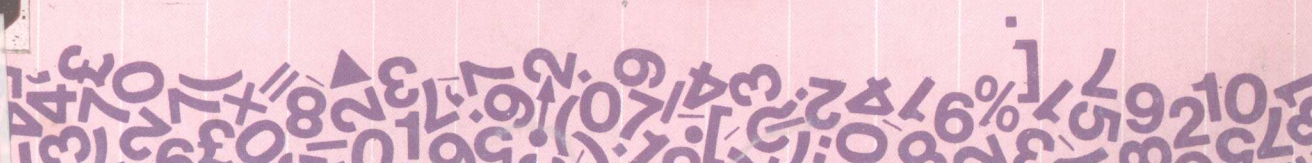


國民中學
數學教師手冊
第三冊

國立編譯館主編



中華民國七十六年八月 正式本初版
中華民國七十九年八月 改編本初版

國民中學 數學教師手冊 第三冊

定價：（由教育部核定後公告）

主編者 國立編譯館
編審者 國立編譯館國民中學數學科教科用書編審委員會

主 委 任 員 陳昭地

委 員 方炎明 方稚芳 李烱輝 李恭晴
李嘉淦 邱日盛 林秀珍 易新鼎
翁正明 翁俊雄 徐西楠 陳冒海
陳俊生 屠耀華 郭生玉 黃敏晃
黃登源 葉見登 蕭龍生 鄭再添
謝志雄 顏啟麟

編輯小組 李恭晴 林秀珍 陳昭地 陳冒海
黃敏晃 黃登源 葉見登 顏啟麟

總 訂 正 陳昭地

封面設計者 莊紋岳

插圖繪製者 黃娣琳 蔡明穎

出版者 國立編譯館

地 址：臺北市大安區 10770 舟山路二四七號
電 話：3626171 傳 真：3629256

印行者 九 十 一 家 書 局 （名稱詳見背面）

經銷者 臺 灣 書 店

辦公地址：臺北市中正區 10023 忠孝東路一段一七二號

電 話：3922861・3922867

門 市：臺北市中正區 10023 忠孝東路一段一七二號

電 話：3928843

郵撥帳號：00078215

印刷者

內文：宏章印刷有限公司
封面：宏章印刷有限公司

編輯大意

634.6
2213

- 一、本書是根據民國七十四年四月教育部修訂公布的國民中學數學課程標準，並配合七十八學年度起逐年改編之國民中學數學教科書編輯而成，供教師使用。
- 二、本書共分四冊，每學期一冊，供國民中學第一、二學年數學科教學參考之用。
- 三、本書各章包括教學目標與時數、教材摘要、教材地位分析、教學方法與注意事項、教學媒體舉例、教學活動舉例、評量應注意事項、充實教材、參考資料及習題簡答等項目，供教師教學參考之用。
- 四、各單元之教學除應注意本手冊中所列舉的認知目標外，尚應兼顧技能與情意之教學目標。
- 五、敬請全國國民中學教師就使用本書時所遭遇的實際問題，提出具體改進意見，隨時通知國立編譯館，以供修訂時之參考。

國民中學數學教師手冊 第三冊

目 次

第一章 近似值與平方根

壹、教學目標與時數	1
貳、教材摘要	1
叁、教材地位分析	2
肆、教學方法與注意事項	2
伍、教學媒體舉例	5
陸、教學活動舉例	9
柒、評量應注意事項	18
捌、充實教材	19
玖、參考資料	19
拾、習題簡答	31

第二章 比例與線型函數

壹、教學目標與時數	34
貳、教材摘要	35
叁、教材地位分析	35
肆、教學方法與注意事項	36
伍、教學媒體舉例	43
陸、教學活動舉例	45
柒、評量應注意事項	51
捌、充實教材	53
玖、參考資料	56
拾、習題簡答	84

第三章 乘法公式與多項式

壹、教學目標與時數	88
貳、教材摘要	89
叁、教材地位分析	90
肆、教學方法與注意事項	91
伍、教學媒體舉例	97
陸、教學活動舉例	101
柒、評量應注意事項	106
捌、充實教材	108
玖、參考資料	116
拾、習題簡答	122

