高职高专精品课程规划教材

GAOZHIGAOZHUANJINGPINKECHENGGUIHUAJIAOCAI

高等数学（上册）

田玉伟⊙主编

北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

高职高专精品课程规划教材

高等数学(上册)

主　编　田玉伟
副主编　郑　立　赵永贞　翟雪燕
欧阳金刚　高德平

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

高等数学.上册/田玉伟主编. —北京：北京理工大学出版社，2009.8（2010.7 重印）

ISBN 978-7-5640-2618-9

Ⅰ.高…　Ⅱ.田…　Ⅲ.高等数学-高等学校：技术学校-教材

Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 142738 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮　　编 / 100081

电　　话 /（010）68914775（办公室） 68944990（批销中心） 68911084（读者服务部）

网　　址 / http://www.bitpress.com.cn

经　　销 / 全国各地新华书店

印　　刷 / 北京国马印刷厂

开　　本 / 787 毫米×960 毫米　1/16

印　　张 / 19.75

字　　数 / 404 千字

版　　次 / 2009 年 8 月第 1 版　2010 年 7 月第 2 次印刷

印　　数 / 5001～7000 册　　责任校对 / 陈玉梅

总 定 价 / 33.00 元（共 2 册）　　责任印制 / 周瑞红

前言

在科学技术迅猛发展的今天，各个领域对所需人才的数学知识和应用能力的要求不断提高。高等数学作为一门专业基础课，其理论性强，对学生的抽象思维能力、逻辑思维能力要求较高，这导致学生对高等数学的学习产生畏惧心理，学习兴趣不足。解决这些问题要求数学教育工作者解放思想，立足高职学生的学习现状，针对高职各专业对高等数学的教学需求，不断更新教材的形式和内容，开发出以培养高职教育职业能力为本质特征的新教材。正是在这一思想的指导下，我们组织山东理工职业学院、枣庄科技职业学院等院校的专家教授编写了适合高等职业院校使用的《高等数学》教材。新编《高等数学》继续以“掌握概念、强化应用、培养技能”为重点，充分体现“以应用为目的，以必需够用为度”的高职高专教学基本原则，理论描述精确简约，具体讲解明晰易懂，很好地兼顾了高职高专各专业后续课程教学对数学知识的范围要求，同时也充分考虑了学生可持续学习的需要。本教材包括一元函数微积分、微分方程、空间解析几何、多元函数微积分、无穷级数等内容。每节配有足量的习题及答案，书末附有高等数学常用公式、常用的平面曲线图等。

本教材具有以下特点：

（1）结构合理、由浅入深、思路流畅、简明易懂；

（2）突出强调数学概念与实际问题的联系；

（3）适度淡化逻辑论证，充分利用几何说明帮助学生理解有关概念和理论；

（4）充分考虑高职高专学生的数学基础，较好地处理了初等数学与高等数学的过渡与衔接；

（5）优选了微积分在几何、物理、经济等多方面的应用实例，适应专业面宽；

（6）每节配有足量习题，便于学生巩固基础知识、提高基本技能、加强对教材内容的理解，有利于培养学习应用数学知识解决实际问题的能力。

本教材按 120 学时安排设计，教学中授课教师可根据学生所学专业对教材内容作出适当的调整，以充分体现高职不同专业对高等数学教学内容的具体需求。本教材上册由山东理工职业学院田玉伟担任主编，山东理工职业学院的郑立、赵永贞、翟雪燕、欧阳金刚、高德平担任副主编。下册由枣庄科技职业学院的侯同运担任主编，枣庄科技职业学院的翟祥傺、吕春燕，济宁医学院的邵婷婷、山东水利职业学院的林艳斌、山东化工技师学院张继奎担任副主编。具体分工为如下，第一章：田玉伟；第二章：郑立；第三章：翟雪燕；

第四章：赵永贞；第五章：欧阳金刚、高德平；第六章：侯同运；第七章：翟祥僚；第八章：吕春燕；第九章：邵婷婷、林艳斌；第十章：张继奎、王智。全书各章附录及习题答案与提示均由田玉伟撰写。全册由田玉伟主编统稿。

