

应用型本科院校**土木工程**专业系列教材

YINGYONGXING BENKE YUANXIAO

TUMU GONGCHENG ZHUANYE XILIE JIAOCAI



重大版·建筑

TUMU GONGCHENG

建筑工程测量

岑敏仪 □ 主 编

杨晓云 何泽平 □ 副主编



重庆大学出版社

<http://www.cqup.com.cn>

应用型本科院校 **土木工** 专业系列教材

YINGYONGXING BENKE YUANXIAO
TUMU GONGCHENG ZHUANYE XILIE JIAOCAI



TUMU GONGCHENG

建筑工程测量

岑敏仪 ■ 主 编

杨晓云 何泽平 ■ 副主编

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书是重庆大学出版社组织编写的《应用型本科院校土木工程专业系列教材》之一。全书共分13章,内容包括绪论、水准测量、角度测量、距离测量及直线定向、测量误差的基本知识、小区域控制测量、地形图测绘、地形图的应用、施工测量、民用建筑施工测量、工业建筑施工测量、建筑物的变形测量、测量实验。全书内容表述深入浅出,结合工程实践,融入最新规范,介绍新方法和新工艺,突出实用性,强化图文结合,便于提高读者学习的积极性和主动性。

本书可作为土建工程类各专业的测量学教材,也可作为城市规划、建筑学相关专业培训教材,还可作为工程技术人员自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

建筑工程测量/岑敏仪主编. —重庆:重庆大学出版社,
2010.2

(应用型本科院校土木工程专业系列教材)

ISBN 978-7-5624-5170-9

I. 建… II. 岑… III. 建筑测量—高等学校—教材
IV. TU198

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 209466 号

应用型本科院校土木工程专业系列教材 建筑工程测量

主 编 岑敏仪

副主编 杨晓云 何泽平

责任编辑:何 明 何建云 版式设计:何 明

责任校对:张洪梅 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)内

邮编:400030

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn (营销中心)

全国新华书店经销

重庆东南印务有限责任公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:16.5 字数:412千

2010年2月第1版 2010年2月第1次印刷

印数:1—3 000

ISBN 978-7-5624-5170-9 定价:27.00元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

前 言

为满足应用型本科院校建筑工程专业教学发展的需要,重庆大学出版社组织编写了《应用型本科院校土木工程专业系列教材》。本教材是根据教育部 1998 年颁布的《普通高等学校本科专业目录和专业介绍》所规定的专业方向和专业调整方向,结合我国当前教育改革、课程设置的学时分配的实际编写的。

本教材在内容上力求讲清建筑工程测量的基本概念、基本理论,内容取舍适度,注重测量基本计算和测绘仪器的基本操作,使学生学完本课程后能理论联系实际,学会分析和解决建筑工程测量中的实际问题。

本教材由西南交通大学土木工程学院测量工程系岑敏仪教授任主编,并参与编写第 1,9 章,洛阳理工学院土木工程系章后甜编写第 2,3 章,广西工学院土木建筑工程系杨晓云编写第 4,5 章、梁鑫编写第 12,13 章,山西师范大学城市与环境科学学院王贵文编写第 6,7,8 章,重庆三峡学院建筑工程系何泽平编写第 10,11 章。全书由杨晓云统稿。

由于编者水平有限,书中难免存在缺点和错误,敬请读者批评指正。如有意见或建议请发邮件至 ailiou105@163.com 与作者联系。

编 者

2009 年 8 月于西南交通大学九里校区

目 录

1 绪 论	1
1.1 建筑工程测量的任务与作用	1
1.2 地面点位的确定	3
1.3 水平面代替水准面的限度	9
1.4 测量工作的概述	11
习题与思考	14
2 水准测量	15
2.1 水准测量原理	15
2.2 水准测量的仪器、工具及使用	17
2.3 普通水准测量	24
2.4 水准仪的检验和校正	35
2.5 其他水准仪简介	38
习题与思考	43
3 角度测量	46
3.1 水平角测量原理	46
3.2 DJ ₆ 型光学经纬仪构造、读数系统及使用	47
3.3 水平角测量	53
3.4 竖直角测量	59
3.5 经纬仪的检验与校正	63