第四章 方根與查表

壹、教學目標與時數	126
貳、教材摘要	127
叁、教材地位分析	127
肆、教學方法與注意事項	129
伍、教學媒體舉例	131
陸、教學活動舉例	132
柒、評量應注意事項	139
捌、充實教材	141
玖、參考資料	145
拾、習題簡答	151

第五章 一次不等式

壹、教學目標與時數	153
貳、教材摘要	154
叁、教材地位分析	155

目 次 (3)

肆、教學方法與注意事項.....	156
伍、教學媒體舉例.....	158
陸、教學活動舉例.....	160
柒、評量應注意事項.....	166
捌、充實教材.....	168
玖、參考資料.....	169
拾、習題簡答.....	181

第一章 近似值與平方根

壹、教學目標與時數

1-1 近似值的意義與取法（教學時數：3 節）

- 1.能由實際測量中用四捨五入法以指定的單位讀出近似值。
- 2.由實際測量中知道近似值的意義。
- 3.由日常生活的實例中知道使用近似值的時機。
- 4.能由測定值推算實際值的範圍。
- 5.能利用四捨五入法取近似值。

1-2 平方根的意義與逼近法（教學時數：4 節）

- 1.能由數值實例的觀察中知道平方根的意義。
- 2.能由數值實例的觀察中知道每一個正數都有兩個平方根，而且這兩個平方根的絕對值相等而符號相反。
- 3.能由數值實例的觀察中知道在數線上找不到負數的平方根。
- 4.能由數值實例的計算過程中知道十分逼近法的意義。
- 5.能用十分逼近法求得正整數的正平方根的近似值。
- 6.能利用電算器按出正整數的正平方根，以檢驗由十分逼近法所求得之平方根的近似值。

貳、教材摘要

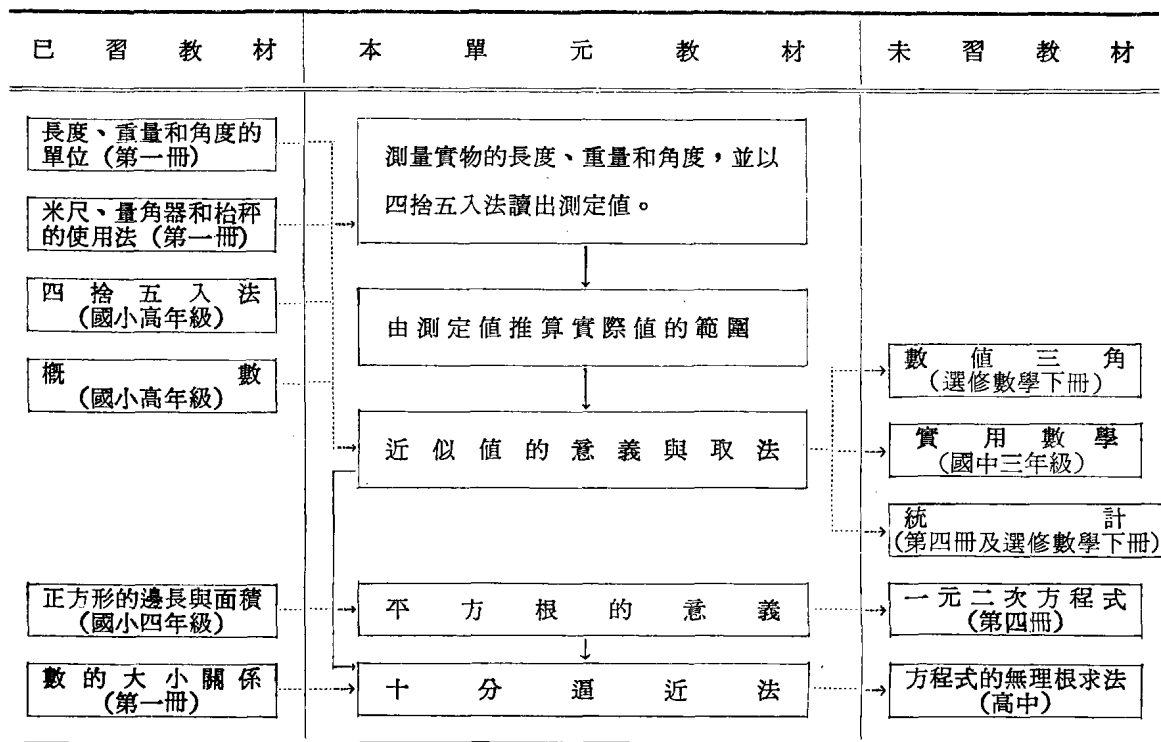
本章教材內容著重於兩部分，第一部分在於介紹近似值的意義與使用時機，以及四捨五入法；第二部分在於介紹平方根的意義與十分逼近法。

