

039501

★ 各类成人高考复习指导丛书

★ 修订版

# 数学

## 解题指导

(文史财经类用)



★ 高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

# 数学解题指导

(修订版)

(文史财经类用)

郑洪深 主编

高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

**数学解题指导**

(修订版)

(文史财经类用)

郑洪深 主编

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京第二新华印刷厂印装

开本 787×1092 1/32 印张 11 字数 230 000

1989年8月第2版 1989年8月第1次印刷

印数 0001—93 100

ISBN 7-04-002790-9/O·883

定价 2.80 元

## 出版前言

《各类成人高考复习指导丛书》出版两年来,已请主编人修订过一次,使本丛书比较充分体现了便于成人自学的特点,并且特别注意培养考生运用基本知识进行解题的技巧,以提高考生的应考能力。

本丛书第三版是根据国家教委考试中心1988年7月审订的《全国各类成人高等学校招生考试大纲》(以下简称《考纲》)再次进行修订,使之成为一套完全符合《考纲》基本要求的复习丛书,以满足考生愿望。

鉴于这次《考纲》起草工作是由国家教委委托天津市成人教育招生委员会主持的,因此我社与该委员会共同组织各科目《考纲》起草人负责本丛书修订工作,从而使本丛书能更充分体现《考纲》精神。

近年来广大读者纷纷要求我社出版与本丛书各复习教材相配套的习题解答与指导,以求获得更好的解题效果。为此我社又请各主编人编写了除英语以外的其他各科目的《解题指导》。这套《解题指导》收集的题型与《考纲》所规定的考试题型一致。此外,还编入1986—1988年三届全国成人高等学校招生考试各科目的考试题目与解答。

这样本丛书包括:

- |             |                |
|-------------|----------------|
| 《政治》(上、下册); | 《政治解题指导》;      |
| 《语文》(上、下册); | 《语文解题指导》;      |
| 《数学》(文科用);  | 《数学解题指导》(文科用); |

|            |                |
|------------|----------------|
| 《数学》(理科用); | 《数学解题指导》(理科用); |
| 《物理》;      | 《物理解题指导》;      |
| 《化学》;      | 《化学解题指导》;      |
| 《历史》;      | 《历史解题指导》;      |
| 《地理》;      | 《地理解题指导》;      |
| 《英语》;      |                |

共 17 种 19 册。

这本《数学解题指导》是与《数学》(文史财经类用)(修订第三版)相配套的。

书中对所有的习题作了详细的解答,有些题还指出了解题方法和思路,或作了必要的分析和说明,以帮助读者提高解题能力。在本书中引用到《数学》均指《数学》(文史财经类用)(修订第三版)一书。

本书除供准备报考各类成人高等学校考生复习自学外,也可供有关学校补习班作辅助教材。

本书主编为郑洪深(《一九八六年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》审定人),参加编写的有丁鹤龄、文小西同志。

高等教育出版社

1988年9月

# 目 录

## 代 数

|     |                   |     |
|-----|-------------------|-----|
| 第一章 | 数、式、方程和方程组 .....  | 1   |
| 第一节 | 实数 .....          | 1   |
| 第二节 | 式 .....           | 5   |
| 第三节 | 方程和方程组 .....      | 19  |
| 第二章 | 集合 .....          | 39  |
| 第三章 | 不等式和不等式组 .....    | 51  |
| 第四章 | 指数与对数 .....       | 63  |
| 第五章 | 函数 .....          | 75  |
| 第六章 | 数列 .....          | 97  |
| 第七章 | 排列、组合与二项式定理 ..... | 113 |

## 三 角

|      |                  |     |
|------|------------------|-----|
| 第八章  | 三角函数及其有关概念 ..... | 124 |
| 第九章  | 三角函数式的变换 .....   | 137 |
| 第十章  | 三角函数的图象和性质 ..... | 189 |
| 第十一章 | 解三角形 .....       | 203 |
| 第十二章 | 反三角函数 .....      | 219 |

## 平面解析几何

|      |          |     |
|------|----------|-----|
| 第十三章 | 直线 ..... | 225 |
|------|----------|-----|

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| 第十四章 圆锥曲线 .....                      | 276 |
| 1986年全国成人高等学校招生统一考试题目与<br>参考答案 ..... | 320 |
| 1987年全国成人高等学校招生统一考试题目与<br>参考答案 ..... | 327 |
| 1988年全国成人高等学校招生统一考试题目与<br>参考答案 ..... | 335 |
| 1989年全国成人高等学校招生统一考试题目与<br>参考答案 ..... | 345 |