本教材在编写过程中得到了山东鲁东大学数学科学学院杨振光院长、王秀红教授的大力支持，在此一并致以诚挚的谢意。由于编者水平有限，书中仍难免有不妥之处，恳请各教学单位和读者在使用教材的过程中给予关注，并将意见和不足及时反馈给我们，以便下次修订时改进。

所有意见和建议请发至：rongcooltyw@163.com。

编 者

2009 年 6 月

目　录

第 1 章　函数·极限·连续 …… 1

1.1　函数及其基本性质 …… 1

1.1.1　函数的基本概念 …… 1

1.1.2　函数的基本性质 …… 5

1.2　常见的函数 …… 9

1.2.1　基本初等函数 …… 9

1.2.2　生成的函数 …… 13

1.3　极限及其性质 …… 18

1.3.1　数列的极限 …… 18

1.3.2　函数 $y=f(x)$ 的极限 …… 22

1.4　极限的运算 …… 29

1.4.1　极限的四则运算 …… 29

1.4.2　复合函数的极限 …… 32

1.4.3　再谈无穷小量与无穷大量 …… 34

1.5　函数的连续性 …… 38

1.5.1　连续函数的概念 …… 39

1.5.2　闭区间上连续函数的性质 …… 43

第 2 章　导数与微分 …… 47

2.1　导数的基本概念 …… 47

2.1.1　瞬时速度 …… 47

2.1.2　切线的斜率 …… 48

2.1.3　导数的定义 …… 49

2.2　导数的运算 …… 54

2.2.1　函数四则运算的求导法则 …… 54

2.2.2　复合函数的求导法则 …… 55

2.2.3　其他常用的求导法则 …… 57

2.2.4　基本导数公式 …… 61

2.2.5　高阶导数 …… 61

2.3　微分 …… 65

2.3.1 微分的定义 ······ 65
2.3.2 微分的运算 ······ 67
第 3 章 微分学的定理及应用 ······ 70
3.1 中值定理 ······ 74
3.2 洛必达法则 ······ 74
3.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式 ······ 74
3.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式 ······ 75
3.2.3 $0\cdot\infty, \infty-\infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$ 型未定式 ······ 76
3.2.3 函数的单调性、极值与最值 ······ 79
3.3.1 函数的单调性的判定 ······ 79
3.3.2 函数极值的求法 ······ 81
3.3.3 函数最值的求法 ······ 82
3.4 曲线的凸性及渐近线 ······ 83
3.4.1 曲线的凸性 ······ 83
3.4.2 渐近线 ······ 85
3.5 函数作图 ······ 88
3.6 曲率 ······ 90
3.6.1 弧微分 ······ 90
3.6.2 曲率 ······ 91
3.7 导数在经济中的应用及优化问题 ······ 95
3.7.1 边际与边际分析 ······ 95
3.7.2 弹性与弹性分析 ······ 96
3.7.3 优化问题 ······ 99
第 4 章 不定积分 ······ 103
4.1 不定积分的概念与性质 ······ 103
4.1.1 原函数 ······ 103
4.1.2 不定积分的概念 ······ 104
4.1.3 不定积分的几何意义 ······ 105
4.1.4 不定积分的性质 ······ 105
4.2 基本积分公式 ······ 107
4.3 不定积分换元法 ······ 110
4.3.1 第一换元法（凑微分法） ······ 110

4.3.2　第二换元法 ……114
4.4　不定积分分部积分法 ……118
第 5 章　定积分 ……121
5.1　定积分的基本概念和性质 ……121
5.1.1　曲边梯形的面积 ……121
5.1.2　定积分的定义 ……123
5.1.3　定积分的几何意义 ……125
5.1.4　定积分的性质 ……126
5.2　微积分基本定理 ……130
5.2.1　积分上限函数 ……130
5.2.2　微积分基本定理 ……132
5.3　常用积分法 ……135
5.3.1　定积分的换元积分法 ……135
5.3.2　定积分的分部积分法 ……139
5.4　广义积分 ……142
5.4.1　无穷限积分 ……142
5.4.2　瑕积分 ……144
第 6 章　定积分的应用 ……148
6.1　定积分在几何中的应用 ……148
6.1.1　求平面图形的面积 ……148
6.1.2　求旋转体的体积 ……151
6.2　定积分在物理中的简单应用 ……153
6.3　定积分在经济中的简单应用 ……155
6.4　平均值 ……158
附录 ……161
附录 I　初等数学常用公式 ……161
附录 II　初等数学常见曲线 ……164
附录 III　积分表 ……169