在第一節中，我們透過測量實物的長度、重量和角度等活動介紹以四捨五入法取近似值的意義，並討論所取的近似值與實際值之間的關係。我們利用日常生活中的實例顯示使用近

似值的時機。

在第二節中，我們透過正方形的邊長與面積間之關係的實例說明平方根的意義，並以數值實例說明正數有兩個平方根而負數沒有平方根。我們以求正整數的平方根為例介紹十分逼近法，最後提出循環小數、有理數、無理數與實數等名詞及其包含關係。

叁、教材地位分析



肆、教學方法與注意事項

1-1 近似值的意義與取法

1. 爲了使近似值的教學具有充分的動機，我們從日常生活量圖片的活動入手。首先利用公分尺量取圖片的長度，公分尺的最小刻度單位是公厘。圖片的一端與刻度“0”對齊而另一端落在兩個相鄰刻度之間，我們顯然無法讀出圖片長的公厘數，只好以目測加以估計，並記錄估計後的數值。由於使用資料必須以最小刻度單位爲基準，較爲客觀，因此，對於初步估計到的數據，便有加以修整的必要。例如長度比1公厘的一半還小，我們就把它捨去不計；如果長度達到1公厘的一半，我們就把它進爲1公厘，這就是四捨五入法。利用四捨五入法估計得到的長度就是長度的測定值。另外，還有其他修整方法，爲避免困擾此處不另提

及。

2. 我們讓學生利用枱秤測量實物的重量，以量角器取角的度數。我們透過這些實際測量的活動使學生了解測定值與實際值的意義。最重要的是要讓學生了解，因為所使用的測量工具有最小刻度單位的限制，我們無法得到實際值，而需要以測定值做為實際值的近似值，藉此了解近似值的意義。

3. 實際值與測定值之間有一定的關係，我們可由測定值推算實際值的範圍。如果我們所使用的工具愈精細，即它的最小刻度單位愈小，那麼所推算出的實際值的範圍就愈精確。最重要的是讓學生了解到近似值並非“馬馬虎虎”所得到的數值。當我們告訴人家某一項近似值時，正是在傳遞有關實際值的訊息，人家可以從我們所告訴他的近似值去推定實際值的範圍。

4. 我們以人口數、班級人數和工程款的概數等讓學生了解到以近似值取代實際值的原因並不完全是無法求得實際值的緣故。當我們沒有必要確實指出實際值時，也往往以它的近似值來取代。

5. 本節中的近似值、概數和四捨五入法等概念已在國小教材中出現過，我們希望增進學生對於這些概念的理解，並對這些教材加以統整。

6. 本節中之教學務必以實例說明，並讓學生實際操作測量工具，以增進學生的學習動機與效果。

7. 在本節的教學中，切勿補充準確度與有效數字等概念。這些概念對於國中學生而言較為困難，宜透過實測、整理數據等的實際經驗中去體會其概念與重要性，不宜使用規定的方式來學習，因此本書不涉及這方面的教材。

8. 我們承接國小數學教科書的講法，“以上”與“以下”都包含端點，而“超過”與“不滿”則不包括端點。因此，書上提到“圖片長的實際值在 123.5mm 以上而不滿 124.5mm 的範圍之間”，其意是指 $123.5\text{mm} \leq \text{實際值} < 124.5\text{mm}$ 。若設圖片長實際值為 a mm，則

$$123.5 \leq a < 124.5$$

但是我們並未以這種方式來表示實際值的範圍，其理由是要等到第五章才會處理有關不等式的問題，而且“ $\leq$ ”的表示法對初學近似值的學生而言也稍為抽象了些。如果教師想要用這樣的方式來表達，務必要交代清楚這個不等式的真正意義。