3.6 电子经纬仪	68
习题与思考	72
4 距离测量及直线定向	76
4.1 钢尺量距	76
4.2 视距测量	83
4.3 电磁波测距	86
4.4 直线定向	89
习题与思考	91
5 测量误差的基本知识	93
5.1 测量误差概述	93
5.2 衡量观测值精度的标准	96
5.3 误差传播定律	97
5.4 算术平均值及其中误差	100
习题与思考	102
6 小区域控制测量	103
6.1 控制测量概述	103
6.2 导线测量	107
6.3 交会定点测量	118
6.4 高程控制测量	122
6.5 全球定位系统(GPS)简介	128
习题与思考	132
7 地形图测绘	136
7.1 地形图的基本知识	137
7.2 地形图的分幅和编号	145
7.3 大比例地形图经纬仪测绘方法	150
7.4 数字化测图简介	158
习题与思考	166
8 地形图的应用	168
8.1 地形图应用的基本内容	169
8.2 地形图在工程建设中的应用	171
习题与思考	176

9	施工测量	178
9.1	角度和长度的测设	178
9.2	点的平面位置的测设	181
9.3	已知高程的测设	185
9.4	坡度线测设	187
9.5	施工控制网的布设	189
	习题与思考	193
10	民用建筑施工测量	195
10.1	概 述	195
10.2	建筑物轴线放样	199
10.3	建筑物基础施工测量	204
10.4	建筑物墙体施工测量	206
10.5	高层建筑的施工测量	208
10.6	竣工测量及竣工总平面图的编绘	212
	习题与思考	213
11	工业建筑施工测量	215
11.1	概 述	215
11.2	工业厂房施工测量	216
11.3	烟囱、水塔施工测量	222
	习题与思考	224
12	建筑物的变形测量	225
12.1	概 述	225
12.2	建筑物沉降观测	226
12.3	建筑物水平位移观测	231
12.4	建筑物的倾斜观测	233
12.5	建筑物的裂缝观测和挠度观测	235
	习题与思考	237
13	测量实验	238
13.1	水准仪的使用	238
13.2	普通水准测量	240
13.3	经纬仪的使用	241
13.4	水平角度测量	243
13.5	竖角观测与视距测量	245
13.6	全站仪的使用	247

13.7 全站仪导线的测量	248
13.8 地形图的测绘	250
13.9 点位的放样	251
参考文献	253

1

绪 论

【本章提要】

本章主要介绍建筑工程测量的基本任务和作用,简要概述地球形状和大小的相关概念,重点介绍测量工作中平面坐标系统和高程系统的建立,以及地面点位的确定方法和基本的测量工作方法,简要叙述测量工作的原则和程序,分析平面代替水准面的限度。

1.1 建筑工程测量的任务与作用

测量学是研究地球的形状和大小以及确定地面点位的学科。它的主要任务是测定和测设。测定,又称为测绘或测图,是指使用测绘仪器,按照一定的方法测定地面点的位置,将测区的地形按照一定的比例缩绘成地形图,供国民经济建设使用。测设,也称为放样,即按照设计图纸上工程建筑物的平面位置和高程,用一定的测量仪器和方法测设到实地,作为施工的依据。

1) 测量学的分支学科

测量学按照研究范围和对象的不同,分成许多分支学科。

(1) 大地测量学 研究整个地球的形状和大小,解决大范围地区控制测量和地球重力场问题,属于大地测量学的范畴。基本任务是建立国家大地控制网,测定地球的形状、大小和重力场,为地形测图和各种工程测量提供基础起算数据;为空间科学、军事科学及研究地壳变形、地震预报等提供重要数据资料。近年来,因人造地球卫星的发射和科学技术的发展,大地



测量学又分为常规大地测量学、卫星大地测量学及物理大地测量学等。大地测量学要顾及地球曲率的影响。

(2) 地形测量学 测量小范围地球表面形状时,不顾及地球曲率的影响,把地球局部表面当作平面看待所进行的测量工作,属于地形测量学的范畴。

(3) 摄影测量学 利用摄影像片来测定物体的形状、大小和空间位置的工作,属于摄影测量学的范畴。根据获得影像的方式及遥感距离的不同,摄影测量学又可分为地面摄影测量学、航空摄影测量学、水下摄影测量学和航天摄影测量学等。特别是由于遥感技术的发展,摄影方式和研究对象日趋多样,不仅是固体、静态对象,即使是液体、气体以及随时间而变化的动态对象,都可以应用摄影测量方法进行研究。

