二十一世纪全国高等院校规划教材

大学物理

主编 刘栓江 梁为民

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书是根据《高等院校普通物理教学大纲》，并参照目前《普通物理课程教学基本要求》编写的。内容包括：绪论、质点运动学、质点动力学、刚体力学、流体力学基础、振动、波、声波、气体动理论、热力学概论、静电场、稳恒电流、稳恒磁场、物质的磁性、电磁感应、波动光学、激光技术概论、原子原子核、物理方法、附录等20个部分。本书注重教学内容的系统性与实用性的结合，力求做到简明扼要又重点突出。每章均附有相应的思考题和习题，以供学生对所学内容进一步理解、巩固和深入学习。

本书可作为高等院校本科各专业、专科院校各专业的普通物理教学用书，也可供高职高专等的相关专业选用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理 / 刘栓江，梁为民主编. —西安：西北工业大学出版社，2007.7

二十一世纪全国高等院校规划教材

ISBN 978-7-5612-2245-4

Ⅰ.大… Ⅱ.①刘…②梁… Ⅲ.物理学—高等学校—教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第113346号

出版发行：西北工业大学出版社

通信地址：西安市友谊西路127号 **邮编**：710072

电　　话：(029)88493844 88491147

网　　址：www.nwpup.com

印 刷 者：宏达印务有限公司

开　　本：787mm×1 092mm 1/16

印　　张：15.25

字　　数：390千字

版　　次：2007年7月第1版 2007年7月第1次印刷

定　　价：22.00元

前　言

本书是在总结多年教学实践和教学改革经验的基础上，根据《高等院校普通物理教学大纲》，参照《高等院校普通物理课程教学基本要求》，结合一般理工科院校专业的特点和实际情况编写而成的。

以物理学基础知识为内容的大学物理课程，所包含的经典物理学、近代物理学和物理学在科学技术上应用的初步知识等都是高素质人才所必备的，是学习掌握其他自然科学和工程技术的基础。除此之外，物理学还有一个越来越重要的作用，就是帮助学生建立科学的世界观、宇宙观，进行科学能力和科学方法的训练。

本书主要内容包括：绪论、力学、热学、电磁学、光学、原子原子核、物理方法和附录等。考虑到目前许多高等院校的教学现状，本书在编排上突出了以下特点：

1. 在内容编排和选材上，既考虑到基本物理理论及内容的选择，同时又增加了一些实用的内容。注意起点低、终点高，由浅入深，通过教材内容、思考题和习题，使学生能够较为容易地掌握所学知识，并为今后的学习提供了一定的知识基础。

2. 特别注重物理方法的引导和总结，力求使学生通过学习本教材，不但掌握相应知识，而且掌握相关方法，为今后的学习和实践提供较好的指导。

3. 书中特别增加了流体力学基础、激光技术原理等内容，可作为相关专业的选讲内容，也可供学生自学。

4. 为方便开展双语教学，教材中还对部分物理名词进行了英文注释。

本书由刘栓江、梁为民主编，并负责全书统稿。各参编作者分工如下：刘栓江编写绪论、第一章、第二章、第三章，计约 5.6 万字；梁为民编写第八章、第九章、第十一章，计约 5.3 万字；崔亚量编写第四章、第十章，计约 5.3 万字；刘伟编写第十五章、第十八章，计约 5.3 万字；刘振东编写第十二章、第十三章、第十四章，计约 5.6 万字；牛玉强编写第五章、第六章、第七章，计约 6.1 万字；牛兴平编写第十六章、第十七章，计约 3.5 万字。

限于作者水平有限、教学经验不足，书中难免会有疏漏，诚恳希望读者批评指正。

编　者

2007 年 4 月

目　录

绪 论

从有文字记载的人类思想史的最初篇章开始，人们便一直在寻找各种途径，谋求对已知的纷繁的事件加以整理，赋予某种秩序。自然科学就是这种谋求秩序的做法之一，并在近几个世纪形成了系统的研究方法。这些方法包括观察的技术、推理和预言的法则，设计实验的思想以及交流实验结果和理论结果的途径等，所有这些都称为科学方法。

