的力学问题,也能分析板、壳及组合结构,对实际的力学问题简化较少,因此能更好地反映实际情况。在这种意义下,弹性力学、塑性力学乃至固体力学的大量内容都可纳入结构力学的范畴。

4. 使结构力学使用的数学工具也有了不小变化。离散数学和矩阵代数补充了微分方程理论。另外,结构力学的书籍和讲课的内容中突出了位移法,还增加了算法语言和计算机科学方面的内容。

5. 使结构力学得到了极其广泛的应用。在发达国家,很多产品的说明书中加入了有限元分析与优化的结果和计算机上的图形表示,甚至附有CAD的结果,成了产品可靠性的一个标志,增加了这些产品的市场竞争力。

6. 计算结构力学的又一个创举是开发了一大批商业化大型结构分析通用软件,建立了单元库,减少了大量的重复劳动,改变了过去单兵作战的传统,使得结构的分析和设计向标准化、自动化迈