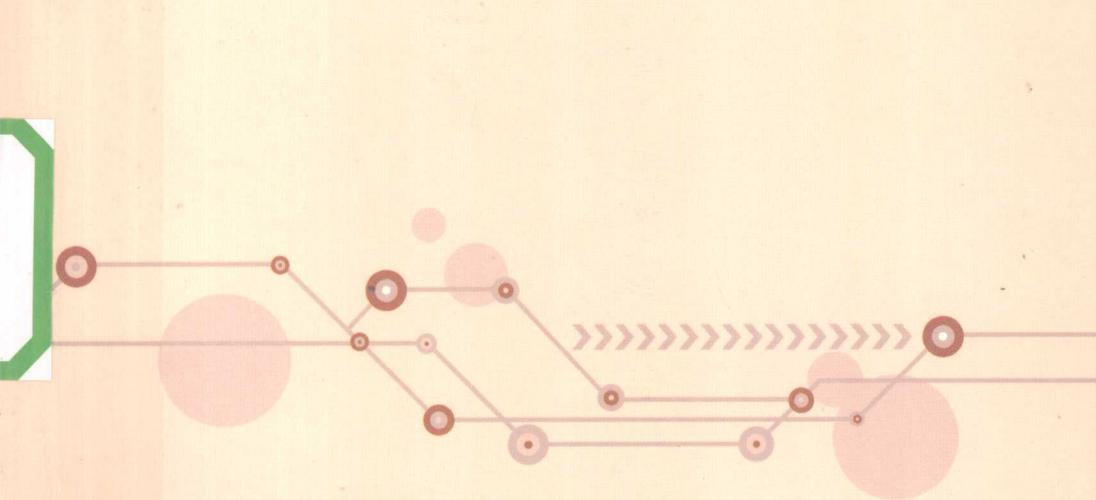


上海大学教材建设专项经费资助

# 简明运筹学

# JIANMING YUNCHOUXUE

姚奕荣 韩伯顺 崔洪泉 郑 权 编著



上海大学出版社

向阳建议：以项目形式资助我校各系部工科和理科各系本  
科基础课项目，由教务处组织申报，由各系推荐项目，高  
等学校教学委员会组织评审，择优立项，奖励优秀成果。在研  
究项目中，对有重大意义的项目，由教务处组织有关专家进  
行评估，根据评估结果给予适当的奖励。

（原校长兼教务长孙维良）

# 简明运筹学

JIANMING YUNCHOUXUE >>>>>>>>>>

姚奕荣 韩伯顺 崔洪泉 郑权 编著



（原副校长、总会计师、孙奕民、朱文林）

上海大学出版社

## 内 容 提 要

本书系统地讲述了运筹学中线性规划、非线性规划、总极值问题、动态规划、存储论、决策论、对策论、Matlab 最优化工具箱等基本概念、理论、方法和模型，且专门介绍了有广泛应用前景的运筹学问题的积分型总极值算法和物流配送问题的实例，还介绍了Excel电子表格求解方法在运输问题和动态规划问题中的应用，各章后附有习题供读者练习使用。

本书可作为高等院校经济管理类和理工类其他专业本科生的教材，也可作为工程技术人员、经济管理干部学习参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

简明运筹学/姚奕荣等编著. —上海：上海大学出版社，2010.3

ISBN 978 - 7 - 81118 - 589 - 8

I. ①简… II. ①姚… III. ①运筹学—高等学校—教材  
IV. ①022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 032137 号

责任编辑 沈美芳 王悦生 封面设计 柯国富

## 简明运筹学

姚奕荣 韩伯顺 崔洪泉 郑 权 编著

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路 99 号 邮政编码 200444)

(<http://www.shangdapress.com> 发行热线 66135110)

出版人：姚铁军

\*

上海江杨印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 890 × 1240 1/32 印张 8.25 字数 206 000

2010 年 3 月第 1 版 2010 年 3 月第 1 次印刷

印数：1 ~ 3100

ISBN 978 - 7 - 81118 - 589 - 8 / O · 049 定价：25.00 元

# 前　　言

运筹学是从 20 世纪三四十年代发展起来的一门新兴学科，它的研究对象是人类对各种资源的运用及筹划活动，它的研究目的在于了解和发现这种运用及筹划活动的基本规律，以便发挥有限资源的最大效益，来达到总体、全局最优的目标。运筹学已成为经济管理类专业普遍开设的一门重要基础课，目前已经出版了许多种的运筹学教材，这些教材在运筹学教学中起着重要的作用。为了适应新形势下教学的需要，针对大学生的特点，使教材更具有可操作性、实践性，并将运筹学的最新理论和应用成果及时充实到教材中去，进一步研究如何满足运筹学教学的需要，我们编写了本书。本书从内容上力求反映经济管理类专业学生的特点，内容相对简明，文字通俗精炼，主要满足经济管理专业本科层次，同时兼顾工程管理实际应用人员的使用。本教材主要特点是：专门编写了运筹学问题中的积分型总极值算法一章、线性规划运输问题中的物流配送方案设计与制作、运输问题和动态规划问题的 Excel 电子表格求解方法，以及 Matlab 最优化工具箱。本教材在编写过程中尽可能精选例题，深入浅出地讲解运筹学的基本概念、基本理论、算法和模型。