物理学是重要的自然科学分支之一。物理学研究宇宙间物质存在的各种主要的基本形式，它们的性质、运动和转化以及内部结构，从而认识这些结构的组元及其相互作用、运动和转化的基本规律，物理学的各分支学科是按物质存在形式和运动形式的不同划分的。客观世界是一个内部存在着普遍联系的统一体。物理学家试图寻找一切物理现象的基本规律，从而系统地理解各种物理现象。

经典力学研究宏观物体的低速机械运动的现象和规律。宏观是相对于原子等微观粒子而言的，低速是相对于光速而言的。热学研究热的产生和传导，研究物质处于热状态下的性质和这些性质如何随着热状态的变化而变化。经典电磁学研究宏观电磁现象和客观物体的电磁性质。光学研究光的性质及其和物质的各种相互作用，光是电磁波。

对于高速运动现象的研究建立了狭义相对论，对于原子内部运动状态的研究，导致了量子力学的诞生。原子和原子核物理的研究不仅成功地解释了元素周期性、化学键等重大课题，而且对原子及原子核的性质、内部结构、内部受激状态、衰变过程、裂变过程以及它们之间的反应过程等有了较深入的认识。

物理学是精密科学。物理现象的有序性和规律性是以一定的原理、定律和定理来反映的，而物理原理、定律和定理则表征了该物理现象中若干物理量之间的关系。而物理量之间的关系则是用数学运算来表示的。从数学角度而言，物理量大致可分成标量和矢量两种。标量计算遵从代数运算法则。矢量运算遵从平行四边形法则。

物理学实验都是可以重复和再现的。物理学的定律和理论都是以实验观测结果为依据，然后又被实验所验证。引入或定义物理量必须做到两点：一是规定一种测定这个物理量的方法或标准，二是给它规定一种度量的单位。目前国际上已选定了七个物理量作为基本量，规定了它们的测量方法和单位。这些量是质量、长度、时间、电流、热力学温度、光强度和物质的量，在此基础上建立了国际单位制(SI)。物理学中的其他量的单位，都是基本单位的导出单位。

面对比较复杂的现象或过程，为了分析方便，抓住主要矛盾，物理学常常采用理想模型进行简化。通过对模型的分析，从中得到现象或过程的基本规律。然后，将所得的规律再回到实验中去，使其与实验结果相比较，观察其正确程度，并进行必要的修正。如质点、刚体、理想气体、光线、点电荷等都是成功的理想模型。

由于物理学所研究的物质运动普遍地存在于复杂运动形态之中，是深刻认识复杂运动的起点或途径，因而物理学也成为自然科学和技术科学中多个学科的理论基础或支柱。同时，由

于物理学与自然科学中的其他领域和技术越来越广泛地结合，从而促成了一个又一个新兴学科的出现。物理学以其特有的方式推动着人类社会的发展。

学习物理学必须正确理解物理理论和概念，掌握现象和过程的物理图像，弄清定律和定理的条件、适用范围和应用方法。物理课程的学习，可以使学生的科学实验能力、计算能力和抽象思维能力等方面得到严格训练，从而能提高提出问题、分析问题和解决问题的能力。

第一章　质点运动学

本章作为力学的第一章，给出了描述物体运动的前提和方法。介绍了参考系、坐标系、质点等重要概念；定义了位移、速度、加速度等表示物体运动状态的物理量；并具体分析了几种常见的运动形式。

第一节　参考系与质点

物体的运动都是相对于一定参照物的运动。

一、参考系

确定物体的位置需要参考物，描述物体位置的变化也需要参考物。这种为描述物体的位置及其运动而选定的物体（或物体组）叫做**参考系**(frame reference)。