(4) 工程测量学 研究工程建设和自然资源开发中各个阶段进行的控制测量、地形测绘、施工放样、变形监测及各种与测量相关的工作,属于工程测量学的范畴。工程测量是测绘科学与技术国民经济和国防建设中的直接应用。按工程建设程序,工程测量可分为规划设计阶段的测量、施工兴建阶段的测量和竣工后的运营管理阶段的测量。按工程测量所服务的工程类别,可分为建筑工程测量、线路测量、桥梁与隧道测量、矿山测量、城市测量和水利工程测量等。

(5) 地图制图学 利用测量所得的成果资料,研究如何投影、编绘和制、印各种地图的工作,属于地图制图学的范畴。基本任务是利用各种测量成果编制各类地图,内容包括地图投影、地图编制、地图整饰和地图印制等。

(6) 海洋测量学 以海洋和陆地水域为对象所进行的测量和海图编制工作,属于海洋测量学的范畴。

2) 建筑工程测量的主要任务

建筑工程测量是测量学的一个重要分支,它是一门测定地面点位的学科,广泛用于建筑工程的勘测、设计、施工和管理各个阶段。主要任务是:

(1) 测绘大比例尺地形图 将地面上的地物、地貌的几何形状及其空间位置,按照规定的符号和比例尺缩绘成地形图,为建筑工程的规划、设计提供图纸和资料。

(2) 施工放样和竣工测量 把图纸上设计好的建(构)筑物,按照设计要求在地面上标定出来,作为施工的依据;在施工过程中,进行测量工作,保证施工符合设计要求;开展竣工测量,为工程竣工验收、以后扩建和维修提供资料。

(3) 变形观测 对于一些重要的建(构)筑物,在施工和运营期间,定期进行变形观测,以了解其变形规律,确保工程的安全施工和运营。

由此可知,建筑工程测量对保证工程的规划、设计、施工等方面的质量与安全运营都具有十分重要的意义。因此,从事房屋建筑的技术人员必须掌握建筑工程测量的基本知识和技能。



1.2 地面点位的确定

► 1.2.1 地球的形状和大小

测绘工作大多是在地球表面上进行的。测量基准的确定、测量成果的计算及处理都与地球的形状和大小有关。地球的自然表面是很不规则的,有高山、深谷、丘陵、平原、江湖、海洋等,最高的珠穆朗玛峰高出海平面 8 844.43 m,最低的太平洋马里亚纳海沟低于海平面约 11 022 m,其高差将近 20 km,但是与地球的平均半径 6 371 km 相比,又是微不足道的,可忽略不计。就整个地球表面而言,陆地面积仅占 29%,而海洋面积占了 71%。

任何自由静止的水面称为水准面,与水准面相切的平面称为水平面。由于水面可高可低,因此符合上述特点的水准面有无数多个,其中与平均海水面吻合并向大陆、岛屿延伸而形成的闭合曲面,称为大地水准面,如图 1.1(a)所示。大地水准面是测量工作的基准面。由大地水准面所包围的地球形体,称为大地体。通常用大地体来代表地球的真实形状和大小。地面上任一点都要受到地球自转产生的离心力和地球引力的双重作用,这两个力的合力称为重力,重力的方向线称为重力方向线,也称为铅垂线。水准面是受地球重力影响而形成的,是一个处处与重力方向垂直的连续曲面,并且是一个重力场的等位面。(大地)水准面和铅垂线都是重要的测量基准。

由于地球内部物质分布不均匀,引起地面各点的铅垂线方向不规则变化,所以大地水准面是一个有微小起伏的不规则曲面,不能用数学公式来表述,也难以在其上进行测量数据的处理。因此,测量上选用一个和大地水准面总体形状非常接近的,并能用数学公式表达的曲面作为基准面。这个基准面是一个以椭圆绕其短轴旋转而形成的椭球面,称为参考椭球面,它包围的形体称为参考椭球体或称参考椭球,如图 1.1(b)所示。测量工作就是以参考椭球面作为计算的基准面,并在这个面上建立大地坐标系和高程系统,从而确定地面点的位置。