好的教材需要不断地反复修改提高,本教材自 2004 年起在上海大学本科生中试用,逐年修改,但由于编者水平有限,书中有不妥之处在所难免,恳求得到广大读者的宝贵意见和批评指正.

在本书的编写过程中,得到了上海大学数学系老师和学生的热情帮助,还得到了上海大学教材建设项目基金的资助和上海大学有关部门的大力支持,在此表示衷心地感谢.

编 者

上海大学理学院数学系

2009 年 12 月

# 目 录

<b>第一章 绪论 .....</b>	001
1.1 运筹学的性质 .....	001
1.2 现代运筹学发展简史 .....	003
1.3 运筹学主要分支简介 .....	005
<b>第二章 线性规划 .....</b>	009
2.1 线性规划及其数学模型 .....	009
2.1.1 产品品种问题 .....	011
2.1.2 合理配料问题 .....	012
2.2 图解法 .....	014
2.3 线性规划标准形式 .....	018
2.4 单纯形方法 .....	021
2.4.1 线性规划的基本概念和基本定理 .....	021
2.4.2 单纯形方法 .....	023
2.4.3 求初始基可行解 .....	030
2.5 线性规划的对偶性 .....	036
2.5.1 von Neumann 对称形式 .....	036
2.5.2 对偶对应规则 .....	037
2.5.3 例题：原-对偶和可行-不可行关系 .....	039
2.6 对偶原理 .....	040

2.6.1 弱对偶定理 .....	040
2.6.2 无界性与不可行性 .....	041
2.6.3 强对偶定理 .....	042
2.6.4 影子价格 .....	042
2.6.5 原/对偶问题的经济解释 .....	044
2.7 运输问题 .....	044
2.7.1 运输问题的数学模型 .....	044
2.7.2 运输问题数学模型的特点 .....	048
2.7.3 用于运输问题的单纯形方法(表格形式) .....	049
2.7.4 用 Excel 建立和求解运输问题 .....	060
2.7.5 物资配送问题实例简介 .....	061
习题 .....	067
<b>第三章 非线性规划 .....</b>	<b>073</b>
3.1 基本概念 .....	073
3.1.1 非线性规划的一般模型 .....	073
3.1.2 最优解与极小点 .....	075
3.1.3 梯度与 Hessian 矩阵 .....	075
3.2 有关最优化条件的几个结论 .....	077
3.2.1 一阶必要最优化条件 .....	077
3.2.2 二阶充分最优化条件 .....	077
3.3 非线性规划方法概述 .....	078
3.3.1 下降算法的构造想法 .....	078
3.3.2 可行下降方向 .....	078
3.3.3 收敛性与收敛速度 .....	079
3.4 基本优化方法 .....	079
3.4.1 一维最优化 .....	079
3.4.2 无约束问题的优化方法 .....	082

3.4.3 约束问题的优化方法 .....	085
习题 .....	087
<b>第四章 动态规划 .....</b>	<b>089</b>
4.1 动态规划的特征 .....	089
4.1.1 最短路径问题 .....	089
4.1.2 动态规划的特征 .....	092
4.1.3 动态规划的计算有效性 .....	093
4.2 生产—库存问题 .....	094
4.2.1 多阶段安排生产与库存计划模型 .....	094
4.2.2 生产与库存计划例题 .....	095
4.3 资源分配问题 .....	100
4.3.1 一般资源分配问题 .....	100
4.3.2 投资计划例题 .....	101
4.3.3 背包问题 .....	105
4.4 设备更新问题 .....	108
4.4.1 设备更新模型 .....	108
4.4.2 例题 .....	109
4.5 动态规划的基本方程 .....	112
4.5.1 基本定理 .....	112
4.5.2 基本公式 .....	113
4.5.3 非线性整数规划问题的求解实例 .....	115
4.6 动态规划问题的 Excel 求解方法 .....	118
4.6.1 用 Excel 求解背包问题 .....	118
4.6.2 用 Excel 求解投资计划问题 .....	119
4.6.3 用 Excel 求解生产与库存问题 .....	122
习题 .....	125

