- 国家高技术研究发展计划（863计划）资助项目
- 国家自然科学基金资助项目
- 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目
- 四川省科技计划资助项目
- 重庆市科技计划资助项目

ZHINENG
JISUAN FANGFA
GAILUN

智能计算方法概论

李建平　王　鹏　段贵多　著

电子科技大学出版社

CCNU

- 国家高技术研究发展计划（863计划）资助项目
- 国家自然科学基金资助项目
- 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目
- 四川省科技计划资助项目
- 重庆市科技计划资助项目

ZHINENG JISUAN FANGFA GAILUN

智能计算方法概论

李建平　王　鹏　段贵多　著

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

智能计算方法概论 / 李建平，王鹏，段贵多著. —成都：电子科技大学出版社，2010.1

ISBN 978-7-5647-0276-2

Ⅰ. 智… Ⅱ. ①李…②王…③段… Ⅲ. 智能计算机－计算方法 Ⅳ.TP387

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 241190 号

内容提要

本书以智能计算领域的若干前沿技术为主线，内容包括数字水印技术在版权保护和身份认证中的应用，量子算法在信号处理、图像处理中的应用，量子数据挖掘技术，小波方法在医学图像处理中的应用等。本书中提出一些较为前沿的智能计算算法，为探索智能计算今后的发展提供了可供参考的依据。本书的内容主要为我们近期在智能计算领域的研究成果，各个算法围绕智能计算这一主题独立成章，自成体系。本书可作为从事智能计算研究学者的有价值的参考书，也可作为学习智能计算的本科高年级学生和研究生的补充资料。

智能计算方法概论

李建平　王　鹏　段贵多　著

出　　版：电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑：曾　艺
责任编辑：曾　艺　李述娜
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮箱：uestcp@uestcp.com.cn
发　　行：新华书店经销
印　　刷：郫县犀浦印刷厂
成品尺寸：185mm×260mm　印张　10.75　字数　260 千字
版　　次：2010 年 1 月第一版
印　　次：2010 年 1 月第一次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5647-0276-2
定　　价：30.00 元

作 者 简 介

李建平，生于 1964 年 10 月，出站博士后，工学博士，计算数学与软件工程双硕士，教授，博士生导师，学术带头人。现任国际小波分析应用研究中心主任，国际学术进展 IPWAAMT（EI 检索学术期刊）主编、创始人，国际学术期刊 IJWMIP（SCI 检索学术期刊）副主编、主要创始人之一，先后担任国际计算机学术大会、第二届智能体媒介技术国际学术大会、第三届小波分析及其应用国际学术大会程序委员会主席，2007 年信息计算与自动化国际学术大会主席，2008 年 IEEE 感知计算与智能分析国际学术大会主席。一直致力于小波分析与信息处理技术研究领域（重点是小波理论及其在信息安全中的应用）。在国际上独立提出并系统建立了“小波变换的加速方法”“矢量积小波变换理论”“基于小波分析的电子签名系统”等系列理论与方法，并在国际上提出了“基于‘三大特征’的信息安全传输的模型与方法”。先后主持国家 863 高技术项目、国家自然科学基金等 30 多项，在国内外学术期刊上发表论文 180 多篇，被国际三大检索机构 SCI、EI、ISTP 等检索收录论文 78 篇，出版学术著作 16 部，主编 14 部大型国际学术会议论文集。主持研制的“小波指纹加密系统”“分布式网络监控系统”等高技术产品产生了广泛的经济效益和社会影响。获得国家科技进步奖（科技著作）二等奖 1 项、全国优秀科技图书奖二等奖 1 项，西南西北地区优秀科技图书一、二、三等奖各 1 项，先后出国留学多年，是国际上小波分析与信息处理研究领域十分活跃的科技工作者。

前　言

智能计算方法又简称智能计算，是常规计算方法的延伸和拓展，是在计算数学、理论计算机科学、生物科学、思维科学、通信技术、网络技术等基础上快速发展的一个新的学科研究领域，它涉及许多研究方向，如遗传算法、退火算法、神经网络算法、贪心算法等，都属于智能计算方法范畴。到底它们属于启发式算法还是智能计算，尚无标准的统一的定义。神经网络的研究有许多地方涉及全局最优化的计算问题。但是在寻优过程中往往导致局部极限或收敛速度慢。为此采用退火算法（确切是模拟退火算法）或遗传算法加以改进。因为这些算法建立的仿真模型可应用于模式识别、图像处理、控制、优化、预测等，能够模仿人脑结构以及对信息的记忆和处理功能，具有一定的人类智能，所以有的书上认为这些算法是智能计算。不过，人工神经网络只是对大脑的粗略而简单的模仿，与人的智能差得很远，而且神经网络算法实质是解决一种非线性问题的算法，因而在实际研究中不把神经网络算法看成智能计算，而认为只是启发式的一种算法。至于贪心算法则是梯度下降优化的一种算法，遗传算法是模仿生物进化过程的一种寻优算法。