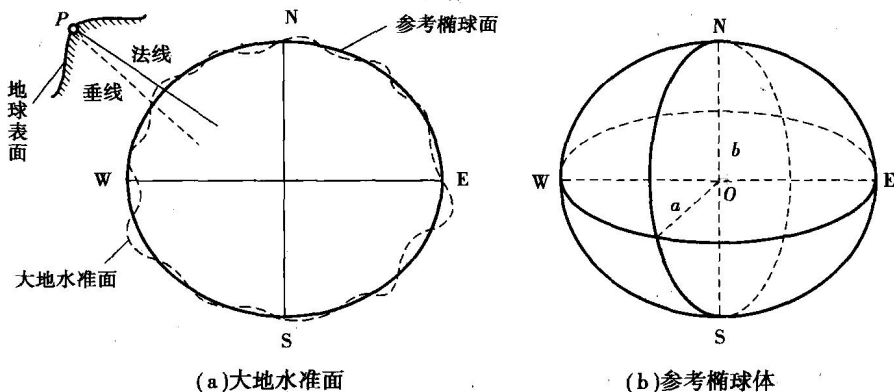


图 1.1 大地水准面与参考椭球体

参考椭球体的形状和大小由椭球的基本元素确定,基本元素有:长半轴(a)、短半轴(b)和扁率(α)。扁率 α 的计算公式如下:

$$\alpha = \frac{a-b}{a} \quad (1.1)$$

几个世纪以来,许多学者分别测算出了许多椭球体元素值。建国初期,我国采用前苏联的克拉索夫斯基椭球,建立了“1954年北京坐标系”,其参数值:

$$a = 6\,378\,245\text{ m} \quad b = 6\,356\,863\text{ m} \quad \alpha = \frac{1}{298.3}$$

目前,我国采用的参考椭球体为国际大地测量与地球物理联合会 1975 年第三次推荐的地球椭球,其参数值:

$$a = 6\,378\,140\text{ m} \quad b = 6\,356\,755\text{ m} \quad \alpha = \frac{1}{298.257}$$

在陕西泾阳县永乐镇境内选取某点为国家大地原点,由此建立全国统一坐标系,命名为“1980 年国家大地坐标系”。此外,全球定位系统(GPS)采用的是 WGS-84 椭球。

由于参考椭球的扁率很小,当测区面积不大时,可把这个参考椭球近似看作半径为 6 371 km 的圆球。

► 1.2.2 确定地面点位的方法

确定地面点的位置是测量工作的基本任务。通常,空间点位的确定需要采用三个参数。其中两个参数用来确定点的平面位置,即地面点沿投影线方向在投影面(大地水准面、参考椭球面或平面)上的坐标;另一个参数用来确定点的高程位置,即地面点沿投影线到基准面的距离(高程)。因此需要分别建立大地坐标系统和高程坐标系统,通过两者的组合来表示地面点的位置。

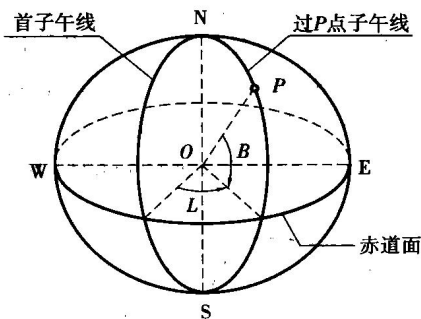


图 1.2 大地坐标系

1) 大地坐标

以参考椭球面为基准面,地面点沿椭球面的法线(即椭球体表面各点的曲率半径方向)投影在基准面上的位置,称为大地坐标,通常用大地经度 L 和大地纬度 B 表示。

如图 1.2 所示, N, S 为地球的北极和南极, NS 为地轴。在地理学中,定义过 NS 的平面为子午面,子午面与球面的交线称为子午线或经线。通过英国格林尼治天文台的子午面称为首子午面或零子午面。过 P 点的子午面与首子午面所夹的二面角就称为 P 点的大地经度,用 L 表示。国际规定以首子午面起算,向东 $0^\circ \sim 180^\circ$ 称为东经,或写成 $0^\circ \sim 180^\circ E$;向西 $0^\circ \sim 180^\circ$ 称为西经,或写成 $0^\circ \sim 180^\circ W$ 。

过球心 O 与短轴正交的平面称为赤道面。过点 P 的法线与椭球赤道面所夹的角称为 P 点的大地纬度,用 B 表示。国际规定以赤道面起算,由赤道向北 $0^\circ \sim 90^\circ$ 称为北纬,或写成 $0^\circ \sim 90^\circ N$;由赤道向南 $0^\circ \sim 90^\circ$ 称为南纬,或写成 $0^\circ \sim 90^\circ S$ 。例如,北京位于北纬 40° 、东经 116° ,可表示为 $B = 40^\circ N, L = 116^\circ E$ 。