在描述物体的运动之前要首先确定参考系。被选做参考系的物体，是观察者认为“静止”的物体，是观察者的观察角度或立足之处。同一物体的运动，因选择的参考系不同，观察的结果也不同。如观察无风天雨滴的运动，以地球为参考系（站在地面上观察），雨滴竖直向下运动；以行进的车辆为参考系（站在行进的车上观察），雨滴倾斜向后运动。

要想定量描述物体的运动，仅有参考系是不够的，还需要在参考系上建立适当的坐标系(system of coordinates)。在坐标系中，物体的位置由坐标定量地确定。常用的坐标系有直角坐标系，极坐标系，球坐标系等等。具体描述物体的运动规律时，可根据具体情况选择坐标系形式。坐标系选择的不同，仅影响到描述物体运动所用的参数，对物体的运动性质及规律无任何影响。不过坐标系选择的适当，可以简化计算，便于描述。由于坐标系是固定于参考系上的，因此坐标系实质是参考系的数学抽象。

二、质点

实际物体的运动往往是复杂的，影响运动的因素也是很多的。但是，在这诸多因素中，有些对物体的运动起着主要的、决定的作用，有些则是次要的、微不足道的。我们在处理实际问题时，如果将所有因素不加区分地统统考虑，就难以把握问题的实质，甚至使问题变得不可解。因此，在研究实际物体的运动时，要分清问题中的主要因素、次要因素，根据问题性质，忽略一些次要因素，将研究对象简单化、理想化、抽象化。经过这样处理的研究对象称做**物理模型**。

质点是力学中一个极为重要的物理模型。研究物体运动时，如果物体的大小、形状可以忽略，同时，所研究的问题又不涉及物体的转动与形变，这种情况下，我们就可以用一个没有大小、没有形状的“点”来代替实际物体。在物体的机械运动中，由于质量起着很重要的作用，因此我们使这个“点”保留有质量。这就是**质点**(particle)。

一个物体能否被抽象为质点，首先要根据所研究问题的性质而定。研究地球绕太阳的公转时，可以将地球看成质点；研究地球自转时，就不能把它看成质点了，因为点是谈不上自转的。

另外，物体能否被看成质点，还要看问题要求的精确度。将实际物体抽象为质点，等于忽略了许多因素对物体运动的影响，这必然会带来理论与实际的误差，如果这一误差导致计算结果不满足问题要求的精确度，就不能使用质点模型了。这时，可以根据问题需要，选择新的物理模型。

第二节　质点运动的描述

选定参考系，并相应建立坐标系之后，就可以在坐标系中对质点的运动作定量描述了。

一、质点的运动学方程

如图 1-1 所示，选择某物为参考系，并在参考系上建立坐标系 $O\text{-}xyz$。设质点位于空间的 P 点上，则 P 点的位置可用坐标 x、y、z 表示，即 $P(x,y,z)$。除此之外，力学中还常采用矢量表示法，P 点的位置由自坐标原点 O 至 P 点所引的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示（见图 1-1）。矢量的大小等于 P 点和坐标原点间的距离 r，方向由 O 指向 P。这个矢量称为质点的**位置矢量**（position vector），简称**位矢**或**矢径**。描写质点的空间位置，用坐标和用位置矢量是一致的，由图 1-1 可以看出，坐标 x、y、z 是矢量 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标系三个坐标轴上的投影。因此，在直角坐标系中位置矢量的正交分解式为

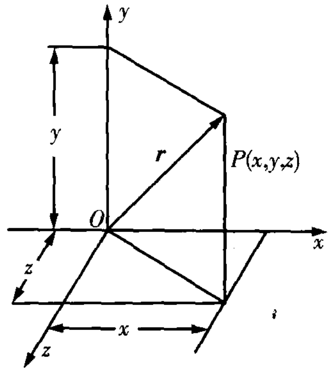

图 1-1　空间直角坐标系

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 x、y、z 轴方向的单位矢量。位置矢量的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

它表明了质点距坐标原点的距离。质点相对原点的方位，用位置矢量的方向余弦表示。它们分别是

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\quad \cos\beta = \frac{y}{r},\quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1-3}$$