1-2 平方根的意義與逼近法

1. 為使平方根的教學具有充分的動機起見，我們以已知正方形面積求其邊長的實例入手，說明平方根的意義；並透過許多數值實例的觀察，讓學生了解到一個正數與其平方根之間的關係。

2. 我們利用很多數值實例，讓學生觀察出每一個正數都有兩個平方根，它們的絕對值相等而符號相反；零是零的平方根；在數線上找不到負數的平方根，即負數沒有實平方根。在教學時，不必強調以上這些事實的一般性證明。若有學生問到負數到底有沒有平方根的問題時，則告訴學生說在高中教材中會討論這個問題的。如果學生仍然表示興趣，那麼就以課外個別輔導的方式提供有關的資料讓學生閱讀，切勿在班上從事集體教學。

3. 我們刻意將立方根安排在第四章的第一節中，請教師不要將立方根的意義一節移到此處教學。

4. 逼近法在數學上是屬於數值方法的一種。逼近法是一種有系統而且應用廣泛的重要數學方法，不過它牽涉到大量的計算。但在這個計算器械很發達的時代中，大量而複雜的計算已不是問題，因此逼近法更形重要。

5. 在本節中，我們以求一個正數的平方根的近似值為動機介紹十分逼近法，其主要目的是介紹十分逼近法的數學方法，而非把它當作是求平方根的手段。因此，我們在本節中所安排的例子的數值都很小，以減少計算的麻煩。我們要盡量鼓勵學生利用電算器來計算。我們讓學生以電算器直接按出某數的平方根，旨在檢驗以十分逼近法所求出的結果是否正確。在教學時，務必讓學生先學會十分逼近法。

6. 我們在計算 $(1.4142)^2$ 時除了可直接用下列方式按鍵外，

$$1.4142 \times 1.4142 = \boxed{}$$

對於大多數廠牌的電算器也可使用下列的簡便方式操作：

$$1.4142 \times = \boxed{}$$

（試按看看便可知你的電算器是否有這樣的功能了！）

7. 在按 $(1.4142)^2$ 與 $(1.4143)^2$ 的隨堂練習，八位數字的電算器可能會呈現出：

$$(1.4142)^2 = \boxed{1.9999616}$$

$$(1.4143)^2 = \boxed{2.0002444}$$

顯然都是近似值，不過我們仍然可以體會出

$$1.4142 < \sqrt{2} < 1.4143$$

如果使用十位數字的電算器，則可得

$$(1.4142)^2 = \boxed{1.99996164}$$

$$(1.4143)^2 = \boxed{2.00024449}$$

8. 本書所提到的電算器以包含有平方根鍵“ $\sqrt{\quad}$ ”、記憶鍵（“ $M+$ ”、“ $M-$ ”、“ MR ”或“ MC ”）之袖珍型電算器為原則。有關記憶鍵的用途請見參考資料 6。

9. 國民小學六年級的課程已提及電算器之使用，學生對電算器已有初步的認識，惟電算器之廠牌甚多，且其具有輔助數學計算之功能，有關這方面的問題請見參考資料 5、6 兩項。

10. 二分逼近法（見參考資料 1.）也是常用的逼近法。雖然十分逼近法可能會比二分逼近法牽涉到更多的計算，但是前者比後者更有系統，對於國中學生而言，使用十分逼近法較為單純。因此，我們在本節中只介紹十分逼近法，俾讓學生了解取小數點位數與精確度的關係。

11. 在做十分逼近法的過程中，宜提醒學生注意各逼近數的大小變化關係。利用如例 4. 計算 $\sqrt{5}$ 之“跳蛙式”的逼近往往可以簡化很多計算。

12. 我們在本章講完十分逼近法後，指出一連串的無限小數（包括循環的與不循環的），其所列出的位數頗多，教師不應要求學生死記這些已列出的小數。

13. 我們是透過實例來說明可把分數化成循環小數，反過來我們也可以輕描淡寫地陳述如何把循環小數寫成分數，用不著詳細說明其道理。

14. 本節最後列出的包含關係表中，在分數後用括號列出有限小數與循環小數，表示分數可與有限小數或循環小數互化；學生已知道其中一部分的道理，但不能確知另一部分。教師不妨向學生提出這樣的事實，如此可引起進一步學習的動機。