第 1 章 函数·极限·连续

日常生活中的一切事物都在不停地变化着，作为变化着的事物及它们之间相互依存关系的反映，在数学中就产生了变量（variable）与函数（function）的概念. 函数是数学中最基本的概念，它的基本思想是：从某一事物的变化去推知另一事物的变化. 它的基本手段是：将变化事物的关系抽象化、形象化、简单化.

极限是人们研究事物变化趋势的一个必不可少的工具，它是从有限中认识无限，从近似中认识精确，从离散中认识连续，从量变中认识质变的一种重要的思维方法.

1.1 函数及其基本性质

1.1.1 函数的基本概念

我们看几个例子.

【例 1.1.1】 2002 年 2 月 21 日国务院公布的银行储蓄利率表如表 1.1 所示.

表 1.1

时　　间	三个月	半年	一年	二年	三年	五年
年利率/%	1.71	1.89	1.98	2.25	2.52	2.79

在利率表中，每一个年限都有一个确定的利率与之对应. 人们根据表格就可算出存款的利息.

【例 1.1.2】 两位患者的心电图，如图 1.1.1 所示.

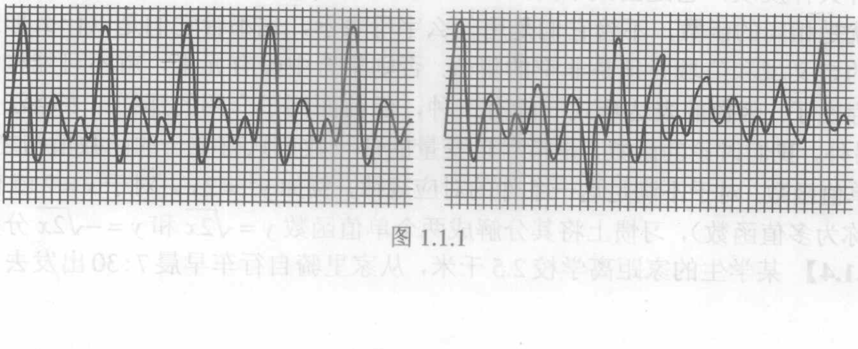


图 1.1.1

心电图反映了患者心脏的电传导随时间变化的规律. 有经验的医生根据心电图就可以做出初步诊断.

【例 1.1.3】（1）自由落体运动的距离公式：

$$S=\frac{1}{2}gt^2 \text{（其中 } g \text{ 为常数）}.$$

（2）成本公式：$C(x)=C_0+C_1(x)$，其中 C_0 称为固定成本，$C_1(x)$ 为可变成本，x 为生产量；

收入公式：$R(x)=px$，其中 p 为价格，x 为销售量；

利润公式：$L(x)=R(x)-C(x)$.

通过这些公式可以精确地反映出变量之间的依存关系并能计算出相应的数值. 例如，若某产品的成本公式为 $C(x)=20+5x$，我们就可以知道它的固定成本为 20（元），与产量无关（$x=0$）；当生产 5 件产品时（x=5），其可变成本为 25（元），总成本为 45（元）.

【例 1.1.1】～【例 1.1.3】虽然反映的事物不一样，表现的形式也不尽相同，但是它们都有一个共同的规律：在变化过程中有两个变量，当其中的一个变量取定某一特定值时，另一变量按照一定的规律就有唯一确定的数值与之对应. 下面我们用**映射**（mapping）的观点对这种规律给以定义.

定义 1.1.1 设有两个非空的**集合**（set）D_f 和 $\mathbf{R}$，其中 $D_f\subseteq\mathbf{R}$，$\mathbf{R}$ 是实数集. 称映射 f：$D_f\to\mathbf{R}$ 为 D_f 到 $\mathbf{R}$ 的函数，通常记作 $y=f(x)$，并称 y 是 x 的函数，其中 x（$\in D_f$）称为**自变量**（independent variable）；y（$\in\mathbf{R}$）称为**因变量**（dependent variable）；f 称为**对应法则**（corresponding rule）. D_f 称为函数 $f(x)$ 的**定义域**（domain）；集合 $Z_f=\{f(x)\,|\,x\in D_f\}$ 称为函数 $f(x)$ 的**值域**（range），且 $Z_f\subseteq\mathbf{R}$.