# 代 数

## 第一章 数、式、方程和方程组

### 第一节 实 数

#### 习题与解题指导

1. 下列哪些数是实数、无理数、有理数、整数、非负整数自然数？

$$0, |-\pi|, 3.1416, |-\sqrt{2}|, \sqrt[3]{8}, \sqrt[5]{-32}.$$

解  $\sqrt[3]{8} = 2$  是自然数、整数、非负整数、有理数、实数。

$\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$  是整数、有理数、实数。

0 是整数、非负整数、有理数、实数。

3.1416 是有理数、实数。

$|-\pi| = \pi, |-\sqrt{2}| = \sqrt{2}$  都是无理数、实数。

说明 不要把  $\pi$  的近似值 3.1416 看作无理数。

2. 选择(下列答案只有一个是正确的,把正确结论的代号写在题后的圆括号内):

$-0.2121121112\cdots$  (两个 2 之间依次多一个 1) 是 )。

(A) 循环小数; (B) 有限小数; (C) 负有理数;

(D) 无理数。

说明 填 D. 因为  $0.2121121112 \cdots$  是无限不循环小数, 是正无理数, 故  $-0.2121121112 \cdots$  是负无理数, 所以它是无理数.

3. 计算: (1)  $|-39| + |-20|$ ; (2)  $|-25| - |-45|$ ;  
(3)  $|-15| \times |-4|$ ; (4)  $|-3| \div |-9|$ .

解 (1)  $|-39| + |-20| = 39 + 20 = 59$ ;

(2)  $|-25| - |-45| = 25 - 45 = -20$ ;

(3)  $|-15| \times |-4| = 15 \times 4 = 60$ ;

(4)  $|-3| \div |-9| = 3 \div 9 = 0.\dot{3}$ .

4. 先计算下列各式, 然后比较各对式子的大小:

(1)  $|(+9) + (+10)|$  与  $|+9| + |+10|$ ;

(2)  $|(-9) + (-10)|$  与  $|-9| + |-10|$ ;

(3)  $|(+9) + (-10)|$  与  $|+9| + |-10|$ ;

(4)  $|(-9) + (+10)|$  与  $|-9| + |+10|$ .

解 (1) 因为

$$|(+9) + (+10)| = |19| = 19,$$

$$|+9| + |+10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(+9) + (+10)| = |+9| + |+10|.$$

(2) 因为

$$|(-9) + (-10)| = |-19| = 19,$$

$$|-9| + |-10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(-9) + (-10)| = |-9| + |-10|.$$

(3) 因为

$$|(+9) + (-10)| = |-1| = 1,$$

$$|+9| + |-10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(+9) + (-10)| < |+9| + |-10|.$$

(4) 因为

$$|(-9) + (+10)| = |1| = 1,$$

$$|-9| + |+10| = 9 + 10 = 19.$$

所以

$$|(-9) + (+10)| < |-9| + |+10|.$$

说明 由上可见,两数和的绝对值小于或等于两数绝对值之和,即 $|a+b| \leq |a| + |b|$ . 这个结论对于一般情形也是成立的.

5. 填空:

(1) 当 $b \leq -4$ 时,  $\sqrt{b^2 + 8b + 16} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

(2) 当 $b \geq \underline{\hspace{2cm}}$ 时,  $\sqrt{b^2 - 8b + 16} = b - 4$ ;

(3) 当 $c \underline{\hspace{2cm}} -1$ 时,  $\sqrt{c^2 + 2c + 1} = c + 1$ ;

(4) 当 $c \underline{\hspace{2cm}} -1$ 时,  $\sqrt{c^2 + 2c + 1} = -(c + 1)$ ;

(5) 当 $c$ 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 数时,  $\sqrt{c^2 - 2c + 1} = c^2 + 1$ .

说明 填空题只要把结果填上即可.

(1)题填“ $-(b+4)$ ”. 因为 $b \leq -4$ ,所以 $b+4 \leq 0$ . 而 $\sqrt{b^2 + 8b + 16} = \sqrt{(b+4)^2} = |b+4| = -(b+4)$ .