当前，智能计算最热门的研究方向之一是计算思维与小波计算。计算思维是建立在计算过程的能力和限制之上的，不管这些过程是由人还是由机器执行的。计算方法和模型给了我们勇气去处理那些原本无法由任何个人独自完成的问题求解和系统设计。计算思维直面机器智能的不解之谜：什么人类能比计算机做得更好？什么计算机能比人类做得更好？最基本的是它涉及这样的问题：什么是可计算的？今天，我们对这些问题的答案仍是一知半解。计算思维是每个人的基本技能，不仅仅属于计算机科学家。在阅读、写作和算术（英文简称 3R）之外，我们应当将计算思维加到每个孩子的解析能力之中。正如印刷出版促进了 3R 的传播，计算和计算机也以类似的正反馈促进了计算思维的传播。计算思维涉及运用计算机科学的基础概念去求解问题、设计系统和理解人类的行为。计算思维涵盖了反映计算机科学之广泛性的一系列思维活动。当求解一个特定的问题时，我们会问：解决这个问题有多困难？怎样才是最佳的解决之道？计算机科学根据坚实的理论基础来准确地回答这些问题。表明问题的困难程度是为了考量机器——就是用来运行其解的计算工具之基本能力。我们必须考虑机器的指令系统、它的资源约束和它的操作环境。为了有效地求解一个问题，我们可能要进一步问：一个近似解是否就足够了，是否可以利用一下随机化，以及是否允许误正或误负。计算思维就是把一个看起困难的问题重新阐述成一个我们知道怎样解的问题，如通过约简、嵌入、转化和仿真的方法。计算思维是一种递归思维。它是并行处理。它把代码译成数据又把数据译成代码。它是由推广量纲分析进行的类型检查。对于别名或赋予人与物多个名字的做法，它既知道其益处又了解其害处。对于间接寻址和程序调用的做法，它既知道其威力又了解其代价。它评价一个程序时，不仅仅根据其准确性和效率，还有美学的考虑，而对于系统的设计，

还需考虑简洁和优雅。计算思维采用了抽象和分解来迎战浩大复杂的任务或者设计巨大复杂的系统。它是关注的分离。它是选择合适的方式去陈述一个问题，或者是选择合适的方式对一个问题的相关方面建模使其易于处理。它是利用不变量简明扼要且表述性地刻画系统的行为。它是我们在不必理解每一个细节的情况下就能够安全地使用、调整和影响一个大型复杂系统的信心。它就是为预期的多个用户而进行的模块化，它就是为预期的未来应用而进行的预置和缓存。计算思维是通过冗余、堵错、纠错的方式，在最坏情况下进行预防、保护和恢复的一种思维。它称堵塞为死结，叫合同为界面。它就是学习在谐调同步相互会合时如何避免竞争的情形。计算思维是利用启发式推理来寻求解答的。它就是在不确定情况下的规划、学习和调度。它就是搜索、搜索、再搜索，最后得到的是一系列的网页，一个赢得游戏的策略，或者一个反例。计算思维是利用海量的数据来加快计算，对这一点快速小波算法为其提供了保证。它就是在时间和空间之间，在处理能力和存储容量之间的权衡。

一般情况下，计算思维与小波计算主要涉及如下具体研究方向：

- 计算思维与计算机方法论
- 哲学思维、计算思维及科技创新
- 历史上重大科学发现与技术创新中蕴涵的计算思维
- 中国古代科学中蕴涵的计算思维——算法化思想
- 计算思维在各学科领域的应用
- 计算思维在计算机学科各门核心课程中的应用
- 计算思维对计算机教育的影响
- 计算思维与小波计算的辩证统一关系
- 其他有关计算思维的内容