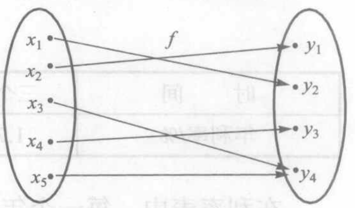


图 1.1.2

显然，图 1.1.2 中所示变量之间的关系均为函数关系.

函数中的两个要素是定义域 D_f 和对应法则 f. 一般来讲，函数的定义域由所讨论问题的实际背景、性质和使函数表达式有意义等方面来决定. 对应法则 f 是因变量 y 与自变量 x 依存关系的一种具体反映，它是函数中的灵魂. 如果两个函数的定义域和对应法则相同，那么这两个函数就是相同的函数，不管它们是用什么字母表示，也不管它们是以什么形式出现.

函数的定义域和值域必须是非空的集合. 否则集合中没有元素，就不可能构成映射，函数也就不存在了. 函数的表达形式一般有三种，像前面例子介绍的那样：表格法，图像法和公式法. 另外，我们讨论的函数，是指对自变量的任一数值只有唯一的函数值与之对应. 这类函数称为单值函数. 对于不满足这一条件的对应规律，例如 $y^2=2x$，对于 $x=2$ 就有两个 y 值：-2 和 2（称为多值函数），习惯上将其分解成两个单值函数 $y=\sqrt{2x}$ 和 $y=-\sqrt{2x}$ 分别进行讨论.

【例 1.1.4】某学生的家距离学校 2.5 千米，从家里骑自行车早晨 7:30 出发去上学，8:00

上课. 试问下列图中哪几个图像分别与下述三件事吻合得最好？并将剩下的那件事用图形表达出来（t 表示时间，s 是离开家的距离）.

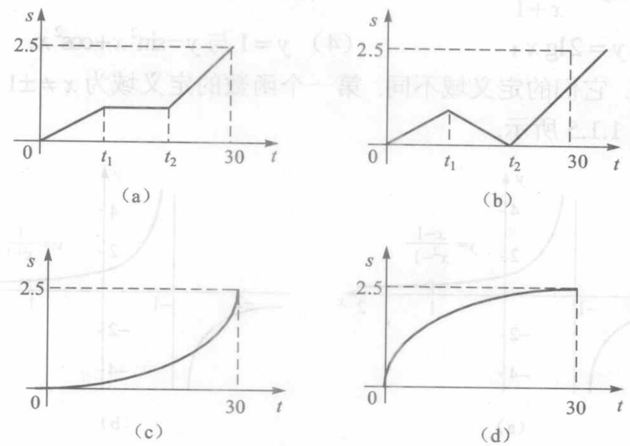


图 1.1.3

（1）离开家后不久，自行车坏了，修好后再继续走，准时到达学校.

（2）离开家后不久，发现忘带语文课本，立即回家取了语文课本再去上学，结果迟到了.

（3）离家后想早点到学校便快速行驶，半路上遇到同学后边聊天边走，准时到达学校.

（4）离家后不久出了车祸，到附近的医院治疗后回家了.

解 由事件的分析和图形的特点可以看出：事件（1）与图（a）对应，$t_1 \sim t_2$ 是修车的时间，距离没有变化. 事件（2）与图（b）对应，$t_1 \sim t_2$ 是回家的时间，到达学校的时间超过了30分钟. 事件（3）与图（d）对应，曲线开始很陡峭，后来平缓，说明开始时速度快，后来速度慢了下来. 事件（4）的图形可以见图 1.1.4.

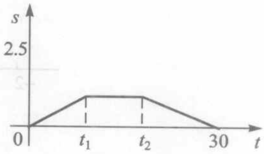


图 1.1.4

思考：是否可以为图形（c）写一段事？

【例 1.1.5】 求函数 $f(x)=\dfrac{\lg(3-x)}{\sin x}+\sqrt{5+4x-x^2}$ 的定义域.