α、β、γ 分别为 $\boldsymbol{r}$ 与 x、y、z 坐标轴的夹角。$\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 之间有如下关系：

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \tag{1-4}$$

质点运动时，它的位置不断地随时间变化，因此它的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-5}$$

式(1-5) 称为质点的运动学方程（kinematical equation）。在直角坐标系中，运动学方程的正交分解式为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-6}$$

质点的运动学方程，描述了质点的运动规律。根据它可求得质点在任意时刻的位置及运动状态。

因为质点的位置还可以用坐标表示，所以它的运动学方程还有下面的标量形式

$$x = x(t),\quad y = y(t),\quad z = z(t) \tag{1-7}$$

质点运动时描出的轨迹称为质点的运动**轨迹**。在坐标系中它是质点位置矢量的矢端画出的曲线。式(1-7) 是以时间 t 为参数的质点轨迹的参数方程，消去参数，便可得出质点的轨迹方程。例如，当质点在平面上运动时，其运动学方程的标量形式为

$$x = x(t), \quad y = y(t)$$

消去参数 t，得到轨迹方程为

$$y = y(x) \tag{1-8}$$

二、位移和路程

质点运动时，其位置矢量随时间不断变化。为表示质点位置的变化情况，我们定义一个新的物理量——位移矢量。如图 1-2 所示，质点沿某曲线运动。t 时刻位于 A 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}(t)$；经过 Δt 时间，质点运动到 B 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，定义：由始点 A 到终点 B 的有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 叫做质点在这一运动过程中的**位移矢量**(displacement)，简称位移。由图 1-2 可以看出，质点在某一运动过程中的位移等于它在该过程中位置矢量的增量，记作 $\Delta \boldsymbol{r}$。即

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t) \tag{1-9}$$

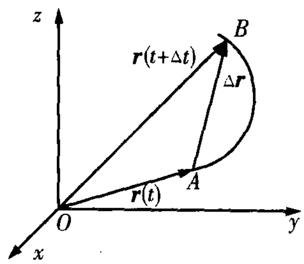

图 1-2　位移

在直角坐标系中位置矢量可用正交分解式表示：

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-10}$$

$$\boldsymbol{r}(t+\Delta t) = x(t+\Delta t)\boldsymbol{i} + y(t+\Delta t)\boldsymbol{j} + z(t+\Delta t)\boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

由式(1-9)、(1-10) 和(1-11) 可得到质点的位移为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k} \tag{1-12}$$

其中，Δx、Δy、Δz 是位移矢量在 x、y、z 轴上的投影，它们分别为

$$\left.\begin{aligned} \Delta x &= x(t+\Delta t) - x(t) \\ \Delta y &= y(t+\Delta t) - y(t) \\ \Delta z &= z(t+\Delta t) - z(t) \end{aligned}\right\} \tag{1-13}$$

三、速度和速率

1. 平均速度和平均速率

在图 1-2 中，质点在 Δt 时间内的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$，定义质点位移 $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$ 与发生这一位移的时间间隔 Δt 之比为质点在这段时间内的**平均速度**，记作 $\bar{\boldsymbol{v}}$。即

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} \tag{1-14}$$

由式(1-14)可以看出，平均速度是一矢量，它的方向与位移矢量 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同。它描述了质点在 Δt 的时间内位置变化的方向及平均快慢程度。

为了描述质点沿轨迹运动的快慢程度，我们还定义了另外一个物理量——平均速率。把质点经过的路程 Δs 与所用时间 Δt 比值定义为质点在时间 Δt 内的平均速率。

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-15}$$

因为路程是标量，所以平均速率也是标量。平均速率和平均速度是两个不同的概念。一般情况下，因为 $\Delta s \neq |\Delta \boldsymbol{r}|$，所以平均速率和平均速度的绝对值也不相等。平均速度和平均速率的单位相同，在国际单位中为米 / 秒($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)。