在国家高技术研究发展计划（863 计划）项目（2007AA01Z423）、国家自然科学基金项目、教育部新世纪优秀人才支持计划项目、四川省科技计划资助项目、重庆市科技计划资助项目的资助下，由李建平发起组织了一批教师、博士生针对智能计算方法进行了较长时间的研究与分析。李建平设计全书的撰写大纲和框架并撰写了部分重要内容，项目组集中研究了计算思维与小波计算，取得了部分研究成果，本书是这些科研成果的阶段性总结。为本书作出主要贡献的有：李建平、王鹏、段贵多。国际小波分析应用研究中心的郝玉洁、顾小丰、廖建明、吴晓华、张雷、王德松、汤影、付波、文晓阳、胡德昆、林劼、唐源、许富龙、高建彬、王建军、费春、蒋溢等为本书的撰写作出了许多贡献。对本书上篇的第四章和第五章要特别感谢英国萨里大学计算机系（Department of Computing, University of Surrey）的 Anthony TS Ho 教授和赵希博士所作的贡献。

本书在撰写过程中引用了大量国内外参考文献，作者感谢为本书撰写提供文献、手稿的国内外专家，感谢他们为本书撰写提供了十分珍贵的第一手材料，作者认为本书是国内外小波分析与信息安全研究领域集体智慧的结晶，是研究工作者共同劳动的研究成果。由于作者水平有限，书中肯定会有不妥之处，欢迎国内外专家批评指正，联系 E-mail：jpli2222@{uestc.edu.cn, vip.sina.com, yahoo.com}。

本书以智能计算领域的若干前沿技术为主线，内容包括数字水印技术在版权保护和身份认证中的应用，量子算法在信号处理、图像处理中的应用，量子数据挖掘技术，小波方法在医学图像处理中的应用等。本书中提出一些较为前沿的智能计算算法，为探索智能计算今后

的发展提供了可供参考的依据。本书的内容主要为我们近期在智能计算领域的研究成果，各个算法围绕智能计算这一主题独立成章，自成体系。本书可作为从事智能计算、计算思维等方面研究学者的有价值的参考书，也可作为学习智能计算的本科高年级学生和研究生的补充资料。

李建平

International Centre for Wavelet Analysis and Its Applications

University of Electronic Science and Technology of China（UESTC）

Logistical Engineering University（LEU）

2009 年 10 月 31 日

目　录

上篇　多尺度几何分析及其在数字水印中的应用

中篇 医学图像处理算法研究

下篇 量子算法研究

目录

上 篇

多尺度几何分析及其在数字水印中的应用

计算机技术的发展使得人们能够方便地对多媒体信息进行复制、修改、编辑、储存和分发，随之也带来了信息安全方面的问题和挑战。如何有效地实现数据版权保护以及数据内容的完整性和真实性的认证成为当前热门的研究课题之一。传统的加密系统在数据传输过程中虽有保护作用，但数据一旦被接收并解密，其保护作用也随之消失，因此只能满足有限的要求。传统的数字签名技术虽然能够确保数字内容不被冒充和篡改，但一旦数据在传输的过程中经历了格式转换等改变，签名就很有可能丢失。

数字水印技术是一门新兴的信息隐藏技术，是对传统加密和数字签名技术的有效补充。数字水印[1]将数字、序列号、文字、图像、音频、视频标志等版权信息嵌入多媒体数据中，以起到版权跟踪及版权保护的作用。除此之外，数字水印还在内容认证、操作跟踪、商业和视频广播、拷贝及设备控制和电子身份认证等方面具有重要的应用价值，研究预示着数字水印具有广阔的应用前景，并已引起学术界、工业界和军方的广泛关注。

1988 年，Komatsu 和 Tominaga 在 Waseda 大学的论文集中首次使用“数字水印（Digital Watermarking）”这个术语，但是直到 1995 年前后随着人们对数字水印的兴趣猛增，数字水印才真正地流行起来。

日益增长的对网络数据版权保护的需求剧增了人们对数字水印的兴趣。数字技术和 Internet 的发展使得各种形式的多媒体数字作品（图像、视频、音频等）纷纷以网络形式发表。对数字媒体而言，Internet 成了最优秀的分发系统，因为它具有实时传送的功能，却不需要空间储存地而且便宜。这一方面给人们的生活和工作带来了巨大的便利，另一方面也引起了越来越多的版权纠纷问题。轻而易举的盗版、复制行为和肆意的分发和公开行为严重地侵害了作品的版权，给版权所有者带来了巨大的经济损失。因此，人们正在急切地寻找一种能够有效保护版权所有的技术。