解 要使 $f(x)$ 有意义，显然 x 要满足：

$$\begin{cases}3-x>0\\ \sin x\neq 0\\ 5+4x-x^2\geqslant 0\end{cases}，即\begin{cases}x<3\\ x\neq k\pi\\ -1\leqslant x\leqslant 5\end{cases}\quad（k\ 为整数）.$$

所以 $f(x)$ 的定义域为：

$$D_f=\{x|-1\leqslant x<3, x\neq 0\}=[-1,0)\cup(0,3).$$

【例 1.1.6】 判断下列函数是否相同，并说明理由，画图表示.

（1） $y=\dfrac{x-1}{x^2-1}$ 与 $y=\dfrac{1}{x+1}$；　　（2） $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=|x|$；

（3） $y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$；　　（4） $y=1$ 与 $y=\sin^2 x+\cos^2 x$.

解 （1）不相同. 它们的定义域不同. 第一个函数的定义域为 $x\neq\pm1$，而第二个函数的定义域为 $x\neq-1$，如图 1.1.5 所示.

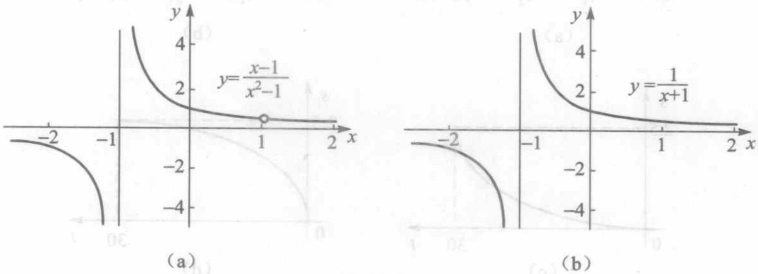


图 1.1.5

（2）相同. 它们的对应法则与定义域均相同如图 1.1.6 所示.

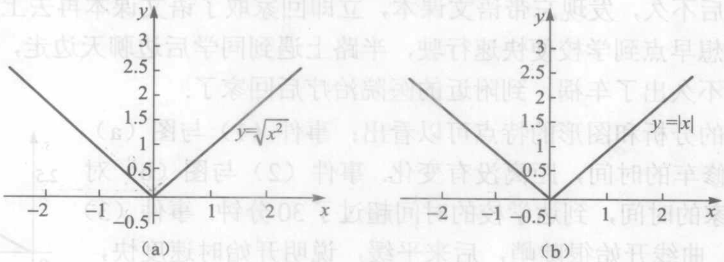


图 1.1.6

（3）不相同. 它们的定义域不同. 第一个函数的定义域为 $x\neq0$，而第二个函数的定义域为 $x>0$ 如图 1.1.7 所示.

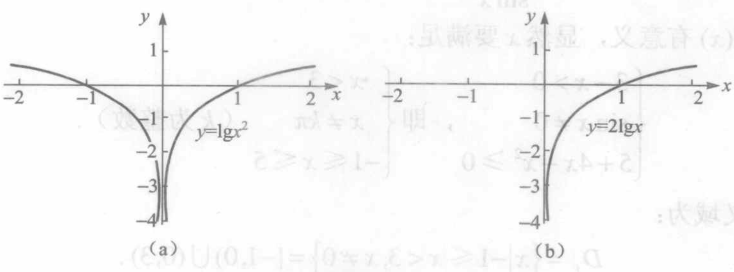


图 1.1.7

（4）相同. 它们的定义域与对应法则均相同，只是表现的形式不同如图 1.1.8 所示.

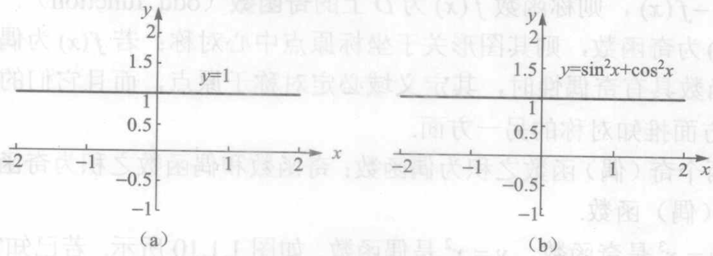


图 1.1.8

1.1.2　函数的基本性质

函数是变量依存关系的反映. 我们研究函数，自然首先要关注函数最基本的变化规律和变化趋势，即函数的基本性质.