2. 瞬时速度与瞬时速率

平均速度与所取时间间隔有关，时间间隔越短，平均速度越能真实反映质点在相应时间内

的运动快慢。因此，我们定义质点在 t 时刻的瞬时速度：它等于 t 至 $t+\Delta t$ 时间内平均速度 $\Delta \boldsymbol{r}/\Delta t$ 当 $\Delta t \to 0$ 时的极限，记作$\boldsymbol{v}$。即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-16}$$

由上述定义可以看出，质点的瞬时速度等于位置矢量对时间的一阶导数，即

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-17}$$

我们通常所说的质点运动速度，就是指它的瞬时速度。瞬时速度是矢量，在直角坐标系中它可以用正交分解式表示

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1-18}$$

由式(1-17)可得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-19}$$

对比式(1-18)与(1-19)，可得

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-20}$$

式(1-20)表明，瞬时速度在坐标轴上的投影等于相应位置坐标对时间的一阶导数。

瞬时速度是一矢量，它的方向用方向余弦表示：

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v}, \quad \cos\beta = \frac{v_y}{v}, \quad \cos\gamma = \frac{v_z}{v} \tag{1-21}$$

由定义式(1-16)可以看出，瞬时速度的方向是当 Δt 趋于零时，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向。如图 1-3 所示，质点沿曲线运动时，在 Δt 时间内，质点由 A 点运动到 B 点，位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$。当所取时间间隔 Δt 逐渐缩小时，B 点逐渐向 A 点靠进，图中依次用 B'、B'' 表示。与此同时，位移相应的减小为 $\Delta \boldsymbol{r}'$、$\Delta \boldsymbol{r}''$。当 Δt 趋近于零时，位移的方向趋近于曲线在 A 点的切线方向。因此，质点沿曲线运动时，其瞬时速度的方向沿质点所在位置曲线的切线，指向质点的前进方向。瞬时速度的大小等于

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1-22}$$

瞬时速度的大小称做瞬时速率。由瞬时速度的定义可得

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} \tag{1-23}$$

瞬时速度和瞬时速率的单位相同，在国际单位制中为米 / 秒($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)。

今后，在不致引起混淆的地方，将瞬时速度简称速度(velocity)，瞬时速率简称速率(speed)。

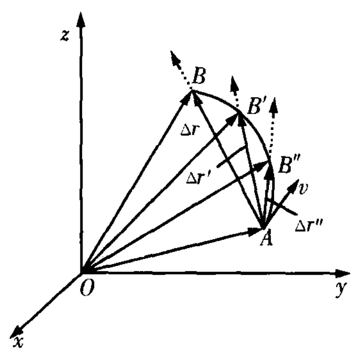

图 1-3 瞬时速度

四、平均加速度和瞬时加速度

质点运动时，速度的大小和方向都可能发生变化，为描述速度随时间的变化情况，我们引入平均加速度和瞬时加速度的概念。

1. 平均加速度

如图 1-4(a) 所示，设 t 时刻质点位于 A 点，速度为$\boldsymbol{v}(t)$，经 Δt 时间后，它运动到 B 点，速度

变为$\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$。$\Delta t$时间内质点的速度增量$\Delta \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$，见图1-4(b)。我们将速度增量$\Delta \boldsymbol{v}$与发生这一增量所用的时间$\Delta t$之比$\Delta \boldsymbol{v}/\Delta t$定义为这段时间内的**平均加速度**，记做$\overline{\boldsymbol{a}}$，即