最早使用的方法是密码技术。密码学（Cryptography）是研究编制密码和破译密码的技术科学。密码技术是通过将原始信息（明文）加密为秘密信息（密文）以达到明文内容保护的目的。但加密技术只能在数据传输和存储时提供保护，而无法保护正在处理的数据。

作为多媒体数字产品，在提供给用户使用时，必须是解密的。而一旦解密，人们也就无法直接提供证据证明信息是否被非法复制和转发。另外，加密技术也不能保证合法用户在获得解密后的信息后不发生复制和不发生发行非法副本的行为。从通信协议的角度上讲，密码学通常用于相互信赖的两方之间的秘密通信。它并不隐藏信息的存在，所以攻击者知道秘密信息的存在，从而可对其造成破译或损坏。另外，对于一些富于挑战的攻击者来说，加了密的信息更能引起他们攻击的兴趣。

除了版权保护的问题迫切需要解决之外，数据内容的完整性及真实性的认证也是一个棘手的问题。人们广泛使用的 Adobe Photoshop 软件就能够轻松地对一幅图像进行修改。而如果这幅图像是一幅法政图像将作为呈堂证供，那么篡改将会引起很严重的问题，甚至会使得好人蒙冤、坏人逍遥法外。音频和视频数据也存在同样的问题。在其他领域，诸如遥感应用、新闻报道、医学成果、图像内容的任意篡改都会引起严重的后果。

解决此问题的一个手段之一就是由密码学派生出来的数字签名技术(Digital Signature)。数字签名技术是不对称加密算法的典型应用。数字签名的应用过程是数据源发送方使用一个 Hash 函数对该作品进行散列，得到该作品的报文摘要，然后使用自己的私钥对报文摘要进行加密处理，完成对数据的合法“签名”，然后将数字签名作为附加信息被附在作品之后并随同作品一起被储存和传送。Hash 函数的选取和密钥的使用保证了报文摘要的唯一性和保密性。接收者如果怀疑该作品内容的真实性和完整性，可以利用对方的公钥来解读收到的“数字签名”，并将解读结果用于对数据完整性的检验，以确认签名的合法性。数字签名技术虽然可以验证数据的完整性和真实性，实现数据内容认证，但对多媒体数字作品来说，却有点力不从心。

第一，附加在作品后并随作品一起传输，由于签名需要额外传输就势必增加传输信道的负载。另外，签名与作品分离也不符合信息隐藏中将信息直接嵌入原始数据中的要求。

第二，由于传统的数字签名使用的 Hash 函数不允许作品有一点点改动，甚至是一个比特的改动，否则签名就会失效。但是随着轻微的信号处理操作，诸如 JPEG 压缩、滤波被人们所接受和需求，数字签名就不太能满足实际应用的需要。

第三，在随着作品传输的过程中，如果作品的格式有所变动，签名就很容易丢失，致使作品不再被保护。

第四，签名虽然能鉴别作品是否被篡改，但不能够对篡改部位进行定位，从而也不能知道篡改者的意图。而对于大多数情况而言，我们更需要知道作品中哪些部分被篡改了，哪些部分没被篡改，达到利用没有被篡改部分的目的。

第五，签名没有自恢复的能力。作品被篡改后无法通过签名恢复篡改部位，这也大大限制了签名的应用。

因此，急切需要一种技术对密码学进行有效的补充，它应该甚至在内容解密以后也能够继续保护数据版权，另外它也应该克服以上五个问题实现数据内容的真实性和完整性的认证、定位和恢复。数字水印正是在这种背景下应运而生的，它有希望成为密码学的补充技术，因为嵌入载体中的数字水印能够在常规的信号处理操作中保存下来，甚至在经历解密、再加密、数模转化等操作下也能保持完好。数字水印弥补了密码技术的缺陷，使得被解密的数据可以得到进一步的保护，同时它也弥补了数字签名的不足，且与传统的密码和数字签名技术相辅相成。