(2)题填“4”. 因 $\sqrt{b^2 - 8b + 16} = \sqrt{(b-4)^2} = |b-4|$ , 欲使它等于 $b-4$ , 只须 $b-4 \geq 0$ , 即 $b \geq 4$ .

(3)题填“ $\geq$ ”. 因为 $\sqrt{c^2 + 2c + 1} = \sqrt{(c+1)^2} = |c+1|$ . 欲使它等于 $c+1$ , 只须 $c+1 \geq 0$ , 即 $c \geq -1$ .

(4)题填“ $\leq$ ”. 因为从(3)题看出, 欲使 $|c+1| = -(c+1)$

1), 只须  $c+1 \leq 0$ , 即  $c \leq -1$ .

(5) 题填“实”. 因为  $\sqrt{c^4+2c^2+1} = \sqrt{(c^2+1)^2} = |c^2+1| = c^2+1$  对任何实数  $c$  都成立, 这是由于  $c^2+1 > 0$ .

6. 填空:

(1) 当  $x < 0$  时,  $\frac{x}{|x|} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 当  $x > 0$  时,  $\frac{x}{|x|} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3) 当  $x = 0$  时,  $\frac{x}{|x|} \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(4) 设  $a < 0$ , 则  $-a \underline{\hspace{1cm}} 0$ ,  $a \underline{\hspace{1cm}} -a$ .

说明 (1) 题填“-1”. 因为  $x < 0$  时  $|x| = -x$ , 故

$$\frac{x}{|x|} = \frac{x}{-x} = -1.$$

(2) 题填“1”. 因为  $x > 0$  时  $|x| = x$ , 故  $\frac{x}{|x|} = \frac{x}{x} = 1$ .

(3) 题填“没有意义”. 因为  $x = 0$ , 所以  $|x| = 0$ , 从而分母为零, 没有意义.

(4) 题的两个空分别填“ $>$ ”、“ $<$ ”. 因为  $a < 0$ , 所以  $-a > 0$ . 由此又得  $a < -a$ .

7. 求使下列各式成立的  $x, y$  值:

(1)  $|x+2| + |y-1| = 0$ ; (2)  $\sqrt{x-1} + \sqrt{y+2} = 0$ ;

(3)  $(x+y)^2 + (4x+5)^2 = 0$ .

分析 所给各式都是非负数之和为零的问题.

解 (1) 由  $x+2=0, y-1=0$  得  $x=-2, y=1$ .

(2) 由  $x-1=0, y+2=0$  得  $x=1, y=-2$ .

$$(3) \text{ 由 } \begin{cases} x+y=0 \\ 4x+5=0 \end{cases} \text{ 得}$$

$$x = -\frac{5}{4}, y = \frac{5}{4}.$$

## 第二节 式

### 习题与解题指导

1. 计算: (1)  $(a+2)(a-1)$ ;

(2)  $(x+3)(x^2+4x+5)$ ;

(3)  $(7x-2y)(7x+2y)$ ;

(4)  $(x+5)(x-5)(x^2+25)$ .

**解** (1)  $(a+2)(a-1) = a^2 - a + 2a - 2 = a^2 + a - 2$ ;

(2)  $(x+3)(x^2+4x+5) = x^3 + 4x^2 + 5x + 3x^2 + 12x + 15$   
 $= x^3 + 7x^2 + 17x + 15$ ;

(3)  $(7x-2y)(7x+2y) = (7x)^2 - (2y)^2$   
 $= 49x^2 - 4y^2$ ;

(4)  $(x+5)(x-5)(x^2+25) = (x^2-25)(x^2+25)$   
 $= x^4 - 625$ .

2. 计算: (1)  $(25a^2 + 15a^3b - 20a^4) \div (-5a^2)$ ;

(2)  $(x^2 + 3x + 2) \div (x+1)$ ;

(3)  $(9a + a^2 + 18) \div (6+a)$ ;

(4)  $(1 + 3x^3 - 8x^2) \div (3x+1)$ .