伍、教學媒體舉例

一、本章需用教具表

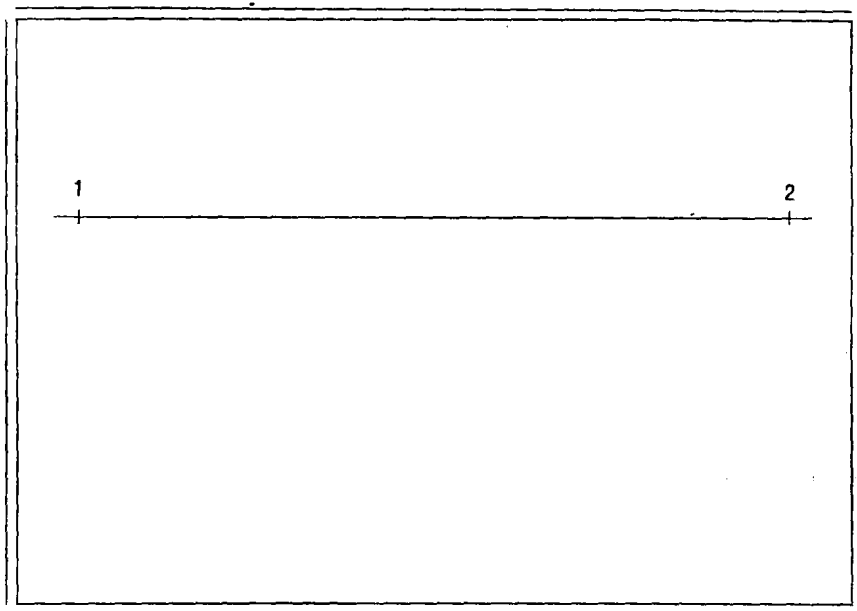
教 具	規 格	數 量	配合教材	備 注
1. 直尺	最小刻度單位是公厘 (mm)	1	1-1	教師用
2. 天秤	最小刻度單位是克 (g)	1	1-1	
3. 量角器		1	1-1	教師用
4. 數的平方表			1-2	掛圖或投影片
5. 電算器	有平方根鍵	1	1-2	教師示範用

二、本章適用之教學媒體舉例

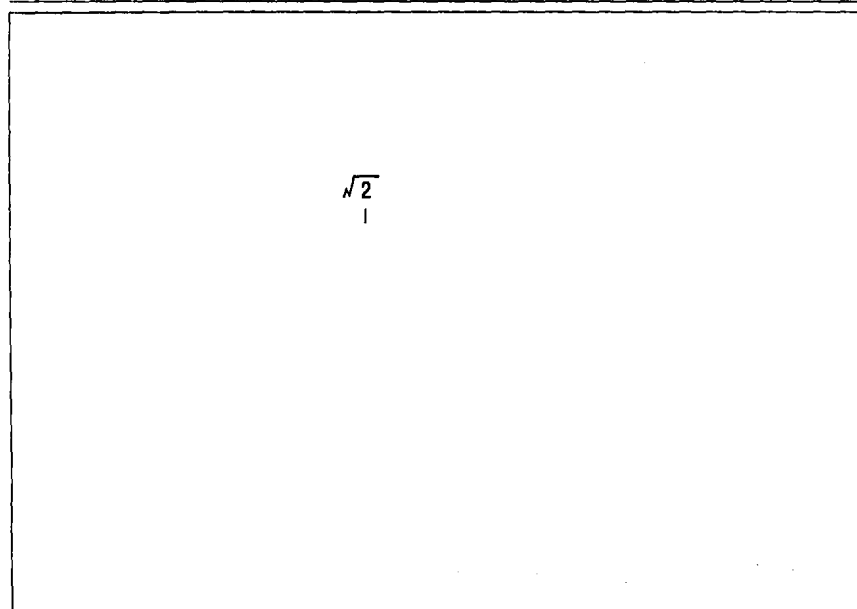
十分逼近法

- 1.類別：投影片。
- 2.規格：多層式。
- 3.配合教材：1-2 平方根的意義與逼近法。
- 4.來源：自製。
- 5.內容簡介：由十分逼近法求 $\sqrt{2}$ 的近似值。
- 6.製圖說明：