我国采用的大地坐标系有 1954 年北京坐标系和 1980 年国家大地坐标系。用大地坐标

表示的地面点,统称大地点。

2) 高斯平面直角坐标

大地坐标是球面坐标,表示地面点在参考椭球面上的位置,常用于研究地球的形状和大小,但它直接用于工程建设规划、设计、施工等很不方便,必须采用地图投影的方法将球面上的大地坐标转换为平面直角坐标,并绘制相应地形图。目前我国采用的投影方法是高斯投影。高斯投影就是假设一个椭圆柱面横套在地球椭球体外,并与椭球面上的某一条子午线相切,这条相切的子午线称为中央子午线。假想在椭球体中心放置一个光源,通过光线将椭球面上一定范围内的物像映射到椭圆柱的内表面上,然后将椭圆柱面沿一条母线剪开并展开成平面,获得投影后的平面图形,即为高斯平面,如图 1.3 和图 1.4 所示。

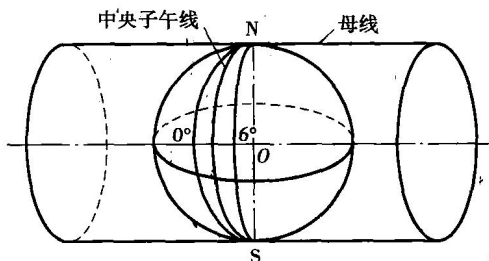


图 1.3 高斯平面直角坐标的投影

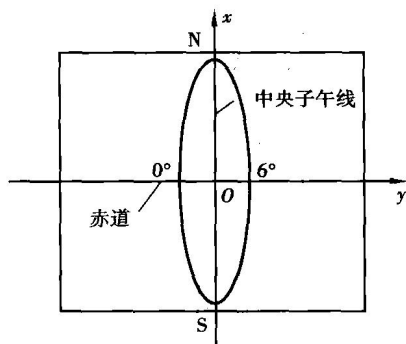


图 1.4 高斯投影带示意图

高斯投影的经纬线图形有以下特点:

- ① 投影后的中央子午线为直线,无长度变化。其余的经线投影为凹向中央子午线的对称曲线,长度较球面上的相应经线略长;
- ② 赤道的投影也为一直线,并与中央子午线正交。其余的纬线投影为凸向赤道的对称曲线;
- ③ 经纬线投影后仍然保持相互垂直的关系,说明投影后的角度无变形。

高斯投影没有角度变形,但有长度变形和面积变形,离中央子午线越远,变形就越大。为了对变形加以控制,测量中采用限制投影区域的办法,即将投影区域限制在中央子午线两侧一定的范围,这就是所谓的分带投影。投影带一般分为 6°带和 3°带两种,如图 1.5 所示。

6°带投影是从英国格林尼治起始子午线开始,自西向东,每隔经差 6°分为一带,将地球分成 60 个带,其编号分别为 1, 2, ..., 60。位于各带边上的子午线称为分带子午线,位于各带中央的子午线称为中央子午线或轴子午线。每带的中央子午线经度可用下式计算:

$$L_6 = (6N - 3)^\circ \quad (1.2)$$

式中 N ——6°带的带号。6°带的最大变形发生在赤道与投影带最外一条经线的交点上,长度变形为 0.14%,面积变形为 0.27%。

3°投影带是在 6°带的基础上划分的。每隔经差 3°为一带,共 120 带,其编号分别为 1, 2, ..., 120。其中央子午线在奇数带时与 6°带中央子午线重合,每带的中央子午线经度可用下式计算:

$$L_3 = 3n^\circ \quad (1.3)$$

式中 n —— 3° 带的带号。 3° 带的边缘最大变形较 6° 带缩小为长度变形 0.04% ,面积变形 0.14% 。

例如,北京 $L = 116^\circ E$,如按 6° 带计算,其 $N = 116/6 = 20$ (进位为整数),按式(1.2)计算, $L_6 = 117^\circ$,故北京位于采用 6° 带投影时20带内中央子午线的西侧(因为 $116^\circ < 117^\circ$)。如按 3° 带计算,其 $n = 116/3 = 39$ (进位为整数),按式(1.3)计算, $L_3 = 117^\circ$,故北京位于采用 3° 带投影时39带内中央子午线的西侧。上述算例验证了 3° 投影带的中央子午线在奇数带时与 6° 带中央子午线重合。