1. 单调性（monotonicity）

定义 1.1.2　设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，对于任意的 $x_1, x_2 \in D$，且 $x_1 < x_2$，那么

（1）若 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 D 上**单调增加**（monotonically increasing）;

（2）若 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 D 上**单调减少**（monotonically decreasing）.

单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**（monotonic function），相应于函数 $f(x)$ 单调的区间称**单调区间**（monotony interval）.

显然，若 $f(x)$ 为单调增加函数，则对应曲线随着 x 的增大从左向右逐渐上升；若 $f(x)$ 为单调减少函数，则对应曲线随着 x 的增大从左向右逐渐下降. 例如，市场上商品的需求量 Q 一般随着商品价格 p 的提高而下降，所以需求函数 $Q=f(p)$ 是价格 p 的单调减少函数. 商品的供给量 Q 一般随着商品价格 p 的提高而增加，所以供给函数 $Q=\varphi(p)$ 是价格 p 的单调增加函数. 如图 1.1.9 所示.

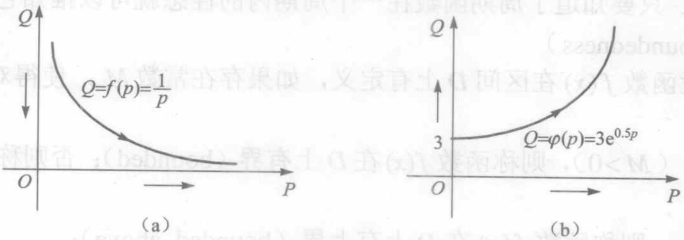


图 1.1.9

2. 奇偶性（oddness and evenness）

定义 1.1.3　设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，对于任意的 $x \in D$，若恒有

（1）$f(-x)=f(x)$，则称函数 $f(x)$ 为 D 上的**偶函数**（even function）；

（2）$f(-x)=-f(x)$，则称函数 $f(x)$ 为 D 上的**奇函数**（odd function）.

显然，若 $f(x)$ 为奇函数，则其图形关于坐标原点中心对称；若 $f(x)$ 为偶函数，则其图形关于 y 轴对称. 函数具有奇偶性时，其定义域必定对称于原点，而且它们的各种性质也都可以由对称性从一方面推知对称的另一方面.

可以证明：两个奇（偶）函数之积为偶函数；奇函数和偶函数之积为奇函数；两个奇（偶）函数之和仍为奇（偶）函数.

例如，函数 $y=x^3$ 是奇函数，$y=x^2$ 是偶函数. 如图 1.1.10 所示. 若已知它们在 $x>0$ 时的图形（实线所示），则由对称性就可推出它们 $x<0$ 时的图形（虚线所示）.

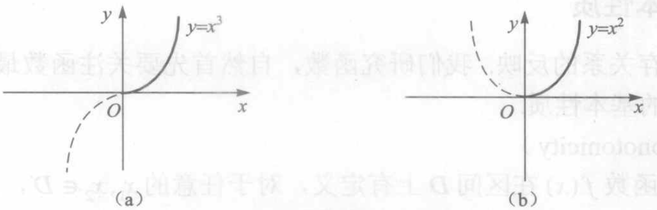


图 1.1.10

3. 周期性（Periodicity）

定义 1.1.4 设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，如果存在常数 $a>0$，使得对于任意的 $x\in D$，恒有

$$f(x+a)=f(x)$$

成立，则称 $f(x)$ 为**周期函数**（periodic function）. 满足上式的最小正数 a，称为 $f(x)$ 的**周期**（period）

显然，若 $f(x)$ 是周期为 a 的周期函数，则在长度为 a 的两个相邻的区间上，函数 $f(x)$ 的图形有相同的形状. 只要知道了周期函数在一个周期内的性态就可以推知它的全部.