**解** (1)  $(25a^2 + 15a^3b - 20a^4) \div (-5a^2)$   
 $= 25a^2 \div (-5a^2) + 15a^3b \div (-5a^2)$

$$+(-20a^4) \div (-5a^2) \\ = -5 - 3ab + 4a^2.$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} x+2 \\ x+1 \overline{) x^2+3x+2} \\ \underline{x^2+x} \phantom{+2} \\ 2x+2 \\ \underline{2x+2} \\ 0 \end{array}$$

所以  $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 1) = x + 2$ .

$$(3) \quad \begin{array}{r} a+3 \\ a+6 \overline{) a^2+9a+18} \\ \underline{a^2+6a} \phantom{+18} \\ 3a+18 \\ \underline{3a+18} \\ 0 \end{array}$$

所以  $(9a + a^2 + 18) \div (6 + a) = a + 3$ .

$$(4) \quad \begin{array}{r} x^2-3x+1 \\ 3x+1 \overline{) 3x^3-8x^2+1} \\ \underline{3x^3+x^2} \phantom{+1} \\ -9x^2-3x \phantom{+1} \\ \underline{-9x^2-3x} \phantom{+1} \\ 3x+1 \\ \underline{3x+1} \\ 0 \end{array}$$

所以  $(1 + 3x^3 - 8x^2) \div (3x + 1) = x^2 - 3x + 1$ .

说明 注意后两题做竖式演算时,先把两个多项式都按同一字母降幂排列。(4)题的被除式缺一次项,相应留出空位后再演算。

### 3. 化简:

$$(1) (x^2-1)^2-2(x^2+1)(x+1)(x-1)+(x^2+1)^2;$$

$$(2) (3x^2+4x-5)(3x^2+4x+5) \\ + (5+4x)(5-4x)-3x^3(3x+8).$$

解 (1) 原式  $= (x^2-1)^2-2(x^2+1)(x^2-1)+(x^2+1)^2$   
 $= [(x^2-1)-(x^2+1)]^2=4;$

(2)

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (3x^2+4x)^2-25+25-16x^2-9x^4-24x^3 \\ &= 9x^4+24x^3+16x^2-25+25-16x^2-9x^4-24x^3=0. \end{aligned}$$

说明 本题还可以采用其它方法求解,但注意力求简便.

### 4. 把下列各式分解因式:

$$(1) (a+b-c)x^2-(c-a-b)y^2+(c-a-b)z^2;$$

$$(2) x^3(y-3x)^2-x^2(3x-y)^2.$$

分析 注意各项的符号,可采用提公因式法求解.

解 (1)

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (a+b-c)x^2+(a+b-c)y^2-(a+b-c)z^2 \\ &= (a+b-c)(x^2+y^2-z^2); \end{aligned}$$

(2)

$$\text{原式} = x^3(y-3x)^2-x^2(y-3x)^2=x^2(y-3x)^2(x-1).$$

### 5. 把下列各式分解因式:

$$(1) x^3-x^2y-xy^2+y^3; (2) a^4b+2a^3b^2-a^2b-2ab^2;$$

$$(3) ax^2+by^2-bx^2-ay^2;$$

$$(4) x(x-1)+y(y-1)+2xy.$$

解 (1) 原式  $= x^2(x-y)-y^2(x-y)$   
 $= (x-y)(x^2-y^2)=(x-y)^2(x+y);$

$$(2) \text{ 原式} = a^3b(a+2b) - ab(a+2b)$$

$$= ab(a+2b)(a^2-1)$$

$$= ab(a+2b)(a-1)(a+1);$$

$$(3) \text{ 原式} = ax^2 - bx^2 + by^2 - ay^2 = x^2(a-b) + y^2(b-a)$$

$$= x^2(a-b) - y^2(a-b) = (a-b)(x^2 - y^2)$$

$$= (a-b)(x-y)(x+y);$$

$$(4) \text{ 原式} = x(x-1) + xy + y(y-1) + xy$$

$$= x[(x-1) + y] + y[(y-1) + x]$$

$$= (x+y-1)(x+y).$$

说明 (4) 题是将  $2xy$  拆成两项后再求解。

6. 把下列各式分解因式:

$$(1) x^2 - 8x + 12; \quad (2) 2x^2 - x - 6;$$

$$(3) 4a^2 + 5a - 6; \quad (4) 3m^2 + 4m - 4;$$

$$(5) (x+y)^2 - 3(x+y) - 28;$$

$$(6) 3(a-b)^2 + 4(a-b) - 15;$$

$$(7) 6m^2n^2 + 5mn - 6; \quad (8) x^2 - xy - 2y^2;$$

$$(9) 3y^2 - 8xy + 4x^2; \quad (10) 7x^2y^2 - 10abxy - 8a^2b^2.$$

解 (1)  $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6);$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad -2 \\ 1 \quad \times \quad -6 \\ \hline -2 \quad -6 = -8 \end{array}$$