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-24}$$

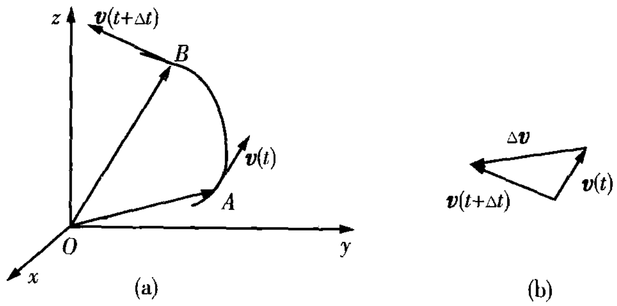

图1-4　加速度

平均加速度是矢量，它的方向与Δt时间内速度增量$\Delta \boldsymbol{v}$的方向相同。平均加速度反映了一段时间内质点速度的变化方向和变化的平均快慢程度。

2. 瞬时加速度

为了描述质点在某一时刻速度的变化情况，还需定义瞬时加速度。质点在t到$t+\Delta t$时间内的平均加速度$\overline{\boldsymbol{a}}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$当时间间隔$\Delta t$趋于零时的极限值叫做$t$时刻的瞬时加速度，记作$\boldsymbol{a}$。即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1-25}$$

式(1-25)表明，瞬时加速度等于速度矢量对时间的一阶导数。根据式(1-17)，速度矢量是位置矢量对时间的一阶导数，因此瞬时加速度又等于位置矢量对时间的二阶导数。即

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-26}$$

瞬时加速度是矢量，在直角坐标系中它可以表示为

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-27}$$

其中

$$\begin{aligned} a_x&=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\\ a_y&=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\\ a_z&=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \end{aligned} \tag{1-28}$$

瞬时加速度在坐标轴上的投影等于相应位置坐标对时间的二阶导数。

表示瞬时加速度方向的方向余弦为

$$\cos\alpha=\frac{a_x}{a},\quad \cos\beta=\frac{a_y}{a},\quad \cos\gamma=\frac{a_z}{a} \tag{1-29}$$

由瞬时加速度的定义式(1-25)可以看出，它的方向是当Δt趋于零时速度增量$\Delta \boldsymbol{v}$的极限方向。

今后，在不致引起混淆的地方，将瞬时加速度简称加速度(acceleration)。

平均加速度和瞬时加速度的单位相同，在国际单位制中为米 / 秒^2($\mathrm{m \cdot s^{-2}}$)。

【例题 1-1】 已知某质点的运动学方程为 $\boldsymbol{r} = 5t\boldsymbol{i} + 15t^2\boldsymbol{j} - 10\boldsymbol{k}$（单位：m，s），求(1)$t_1 = 1\mathrm{s}$ 到 $t_2 = 2\mathrm{s}$ 时间内质点的位移；(2) 在 $t_1 = 1\mathrm{s}$ 时的速度和加速度。

【解】 根据定义得

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}\big|_{t=2} - \boldsymbol{r}\big|_{t=1} = (10-5)\boldsymbol{i} + (60-15)\boldsymbol{j} + [(-10)-(-10)]\boldsymbol{k} = 5\boldsymbol{i} + 45\boldsymbol{j}$$

根据速度的定义可以求出任意 t 时刻质点的速度矢量、加速度矢量为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 5\boldsymbol{i} + 30t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 30\boldsymbol{j}$$

将 $t = 1\mathrm{s}$ 代入，即可求出该时刻质点的速度、加速度

$$\boldsymbol{v} = 5\boldsymbol{i} + (30 \times 1)\boldsymbol{j} = 5\boldsymbol{i} + 30\boldsymbol{j}, \quad \boldsymbol{a} = 30\boldsymbol{j}$$

它们的大小为

$$v = \sqrt{5^2 + 30^2}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 30.41\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}, \quad a = 30\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

速度矢量的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{5}{30.41} = 0.164, \quad \cos\beta = \frac{30}{30.41} = 0.987, \quad \cos\gamma = \frac{0}{30.41} = 0$$

质点运动的加速度与时间无关，等于恒量，$a = 30\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$，方向沿 y 轴方向。