数字水印的分类比较丰富，按水印特性可分为：鲁棒性水印、脆弱性水印、半脆弱性水印和多功能性水印。鲁棒性水印是一种抗攻击的数字水印技术，能最大限度地防止非法使用者获取、消除嵌入的水印。目前对水印的鲁棒性研究是最多的，它主要应用于版权保护。脆弱性水印主要应用于作品内容的完整性认证，与鲁棒性水印要求相反，它要求水印对各种操作都很敏感，以此判断作品是否被篡改过。半脆弱性水印要求水印对非恶意操作鲁棒，而对恶意操作敏感。脆弱性和半脆弱性水印的安全性比鲁棒水印高，因为它只需要防止非法用户获取水印、检测图像被篡改即可。多功能性水印指的是在同一作品中嵌入不同性质的水印，达到不同的目的。诸如嵌入一个鲁棒性水印和半脆弱性水印，分别起到版权保护和内容认证的目的。

数字水印发展的最大动力之一即是解决版权保护这一棘手的问题。鲁棒性数字水印作为传统加密技术的有效补充为解决版权保护问题开辟了一条全新的道路。多年来，无数的研究者们为提高水印的鲁棒性提出了各式各样的水印算法。根据嵌入域的不同，鲁棒性水印算法可分为基于空域、变换域和压缩域三大类算法，第一章和第二章我们将通过一些经典算法的简要介绍来了解水印算法从早期的空域算法，到传统的变换域算法，再到今天最新的多尺度几何变换域的历程。最后，我们对最新的带有方向性的“稀疏”表示方法——多尺度几何分析方法，从产生背景、逼近性能、优缺点和发展方向做了全面概述。

第三章描述了两种基于不同 Contourlet 变换的鲁棒性水印算法，而基于非冗余 Contourlet 变换（WBCT）的半脆弱水印算法的详细论述见第四章。第六章基于图像内容给出了一种自恢复的半脆弱水印算法该算法，可实现篡改区域的准确检测和近似恢复。

第一章　典型的鲁棒性数字水印算法概述

1.1　典型的鲁棒性水印算法

多年来，无数的研究者为提高水印的鲁棒性提出了各式各样的水印算法。根据嵌入域的不同，鲁棒性水印算法可分为基于空域、变换域和压缩域三大类算法。下面我们将通过一些经典算法的简要介绍来了解水印算法从早期的空域算法，到传统的变换域算法，再到今天最新的多尺度几何变换域的历程。最后，我们对最新的带有方向性的“稀疏”表示方法——多尺度几何分析方法从产生背景、逼近性能、优缺点和发展方向做了全面概述。

1.1.1　空域算法

早期，人们的研究重点主要集中在时空域算法。这类算法的特点是将水印直接嵌入图像的纹理、边缘或是一个随机区域的像素中。其算法简单，实效性强。由于只是对空间像素值的修改，所以嵌入水印后的图像质量较高。但是空域算法的鲁棒性较差，水印很容易被压缩、滤波等操作破坏。后来，空域算法常常用于脆弱和半脆弱水印的研究，主要原因在于空域算法能够对攻击实现空间位置的定位。

典型的空域算法包括最低有效位（LSB）算法[1, 2, 3]、基于统计特征算法[4, 5]和纹理块映射编码算法[6]等。Tirkel 等最早提出了基于 LSB 位平面的水印算法“Electronic Watermark”[1]，一年后提出了改进版“A Digital Watermark”[7]，它们也是最早的水印算法之一。作者在文中提出了两种算法，第一种方法通过修改 LSB 的位平面实现了水印的嵌入，第二种方法在 LSB 位平面的基础上利用了线性加性方法实现水印的嵌入。虽然第二种方法较第一种复杂，但鲁棒性稍好。但是由于两种方法都是采用的基于 LSB 位平面的方法，所以水印在压缩、滤波、几何变换等操作后很容易被破坏，不过这种方法在后来的研究中却常常被用于内容认证[8, 9]。鉴于 LSB 方法的鲁棒性较弱，文献[10]提出了一种将水印嵌入最后几位 MSB（最高有效位）平面中去的方法，这种方法后来也在内容认证中得到了广泛应用。另一类典型的算法——基于统计特征的空域算法。这类方法的思想是通过修改载体信息的统计特征达到嵌入水印的目的。常用的统计量有平均值[4]、标准方差[5]等。其中，又以 Bender 等人提出的 Patchwork 算法[11]最为有名。该算法基于统计的数据，任意选择 N 对像素点，在增加一点的像素值的同时，相应降低另一点的像素值，通过这种调整来完成水印的嵌入。Patchwork 算法不易被察觉，而且对于 JPEG 压缩和一些恶意攻击处理具有一定的抵抗力，但嵌入的信息量有限。另外，文档结构微调的算法[12]也属于空域算法，其调整的方法包括文字特性调整、水平调整字距、垂直移动行距等。此类方法可以抵抗一些标准的文档操作，对于攻击者任意改变其文档的行距或者字间距，水印就可能遭到破坏，而且该算法一般仅适用于文档图像类。