4. 有界性（boundedness）

定义 1.1.5 设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，如果存在常数 M，使得对于任意的 $x\in D$，恒有

（1）$|f(x)|<M$（$M>0$），则称函数 $f(x)$ 在 D 上**有界**（bounded）；否则称函数 $f(x)$ 在 D 上**无界**（unbounded）.

（2）$f(x)<M$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上有**上界**（bounded above）；

（3）$f(x)>M$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上有**下界**（bounded below）.

显然，有界函数必有上界和下界. 反之，既有上界又有下界的函数必为有界函数. 有界函数的图形夹在两条平行于 x 轴的直线 $y=M$ 和 $y=-M$ 之间. 如图 1.1.11 所示，函数的有界性

是对函数值域的一个限制，它可以使我们在考虑函数值变化时有一个参考的范围.

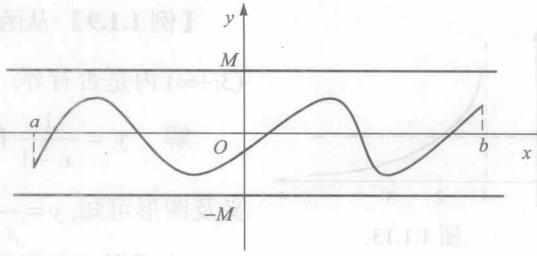


图 1.1.11

5. 极值（extremum）

如果函数 $f(x)$ 在 x_0 附近，对任何 $x\ (x\neq x_0)$ 都有 $f(x)<f(x_0)$，则称 x_0 点为**函数的极大值点**（maximum point），而称 $f(x_0)$ 为函数的极大值（maximum value）. 用同样的方法，我们还可以定义**极小值点**（minimum point）和**极小值**（minimum value）. 极大值点和极小值点统称为**极值点**，而极大值和极小值统称为**极值**. 极值是函数的局部性质，极大值不一定比极小值大，而极小值也不一定比极大值小. 在区间的端点没有极值.

【例 1.1.7】 已知 $f(x)$ 是偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 内单调递减，试判断 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内是单调增函数还是单调减函数，并证明该判断.

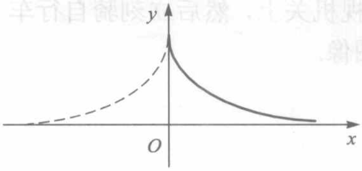


图 1.1.12

证 因为 $f(x)$ 的图形关于 y 轴对称，其图形在 $(0,+\infty)$ 内从左到右下降，那么在 $(-\infty,0)$ 内必然从左到右上升. 所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内是单调增函数，如图 1.1.12 所示，下面证明这个结论.

证 设 $x_1,x_2\in(-\infty,0)$，$x_1<x_2$，因为 $f(x)$ 为偶函数，所以有

$$f(-x_1)=f(x_1),\quad f(-x_2)=f(x_2),$$

因此有

$$f(x_2)-f(x_1)=f(-x_2)-f(-x_1).$$

而 $-x_1>-x_2$，且 $-x_1,-x_2\in(0,+\infty)$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调递减，因此

$$f(-x_2)-f(-x_1)>0.$$

即 $f(x_2)-f(x_1)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内是单调增加函数.

【例 1.1.8】 判断下列函数的奇偶性.

（1）$f_1(x)=(x^2+1)\sin x$；（2）$f_2(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+1}$；

（3）$f_3(x)=g(x)+g(-x), x\in(-\infty,+\infty)$.

解 （1）因为 $y=x^2+1$ 为偶函数，$y=\sin x$ 为奇函数，所以 $f_1(x)=(x^2+1)\sin x$ 为奇函数与偶函数的乘积，$f_1(x)$ 为奇函数.

（2）因为 $f_2(-x)=\dfrac{\mathrm{e}^{-x}-1}{\mathrm{e}^{-x}+1}=\dfrac{1-\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}=-f_2(x)$，所以 $f_2(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+1}$ 为奇函数.

（3）因为 $f_3(-x)=g(-x)+g(x)=g(x)+g(-x)=f_3(x)$，所以 $f_3(x)=g(x)+g(-x)$ 为偶函数.