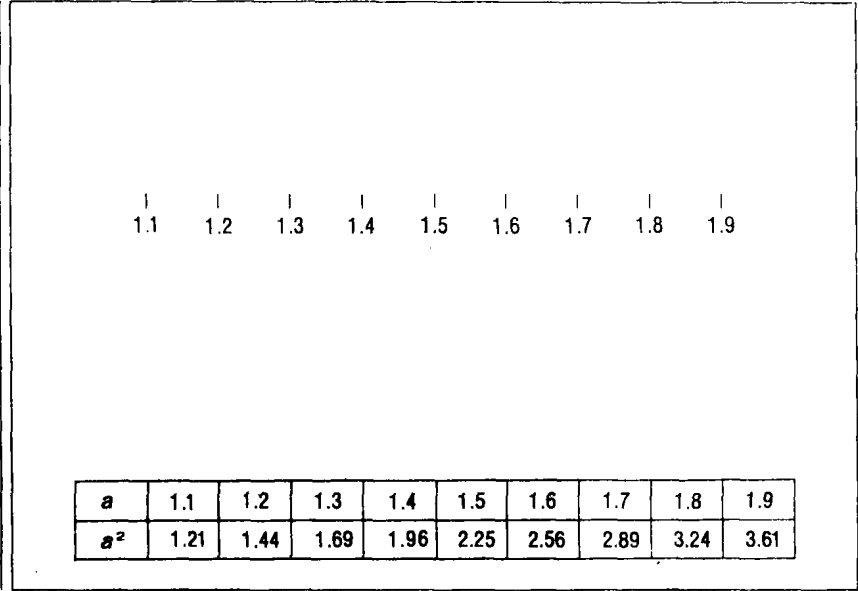
(1)母片 0



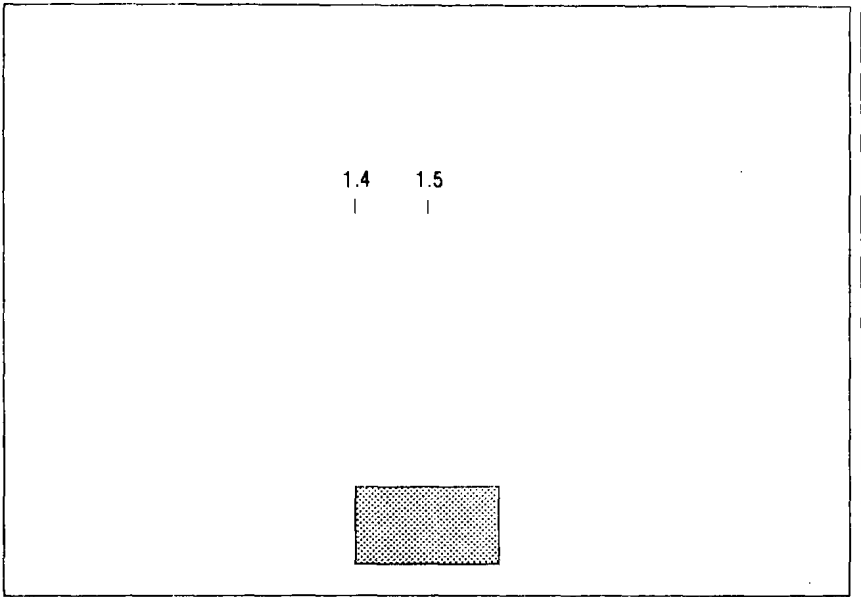
(2)疊片 1



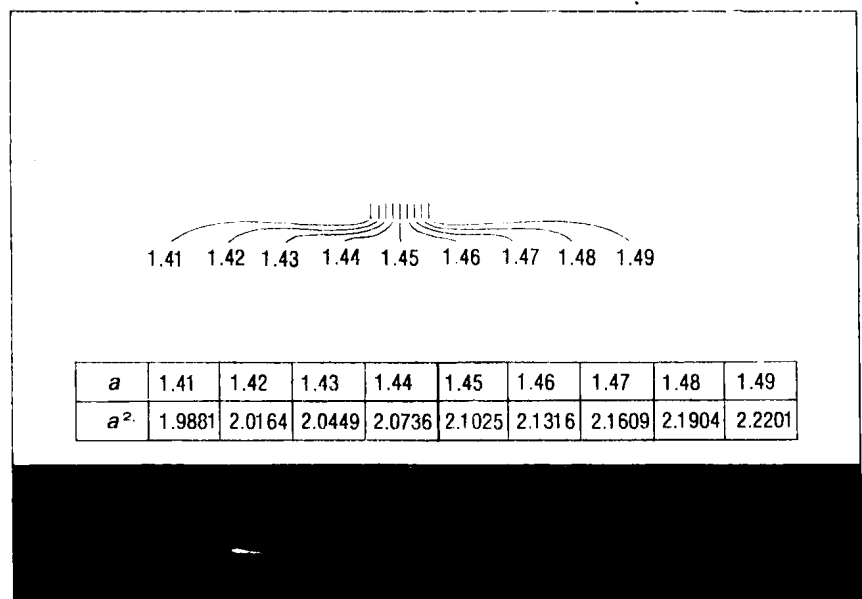
(3) 疊片 2A



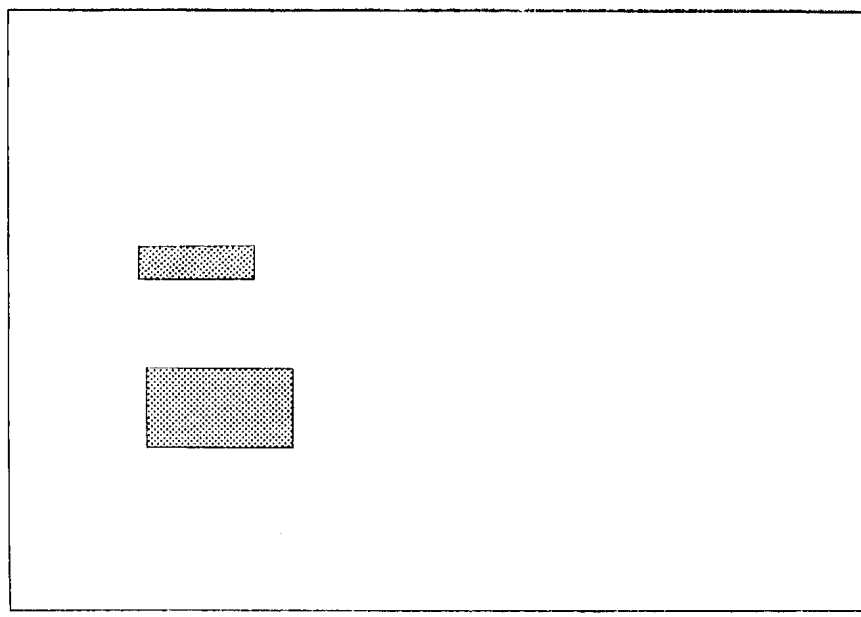
(4) 疊片 2B



(5) 疊片 3A



(6) 疊片 3B



7. 製作說明：

(1) 黏貼方法從略。

(2)陰影部分表示應採用較淺的透明顏色。

8.使用說明：

(1)在母片 0 上，疊上疊片 1，說明 $\sqrt{2}$ 介於 1 與 2 之間。

(2)把疊片 1 翻開，疊上 2A，顯示把區間 $[1, 2]$ 分為十等分的情形。

(3)疊上 2B，再疊上 1，說明 $\sqrt{2}$ 介於 1.4 與 1.5 之間。

(4)把 2A 及 1 翻開，疊上 2B，再疊上 3A，顯示把區間 $[1.4, 1.5]$ 分為十等分的情形。

(5)疊上 3B，再疊上 1，說明 $\sqrt{2}$ 介於 1.41 及 1.42 之間。

陸、教學活動舉例

1-2 平方根的意義與逼近法

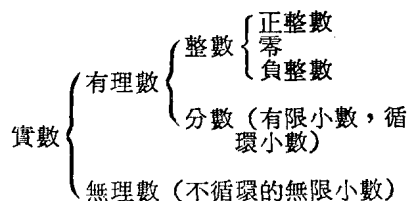
教學時數：4 節

教 師 活 動	教學活動流程圖	學生活動	備 注																																																																												
一、準備活動： - 研讀課本第三冊第 1-2 節及教師手冊相關部分。 - 蒐集本單元的有關資料。 - 準備教具：有色粉筆、掛圖（或投影片）、電算器。 掛圖一： <table border="1"> <tr> <td>數</td> <td>...</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>平方</td> <td>...</td> <td>25</td> <td>16</td> <td>9</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>25</td> <td>...</td> </tr> </table> 掛圖二： <table border="1"> <tr> <td>數</td> <td>...</td> <td>$-\frac{1}{6}$</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>$-\frac{1}{8}$</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>$\frac{1}{6}$</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>平方</td> <td>...