<b>第五章 总极值问题 .....</b>	128
5.1 问题的提出 例题 .....	128
5.1.1 局部极值和总体极值 .....	128
5.1.2 例题 .....	129
5.1.3 例子：经济平衡点的计算 .....	130
5.2 几种求单变量函数总极小值点的方法 .....	132
5.2.1 格点法 .....	132
5.2.2 非均匀格点(Evtushenko)法 .....	134
5.2.3 Piyavski-Shubert 法 .....	137
5.3 求凹函数总极小值的理论和方法 .....	139
5.3.1 下估计逼近 .....	139
5.3.2 分支定界法 .....	140
5.3.3 割平面法 .....	142
5.3.4 D. C. 规划 .....	143
习题 .....	145
<b>第六章 求函数总极小值的积分型理论和方法 .....</b>	147
6.1 总极小值的最优化条件和算法 .....	147
6.1.1 均值和方差最优化条件 .....	147
6.1.2 均值-方差算法 .....	149
6.2 积分型算法的 Monte-Carlo 实现 .....	151
6.2.1 简单模型 .....	151
6.2.2 区域变动策略 .....	154
6.3 丰满函数在丰满约束集上的总极值 .....	156
6.3.1 不连续罚函数与有约束问题的罚函数 方法 .....	160
6.3.2 整数规划和混合规划 .....	165
6.4 应用实例 .....	166

6.4.1 微波阶梯阻抗变换器的最优设计 .....	166
6.4.2 光学薄膜自动设计 .....	169
6.5 积分型总极值方法的计算机实现 .....	171
6.5.1 MATLAB 编程 .....	172
6.5.2 软件 INTGLOB 数值例题 .....	181
习题 .....	182
<b>第七章 存储论 .....</b>	<b>185</b>
7.1 引言 .....	185
7.1.1 问题的引入 .....	185
7.1.2 典型的存储系统 .....	185
7.2 存储的基本概念 .....	186
7.2.1 存储状态图 .....	186
7.2.2 费用函数 .....	187
7.2.3 经济批量算式 .....	187
7.3 确定性存储模型 .....	188
7.3.1 模型一：进货能力无限，不允许缺货 .....	188
7.3.2 模型二：进货能力有限，不允许缺货 .....	191
7.3.3 模型三：进货能力无限，允许缺货 .....	194
7.4 多阶段存储模型 .....	197
习题 .....	201
<b>第八章 决策论 .....</b>	<b>203</b>
8.1 引言 .....	203
8.1.1 决策问题的提出 .....	203
8.1.2 决策分类 .....	205
8.2 确定型决策问题 .....	206
8.2.1 确定型决策 .....	206

8.2.2 确定型决策方法 .....	206
8.3 不确定型决策问题 .....	207
8.3.1 不确定型决策 .....	207
8.3.2 悲观准则 .....	208
8.3.3 乐观准则 .....	209
8.3.4 等可能性准则 .....	210
8.3.5 折中准则 .....	211
8.3.6 最小最大后悔准则 .....	212
8.4 风险型决策问题 .....	213
8.4.1 风险型决策 .....	213
8.4.2 最大可能准则 .....	214
8.4.3 期望值准则 .....	214
8.4.4 决策树准则 .....	215
习题 .....	217
<b>第九章 对策论 .....</b>	<b>220</b>
9.1 对策问题 .....	220
9.1.1 对策论例题 .....	220
9.1.2 局中人 局中人的策略集合 支付函数 .....	221
9.1.3 对策问题 .....	222
9.2 矩阵对策 .....	224
9.2.1 二人零和对策 矩阵对策 .....	224
9.2.2 对策的值 平衡解 .....	225
9.2.3 纯策略 混合策略 .....	228
9.3 矩阵对策和线性规划 .....	231
9.3.1 化矩阵对策问题为线性规划问题 .....	231
9.3.2 混合平衡解的存在性 .....	232
9.3.3 矩阵对策问题的线性规划解法 .....	232

9.3.4 例题 .....	233
9.4 多人非零和对策 .....	236
9.4.1 非零和对策 .....	236
9.4.2 多人非零和非合作对策 Nash 平衡解 .....	237
习题 .....	237
<b>第十章 Matlab 最优化工具箱 .....</b>	<b>239</b>
10.1 Dantzig-Thapa 软件 .....	239
10.2 用 MATLAB 求解线性规划问题 .....	240
10.3 用 MATLAB 求解无约束最优化问题 .....	242
10.4 用 MATLAB 求解有约束最优化问题 .....	245
习题 .....	247
( .....	
<b>参考文献 .....</b>	<b>249</b>

# 第一章 絮 论

## 1.1 运筹学的性质

运筹学是从 20 世纪三四十年代发展起来的一门新兴学科, 它的研究对象是人类对各种资源的运用及筹划活动, 它的研究目的在于了解和发现这种运用及筹划活动的基本规律, 以便发挥有限资源的最大效益, 来达到总体、全局最优的目标. 这里所说的“资源”是广义的, 既包括物质材料, 也包括人力配备; 既包括技术装备, 也包括社会结构.