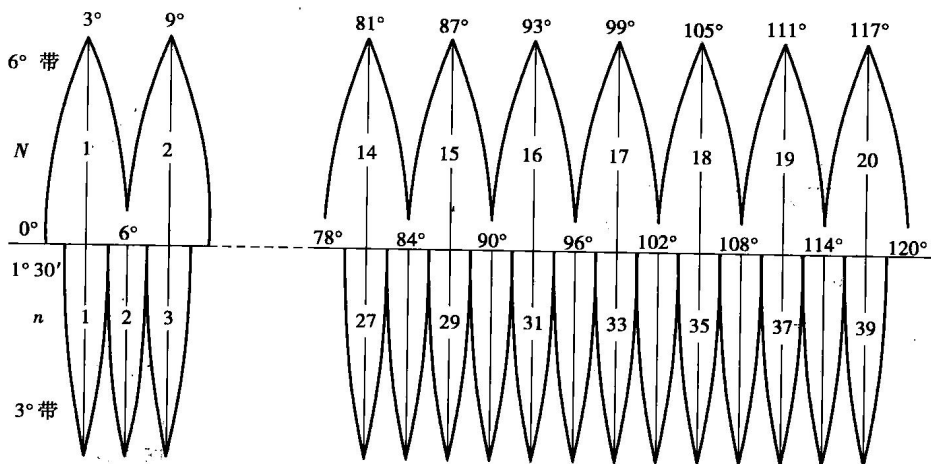
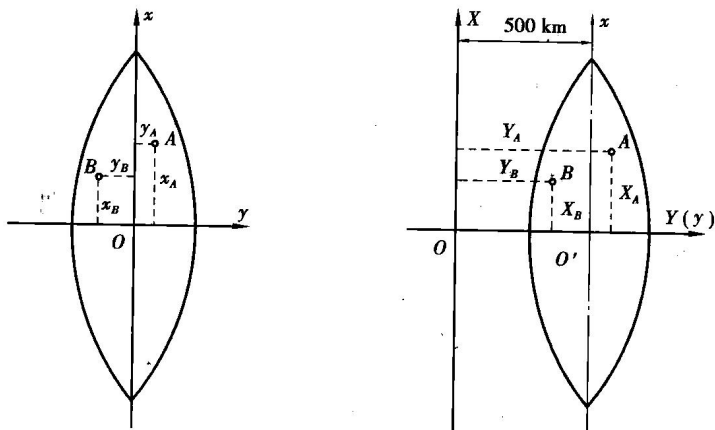


图 1.5 高斯平面直角坐标系 6° 带投影与 3° 带投影的关系

通过高斯投影,将中央子午线的投影作为纵坐标轴,用 x 表示,将赤道的投影作为横坐标轴,用 y 表示,两轴的交点作为坐标原点,由此构成的平面直角坐标系称为高斯平面直角坐标系,如图 1.6(a)所示。对应于每一个投影带,就有一个独立的高斯平面直角坐标系,为了区分各带坐标系则在横坐标值前冠以相应投影带的带号。



(a)坐标原点西移前的高斯平面直角坐标 (b)坐标原点西移后的高斯平面直角坐标

图 1.6 高斯平面直角坐标

我国位于北半球, x 坐标值恒为正, y 坐标值有正有负, 为了使 y 坐标都为正值, 将纵坐标轴向西平移 500 km, 如图 1.6(b) 所示, 并在 y 坐标前加上投影带的带号, 通用公式为

$$Y = N \times 1\,000\,000 + 500\,000 + y \quad (1.4)$$

式中 N ——带号。

例如 B 点位于 18 投影带, 其自然坐标为 $x = 3\,384\,451\text{ m}$, $y = -82\,261\text{ m}$, 它在 18 带中的高斯通用坐标则为 $X = 3\,384\,451\text{ m}$, $Y = \boxed{18} 417\,739\text{ m}$ 。

我国领土位于东经 $72^\circ \sim 136^\circ$, 共包括了 11 个 6° 投影带, 即 13 ~ 23 带; 22 个 3° 投影带, 即 24 ~ 45 带。由于两个带号没有重叠, 所以根据横坐标值前的带号便可以知道是采用的 6° 带还是 3° 带投影。