</td> <td>$\frac{1}{36}$</td> <td>$\frac{1}{16}$</td> <td>$\frac{1}{64}$</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>$\frac{1}{64}$</td> <td>$\frac{1}{16}$</td> <td>$\frac{1}{36}$</td> <td>...</td> </tr> </table> 掛圖三： <table border="1"> <tr> <td>數</td> <td>...</td> <td>1.3</td> <td>1.2</td> <td>1.1</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>1.1</td> <td>1.2</td> <td>1.3</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>平方</td> <td>...</td> <td>1.69</td> <td>1.44</td> <td>1.21</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> <td>1.21</td> <td>1.44</td> <td>1.69</td> <td>...</td> </tr> </table>	數	...	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	...	平方	...	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	...	數	...	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	...	0	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	...	平方	...	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	...	0	...	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{36}$	...	數	...	1.3	1.2	1.1	...	0	...	1.1	1.2	1.3	...	平方	...	1.69	1.44	1.21	...	0	...	1.21	1.44	1.69	...	▽ ↓ 教學前之準備	- 研讀課本第三冊第 1-2 節。 - 復習課本第一冊第 2-3 節。 - 準備用具：筆記本、電算器、計算紙、測驗用紙。	方格部分用紅線。
數	...	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	...																																																																		
平方	...	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	...																																																																		
數	...	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	...	0	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	...																																																																				
平方	...	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	...	0	...	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{36}$	...																																																																				
數	...	1.3	1.2	1.1	...	0	...	1.1	1.2	1.3	...																																																																				
平方	...	1.69	1.44	1.21	...	0	...	1.21	1.44	1.69	...																																																																				

掛圖四：

在數線上，一個正數的平方根有二個，它們互為相反數；零只有一個平方根就是零；負數沒有平方根。

掛圖五：



4. 學生仍按以前方式分組。

二、發展活動：

1. 利用面積倒推正方形邊長的問題來引起學習平方根的動機。

(1) 口頭問答下列問題：

- (a) 一個正方形的每邊長是 4 公分，它的面積是多少平方公分？
- (b) 如果每邊長是 5 公分呢？

(2) 指出以上問題其實就是以前學過的「求一個數的平方」的問題。

(3) 口頭問答下列問題：

- (a) 已知一個正方形的面積是 16 平方公分，它的每邊長是多少公分？
- (b) 如果正方形面積是 25 平方公分，其每邊長是多少？

(4) 指出以上問題分別是求出某數，使

- (a) 某數的平方等於 16。
- (b) 某數的平方等於 25。

這就是本單元要學的第一個重點。

2. 如何檢驗一個數 a 是否為所指定數 b 的平方根。

(1) 由於 4 的平方是 16 (板書 $4^2 = 16$)，我們就說 4 是 16 的一個平方根。

(2) 提出問題：是否還有別的數的平方也是 16？

(3) 讓學生思考後，指名回答 (回答正確後，板書 $(-4)^2 = 16$)，並說明因為 -4 的平方也是 16，所以 -4 也是 16 的一個平方根。