第三节　抛体运动

当质点的抛出速度不在竖直方向时，由于重力作用，忽略空气阻力，质点将在初速度与重力加速度决定的平面内作二维曲线运动。运动过程中它的加速度是恒定的，即重力加速度。由此可见，抛体运动(projectile motion) 的实质是匀变速运动，但由于质点初速度方向与加速度的方向不在同一直线上，因此它不是匀变速直线运动。根据 $\Delta\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 的定义及定积分的知识，在已知加速度及初始条件的情况下，就可以确定质点的运动规律，求出它的运动学方程。下面我们分步解决这一问题。

一、抛体的运动方程

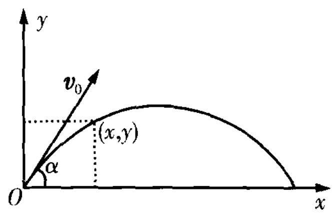

图 1-5　抛体运动

如图 1-5 所示，建立坐标系，取抛出点为坐标原点，x 轴在水平方向，y 轴竖直向上。设质点以初速$\boldsymbol{v}_0$ 抛出，$\boldsymbol{v}_0$ 的方向与 x 轴成 α 角，由以上条件可得，在坐标系中，$t = t_0 = 0$ 时的初始条件为

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0 \tag{1-30}$$

和

$$v_{0x} = v_0\cos\alpha, \quad v_{0y} = v_0\sin\alpha \tag{1-31}$$

加速度在两坐标轴上的投影为

$$a_x = 0, \quad a_y = -g \tag{1-32}$$

由式(1-31) 和(1-32)，利用定积分可分别求出速度矢量在 x、y 轴上的投影。

$$v_x = v_{0x} + \int_0^t a_x \mathrm{d}t = v_0\cos\alpha \tag{1-33}$$

$$v_y = v_{0y} + \int_0^t a_y \mathrm{d}t = v_0 \sin\alpha - gt \tag{1-34}$$

在已知速度矢量的基础上，利用积分可进一步求出质点的运动学方程。由式(1-33)和(1-34)，结合初始条件(1-30)得

$$x = x_0 + \int_0^t v_x \mathrm{d}t = (v_0 \cos\alpha)t \tag{1-35}$$

$$y = y_0 + \int_0^t v_y \mathrm{d}t = (v_0 \sin a)t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{1-36}$$

式(1-35)和(1-36)为质点运动学方程的标量形式。由此可得质点运动学方程的正交分解式为

$$\boldsymbol{r} = (v_0 \cos\alpha)t\boldsymbol{i} + \left[(v_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2\right]\boldsymbol{j} \tag{1-37}$$

由以上的计算过程及结果可以看出，铅直平面内的二维抛体运动可以看成是水平方向与竖直方向两个独立运动的合运动。水平方向由于不受力的作用，分运动为匀速直线运动；竖直方向上受到重力作用，分运动是加速度等于重力加速度的匀变速直线运动。这是通常所说的**运动叠加原理**的一个典型例子。

根据(1-37)式还可以得到质点运动学方程的另一种表示形式。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r} &= (v_0 \cos a)t\boldsymbol{i} + \left[(v_0 \sin a)t - \frac{1}{2}gt^2\right]\boldsymbol{j} \\ &= [(v_0 \cos a)t\boldsymbol{i} + (v_0 \sin a)t\boldsymbol{j}] + \frac{1}{2}(-g\boldsymbol{j})t^2]\end{aligned} \tag{1-38}$$

即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2 \tag{1-39}$$

根据(1-39)式，抛体运动又可看成是$\boldsymbol{v}_0$方向的匀速直线运动和竖直方向自由落体运动的合成。

二、抛体运动的轨道方程

由质点运动学方程的标量形式式(1-35)和(1-36)消去t，可求出质点的轨迹方程。

$$y = x\,\mathrm{tg}a - \frac{g}{2v_0^2\cos^2 a}x^2 \tag{1-40}$$

质点的轨迹为抛物线。

实际物体在空气中飞行时由于物体速度、形状、大小而造成的阻力，将使其轨道偏离抛物线而实为“弹道曲线”。

第四节　圆周运动

当质点作一般的曲线运动(curvilinear motion)时，虽然它的运动轨迹可以是各种形状，但是根据数学知识，过曲线上任意一点都能作一个曲率圆与曲线相切，相切点附近的一小段可以认为是曲率圆的一部分，因此，一般的曲线运动可以看成是由一系列半径不同的圆周运动(circular motion)组合而成的。所以，圆周运动是讨论一般曲线运动的基础。