3) 独立平面直角坐标

当测区范围较小时, 可以采用通过测区中心点 A 的水平面来代替大地水准面, 如图 1.7 所示。在这个平面上建立的测区平面直角坐标系, 称为独立平面直角坐标系。换句话说, 在局部区域内确定点的平面位置, 可以采用独立平面直角坐标。规定坐标纵轴为 x 轴, 且表示南北方向, 向北为正, 向南为负; 规定横轴为 y 轴, 且表示东西方向, 向东为正, 向西为负。为了避免测区内的坐标出现负值, 可将坐标原点选择在测区的西南角上。

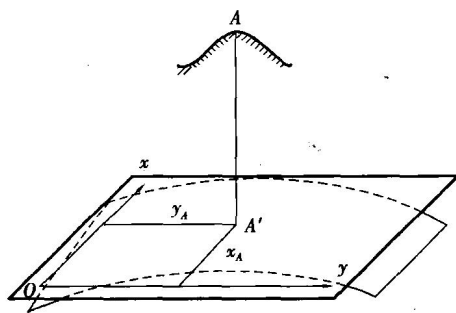


图 1.7 独立平面直角坐标系

测量学独立平面直角坐标系的象限分布是按顺时针方向编号, 如图 1.8 所示, 其编号顺序与数学直角坐标系的象限编号顺序相反, 且 x, y 两轴线与数学直角坐标系的 x, y 轴互换, 这是为了使测量计算时可以将数学中的公式直接应用到测量坐标系统中来, 而无需作任何修改。

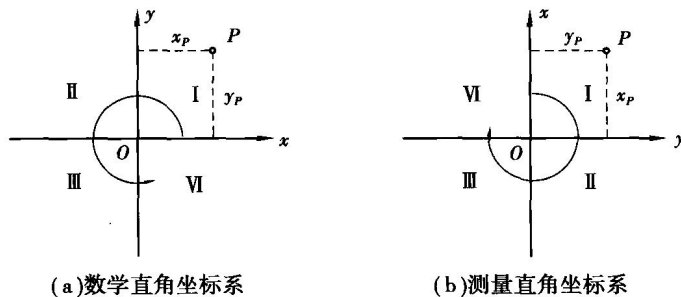


图 1.8 两种平面直角坐标系的比较

► 1.2.3 地面点的高程

地面点沿铅垂线方向到高程基准面的距离, 称为高程。选用不同的基准面, 有不同的高程系统。

1) 绝对高程

地面上任意一点沿铅垂线方向到大地水准面的距离,称绝对高程或海拔,简称高程,用字母 H 表示。如图 1.9 中的 H_A, H_B , 分别表示 A 点和 B 点的高程。

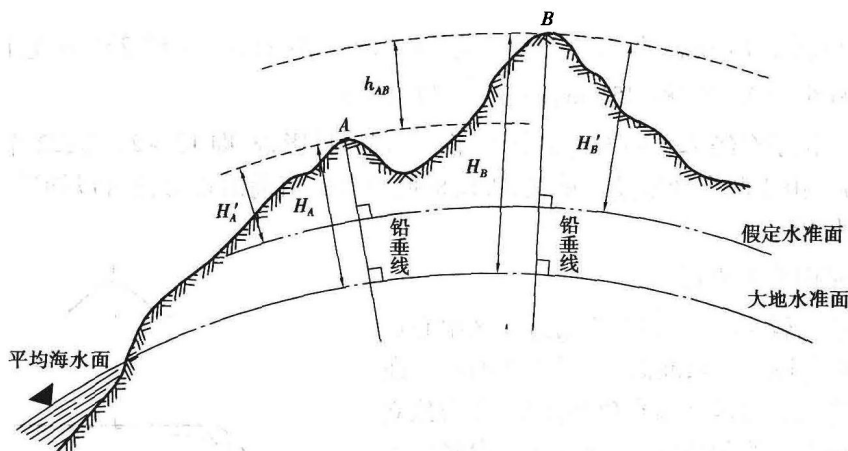


图 1.9 高程和高差

我国在青岛设立验潮站,长期观测黄海海水面的高低变化,取平均值作为大地水准面的位置(高程为零),并作为全国高程的起算面,如图 1.10 所示。为了建立全国统一的高程系统,在青岛验潮站附近的观象山埋设固定标志,用精密水准测量方法与验潮站所求出的平均海面进行联测,测出其高程为 72.289 m,以它的高程作为全国高程的起算点,称为水准原点。根据这个面起算的高程称为“1956 年黄海高程系统”。