空域算法各有特点，但总的来说鲁棒性较差，在版权保护应用中受到限制，为此，研

究者提出了基于变换域和压缩域的算法。与空域算法相比，变换域算法具有诸多优点。一是鲁棒性更强，原因是水印通常嵌入视觉感知的重要区域，即图像的中频区域；二是压缩技术与频率域的结合使得压缩域算法更能抵抗有损压缩操作，诸如，H.261、JPEG 与 DCT 的结合，JEPG2000、MPEG7 与 DCT 的结合；三是某些变化域算法更能抵抗一些特别的几何操作，比如 DFT 对仿射变换具有鲁棒性。鉴于以上原因，变化域算法更能吸引研究者的兴趣。其基本思想是将水印嵌入变换后的系数中去，嵌入方法可以采用替换、量化、关系、自适应、扩频通信等手段。常用的频率域包括离散余弦变换域（DCT）、离散傅立叶变换域（DFT）、离散小波变换域（DWT）以及最新的一些多尺度几何变换域。最后，我们简要的介绍其他几种不太常用的域。

1.1.2 变换域算法

离散余弦变换（DCT）[13]是一种次最优的正交变换，其性能很接近具有 MSE 意义上的最佳性能的 K.L 变换（Karhunen.Loeve Transform）。它具有很强的能量集中特性和去相关性，大多数自然信号的大部分能量都集中在 DCT 变换后的低频部分，加之与 JEPG 压缩标准的结合，基于 DCT 的水印算法可以较好地抵抗 JPEG 压缩。1997 年，Cox 等人[14]利用序列扩频技术和人类视觉特性首先提出了将随机水印叠加在载体的 DCT 变换后的视觉最重要的系数中，这个观点已经被人们广泛接受并应用到其他变换域算法中。后来，有人提出了分块 DCT 变换水印算法，首先将原图分为互不重叠的 8×8 或 16×16 的块，再将水印嵌入每个块的中频系数中。文献[15，17]都采用了基于分块的 DCT 域算法，其具体嵌入方式分别是抖动调制量化（dither modulation）方法[15]、利用直流系数和交流系数关系的方法[16]、基于 DCT 系数的零树结构[17]。

离散 Fourier 变换（DFT）[18]是数字信号处理领域中另一个很重要的正交变换，它与 DCT 变换一样具有快速算法。它能将满足一定条件的某个函数表示成正弦基函数的线性组合或者积分，其物理意义是将信号从时间域（time domain）变换到频率域（frequency domain）。在数字水印领域，由于 DFT 是复数变换，在幅度和相位满足一定的条件下，水印可以通过修改幅度、相位或整个复系数来完成水印嵌入。其修改方式也不过是量化、关系、替换等等。另外结合人类视觉系统和扩频通信技术也是常常采用的方法之一。文献[19]利用 DFT 系数中的相位分量比幅度分量更重要和角度调制比噪声调制更鲁棒的性质，Ruanaidh 等人最先提出了基于 DFT 的相位调制的水印算法。实验证明，此算法对图像对比度增强操作具有较好的鲁棒性。但是，基于 Fourier 变换的数字水印算法的抗剪切操作的能力却不如空域算法，而且对 JPEG 压缩攻击也不具有较好的鲁棒性，并且计算复杂，而且逆变换需要图像插值，这会引起图像的失真，因此很难被实际运用。

1986 年，S. Mallat 和 Y .Meyer 提出了多分辨率分析的概念，统一了正交小波基的构造，使得小波分析理论有了突破性的进展。同时，在多分辨率理论分析基础上，S.Mallat 给出了离散二维小波变换（DWT）的算法，即著名的 Mallat 算法，从此小波变换被广泛地应用到数字图像处理中。基于小波变换的水印算法有三大优点。

一是时频局部化特性：图像经小波变换后，空域上表示图像边缘和纹理的部分对应为频域中细节子带的大系数。由于人眼对边缘和纹理部分的改变不敏感，所以可将水印嵌入到小波分解后细节子带的大系数中以提高水印的鲁棒性。文献[20，21]即是采用这个思想，