$$(2) \quad 2x^2 - x - 6 = (2x+3)(x-2);$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad \times \quad 3 \\ 1 \quad \times \quad -2 \\ \hline 3 \quad -4 = -1 \end{array}$$

$$(3) \quad 4a^2 + 5a - 6 = (4a-3)(a+2);$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad \diagdown \quad -3 \\ 1 \quad \diagup \quad 2 \\ \hline -3 \quad + 8 = 5 \end{array}$$

$$(4) \quad 3m^2 + 4m - 4 = (3m - 2)(m + 2),$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad \diagdown \quad -2 \\ 1 \quad \diagup \quad 2 \\ \hline -2 \quad + 6 = 4 \end{array}$$

$$(5) \quad (x + y)^2 - 3(x + y) - 28$$

$$= [(x + y) + 4][(x + y) - 7] = (x + y + 4)(x + y - 7),$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \diagdown \quad 4 \\ 1 \quad \diagup \quad -7 \\ \hline 4 \quad - 7 = -3 \end{array}$$

$$(6) \quad 3(a - b)^2 + 4(a - b) - 15$$

$$= [3(a - b) - 5][(a - b) + 3] = (3a - 3b - 5)(a - b + 3),$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad \diagdown \quad -5 \\ 1 \quad \diagup \quad 3 \\ \hline -5 \quad + 9 = 4 \end{array}$$

$$(7) \quad 6m^2n^2 + 5mn - 6 = (2mn + 3)(3mn - 2),$$

$$\begin{array}{r} 2(mn) \quad \diagdown \quad 3 \\ 3(mn) \quad \diagup \quad -2 \\ \hline 9(mn) \quad - 4(mn) = 5(mn) \end{array}$$

$$(8) \quad x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y),$$

$$\begin{array}{r} 1(x) \quad \diagdown \quad -2(y) \\ 1(x) \quad \diagup \quad 1(y) \\ \hline -2(xy) \quad + 1(xy) = -1(xy) \end{array}$$

$$(9) \quad 3y^2 - 8xy + 4x^2 = (3y - 2x)(y - 2x),$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad \diagdown \quad -2 \\ 1 \quad \diagup \quad -2 \\ \hline -2 \quad - 6 = -8 \end{array}$$

$$(10) \quad 7x^2y^2 - 10abxy - 8a^2b^2$$

$$= (7xy + 4ab)(xy - 2ab).$$

$$\begin{array}{r} 7(xy) \quad \diagdown \quad 4(ab) \\ 1(xy) \quad \diagup \quad -2(ab) \\ \hline 4(abxy) \quad -14(abxy) = -10(abxy) \end{array}$$

7. 把下列各式分解因式:

$$(1) \quad a^2 + 2ab + b^2 + 7a + 7b + 12; \quad (3) \quad x^4 + x^2y^2 + y^4;$$

$$(2) \quad (xy + 1)^2 - (x + y)^2; \quad (4) \quad a^4 + 4.$$

解 (1) 原式  $= (a + b)^2 + 7(a + b) + 12$

$$= [(a + b) + 3][(a + b) + 4]$$

$$= (a + b + 3)(a + b + 4);$$

$$(2) \quad \text{原式} = [(xy + 1) + (x + y)][(xy + 1) - (x + y)]$$

$$= [x(y + 1) + (y + 1)][x(y - 1) - (y - 1)]$$

$$= (y + 1)(x + 1)(y - 1)(x - 1);$$

$$(3) \quad \text{原式} = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2$$

$$= (x^2 + y^2 - xy)(x^2 + y^2 + xy);$$

$$(4) \quad \text{原式} = (a^2)^2 + 2^2 = (a^2)^2 + 2 \cdot 2a^2 + 2^2 - 2 \cdot 2a^2$$

$$= (a^2 + 2)^2 - (2a)^2$$

$$= (a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a)$$

$$= (a^2 - 2a + 2)(a^2 + 2a + 2).$$

说明 (2)题中的第二个等号后的因式不是最终结果,还

需继续分解;

(3)、(4)两题的关键是配上适当的项,使得能用公式法分解因式.

8. 计算: (1)  $99999^2 - 99998^2$ ; (2)  $54322^2 - 45678^2$ .