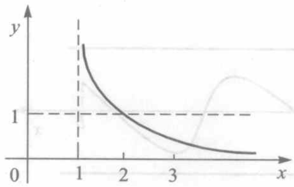


图 1.1.13

【例 1.1.9】 从函数 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 的图像中判断其在区间 $(1,2)$，$(2,3)$，$(3,+\infty)$ 内是否有界.

解　$y=\dfrac{1}{x-1}$ 的部分图形如图 1.1.13 所示. 根据有界性的定义及图形可知，$y=\dfrac{1}{x-1}$ 在区间 $(2,3)$，$(3,+\infty)$ 内有界，$0<y<1$；在 $(1,2)$ 内无界（有下界而无上界），$1<y<+\infty$.

习 题 1.1

1. 我家距离工作单位 2 千米，一般早晨 7:30 步行去上班，8:00 到达工作单位. 今天由于离家匆忙，走出 10 分钟后想到电视机未关，因此又返回去把电视机关上，然后立刻骑自行车又出发，结果准时到达单位. 试画出离家距离作为时间函数的图像.

2. 求下列函数的定义域，并画出定义域的图形.

（1）$y=\sqrt{x-2}-\dfrac{1}{x-3}+\lg(5-x)$；

（2）$y=\sqrt{x^2-x+1}\arcsin\dfrac{2x-1}{7}$；

（3）$y=\dfrac{1}{(x-4)\ln|x-2|}$.

3. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$，求 $f(\sqrt{1-x^2})$ 的定义域.

4. 设 $f(x+1)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2x, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$，求 $f(x)$ 及其定义域.

5. 选择题：

（1）当______时，函数 $f(x)=b^{-cx}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调增加.

（A）$b>1,c>0$；　　（B）$b>1,c<0$；

（C）$0<b<1,c>0$；　　（D）$0<b<1,c<0$.

（2）设函数 $f(x)$ 为奇函数，则______仍为奇函数.

（A）$f(x+a)-f(x-a)$；　　（B）$f(x+a)+f(x-a)$；

（C）$f(a+x)-f(a-x)$；　　（D）$f(a+x)+f(a-x)$.

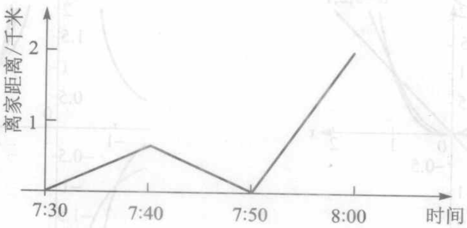
（3）函数 $y=\lg(x+1)$ 在区间______内有界（$M>0$为常数）.

（A）$(-1,0)$；　　（B）$(0,+\infty)$；

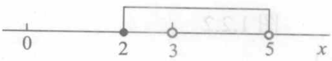
（C）$(-1,M)$；　　（D）$(0,M)$.

习题答案与提示

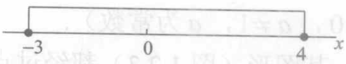
1.



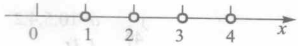
2.（1）$[2,3)\cup(3,5)$



（2）$[-3,4]$



（3）$(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(2,3)\cup(3,4)\cup(4,+\infty)$



3. $[-1,1]$

4. $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2, & 1\leqslant x\leqslant 2\\ 2(x-1), & 2<x\leqslant 3\end{cases}$，　$D_f=[1,3]$.

5.（1）B, C；　（2）B, C；　（3）D.

1.2　常见的函数

变量之间的依存关系是各种各样的，人们熟悉的大量的自然现象和社会现象都可以用简单的函数来描述或近似描述. 熟悉这些简单的函数，有目的地将这些函数与身边的事物联系起来，对认识和解决生活中的许多问题大有益处.

1.2.1　基本初等函数

下面是在中学数学中已经介绍过的几种函数，我们称它们为**基本初等函数**（basic elementary functions）.

1. 常量函数（constant functions）

$$y=C\ （C\ 为常数）.$$

如图 1.2.1 所示，它是一条与 x 轴平行的直线.

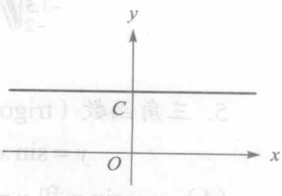


图 1.2.1