一、圆周运动的加速度

如图1-6(a)，质点在半径为r的圆周上作变速圆周运动。t时刻质点位于A点，速度为$\boldsymbol{v}_A$；

经 Δt 的时间运动到 B 点，速度为 $\boldsymbol{v}_B$。Δt 时间内质点的速度增量为

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$$

如图 1-6(b)，在 $\triangle ACD$ 中作一辅助矢量 $\overrightarrow{CE}$，使 $AE = AC$。将 $\overrightarrow{CE}$、$\overrightarrow{ED}$ 分别记作 $\Delta \boldsymbol{v}_n$、$\Delta \boldsymbol{v}_\tau$，则

$$\Delta \boldsymbol{v} = \Delta \boldsymbol{v}_n + \Delta \boldsymbol{v}_\tau$$

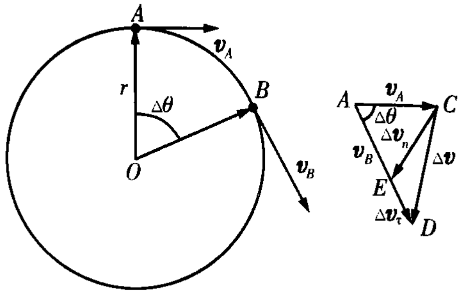

图 1-6　**变速圆周运动加速度**

根据定义，A 点的加速度为

$$\boldsymbol{a}_A = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}$$

式中，$\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_n}{\Delta t}$ 方向垂直于质点的运动轨迹，沿法线方向指向圆心；大小表示为

$$\frac{|\mathrm{d} \boldsymbol{v}_n|}{\mathrm{d}t} = \frac{v\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = v, \quad \omega = \frac{v^2}{r}$$

它描述了速度方向随时间的变化状况，称为**法向加速度**(normal acceleration)，记做 $\boldsymbol{a}_n$。

上式中 $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}$ 的大小为

$$\lim_{\Delta t \to 0} \left| \frac{\Delta \boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

方向沿轨道的切线方向，加速时与 $\boldsymbol{v}$ 相同，减速时与 $\boldsymbol{v}$ 相反，它描述了速度大小的变化，被称为**切向加速度**(tangentiai acceleration)，记做 $\boldsymbol{a}_\tau$。

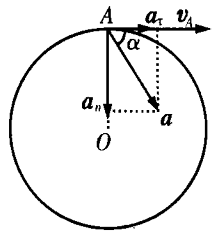

图 1-7　**切向加速度与法向加速度**

总结以上结论，质点作变速圆周运动时，它的加速度可分解为法向加速度和切向加速度(见图 1-7)，即

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_\tau, \quad a_n = \frac{v^2}{r}, \quad a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

法向加速度与切向加速度互相垂直，总加速度的大小为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

总加速度的方向通常用它和速度方向的正切表示，即

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a_n}{a_\tau}$$

二、一般曲线运动的加速度

一般的曲线运动可以看成是有一系列半径不同的圆周运动组合而成的。所以，圆周运动加速度的计算公式，也适用于一般的曲线运动。当质点在平面内沿某曲线运动时，由于它的速度的方向在不断改变，因此，在质点轨迹的法线方向上有法向加速度，它的方向指向曲线凹侧。如果质点的运动速率也在改变，那么在它轨迹的切线方向上还有切向加速度。法向加速度与切向加速度的计算公式为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \tag{1-41}$$

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1-42}$$

ρ 为质点所在处轨迹曲率圆的曲率半径，它表示了曲线弯曲程度。一般情况下，曲线各点的曲