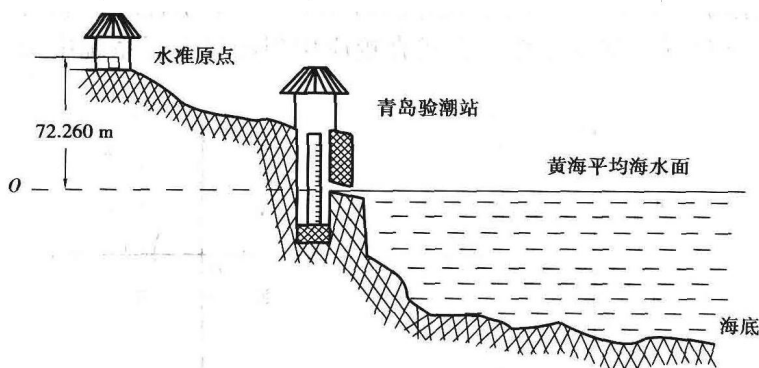


图 1.10 黄海验潮站示意图

从 1985 年开始我国采用新的高程基准,采用青岛验潮站 1952—1979 年潮汐观测资料计算的平均海面为国家高程起算面,称为“1985 年国家高程基准”。根据新的高程基准推算的青岛水准原点高程为 72.260 m,比“1956 年黄海高程系统”的高程低 0.029 m。

2) 相对高程

局部地区采用绝对高程有困难或者为了应用方便,也可不用绝对高程,而是假定某一水准面作为高程的起算面。地面点沿铅垂线方向到假定水准面的距离称为相对高程,如图 1.9

中的 H'_A, H'_B 。

3) 高差

两个地面点之间的高程之差称为高差,常用 h 表示。图 1.9 中 B 点相对于 A 点的高差:

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A \quad (1.5)$$

高差 h_{AB} 有正负之分,当 B 点比 A 点高时, h_{AB} 为正(+),反之为负(-)。从上式可以看出,两点之间的高差与高程基准面的选择无关。

1.3 水平面代替水准面的限度

当测区范围较小时,可以用水平面代替水准面,直接将地面点投影到平面,以确定其位置,此时所产生的投影误差不应超过测量误差的容许范围。但是究竟在多大面积范围内才能用水平面代替水准面,这里需要分析地球曲率对水平距离、水平角和高差的影响。为讨论方便,假定大地水准面为圆球面。

► 1.3.1 对距离的影响

如图 1.11 所示,地面上 A, B 两点在大地水准面上的投影点是 A', B' ,用过 A' 点的水平面代替大地水准面,则 B' 点在水平面上的投影为 B'' 。

设 $A'B'$ 的弧长为 D , $A'B''$ 的长度为 D' ,球面半径为 R , D 所对圆心角为 α ,则以水平长度 D' 代替弧长 D 所产生的距离误差 ΔD 为:

$$\Delta D = D - D' = R \tan \alpha - R\alpha = R(\tan \alpha - \alpha) \quad (1.6)$$

将 $\tan \alpha$ 用级数展开为:

$$\tan \alpha = \alpha + \frac{1}{3}\alpha^3 + \frac{5}{12}\alpha^5 + \cdots$$

因 α 角较小,所以只取前两项代入式(1.6)得:

$$\Delta D = R(\tan \alpha - \alpha) = R\left(\alpha + \frac{1}{3}\alpha^3 - \alpha\right) = \frac{1}{3}R\alpha^3 \quad (1.7)$$

又因 $\alpha = \frac{D}{R}$,故

$$\Delta D = \frac{D^3}{3R^2} \quad (1.8)$$

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{D^2}{3R^2} \quad (1.9)$$

式中, $\frac{\Delta D}{D}$ 称为相对误差,用 $1/M$ 形式表示, M 越大精度越高。

取地球半径 $R = 6\,371\text{ km}$,并以不同的距离 D 值代入式(1.8)和式(1.9),可计算出以水

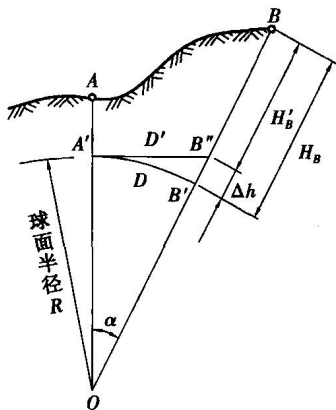


图 1.11 用水平面代替水准面对距离和高程的影响