强调研究过程的完整性是运筹学研究的一个重要特点, 从问题的形成开始, 到构造模型、提出解决方案、进行检验、建立控制, 直至付诸实施为止的所有环节构成了运筹学研究的全过程. 因此, 它涉及的不仅是方法论, 而且与社会、政治、经济、军事、科学技术各领域都有密切的关系.

运筹学研究的另一特点是强调理论与实践的结合, 这在运筹学的创建时期就已经表现出来, 不论是武器系统的有效使用问题, 还是生产组织问题或电话、电信问题, 都是与当时的社会实践密切联系的, 在解决这些实际问题的同时, 运筹学逐渐形成了完整的理论体系, 发展成为一门独立的科学学科. 在以后的各个历史阶段中, 它仍然遵循着这个基本方针. 因而, 在发展理论的同时, 也开展了大量的实践活动, 从而对社会的进步起到了积极的推动作用.

由于运筹学研究对象在客观世界中的普遍性, 再加上运筹学研

究本身所具有的上述基本特点,决定了运筹学应用的广泛性,它的应用范围遍及工农业生产、经济管理、科学技术、国防事业等各个方面,诸如生产布局、交通运输、能源开发、最优设计、经济决策、企业管理、都市建设、公用事业、农业规划、资源分配、军事对策等都是运筹学研究的典型问题。

从方法论来说,在运筹学的发展过程中已充分表现出多学科的交叉结合,物理学家、化学家、数学家、经济学家、工程师等联合组织成研究队伍,各自从不同学科的角度出发提出各自对实际问题的认识和见解,促使解决大型复杂现实问题的新途径、新方法、新理论更快地形成。因此,在运筹学的研究方法上自然显示出各学科研究方法的综合,其中特别值得注意的是数学方法、统计方法、逻辑方法、模拟方法等。应该指出,数学方法(或者说,构造数学模型的方法)是运筹学中最重要的方法,它对运筹学的重要性决不亚于它对力学、理论物理所起的作用。所以,从强调方法论,特别是数学方法论的观点而言,可以把运筹学中反映数学研究内容的那部分,看成运筹学与数学的交叉分支,称之为运筹数学,犹如生物数学、经济数学、数学物理等作为生物学、经济学、物理学等与数学的交叉分支而存在,但是,运筹学本身的独立学科性质是由它特定的研究对象所决定的,也正像生物学、经济学、力学、物理学等作为数学以外的独立学科那样毋庸置疑。

在各类经济活动中,经常遇到这样的问题,在生产条件不变的情况下,如何通过统筹安排,改进生产组织或计划,合理安排人力、物力资源,组织生产过程,使总的经济效益达到最大,这样的问题常常可以化成或近似地化成所谓的“线性规划”,通过数学方法获得解决。

基于运用筹划活动的不同类型,描述各种活动的不同模型逐渐建立,从而发展了各种理论,形成了不同分支。研究优化模型的规划论、研究排队(或服务)模型的排队论(或随机服务系统)及研究对策模型的对策论(或博弈论)是运筹学最早的重要分支,

人称运筹学早期的三大支柱。随着学科的发展，现在分支更细，名目更多，例如线性与整数规划、图与网络、组合优化、非线性规划、多目标规划、动态规划、随机规划、对策论、随机服务（排队论）、库存论、水库论、可靠性理论、决策分析、Markov 决策过程（或 Markov 决策规划）、搜索论、随机模拟、管理信息系统等基础学科分支，计算运筹学、工程技术运筹学、管理运筹学、工业运筹学、农业运筹学、交通运输运筹学、军事运筹学等交叉与应用学科分支都已先后形成。

## 1.2 现代运筹学发展简史

前面已经指出，现代运筹学作为一门独立的新兴学科，是从 20 世纪三四十年代才逐渐发展形成的。但是，奠定和构成它发展基础和雏形的早期先驱性工作，却可追溯到 20 世纪初叶，比如：1908 年丹麦电话工程师 Erlang 关于电话局中继线数目的话务理论的研究，是现代排队论研究的起源；随后英国的 Lanchester 关于战争中兵力部署的理论，是现代军事运筹最早提出的模型；20 年代美国的 Levinson 关于最优发货量的研究，可以说是对现代库存论和决策论发展的最初启示；而到 30 年代末前苏联的 Kantorovich 总结他研究工作而写成的小册子《生产组织与计划中的数学方法》，则已经是线性规划对工业生产问题的典型应用。

真正作为一门新兴学科的系统研究并予以正式命名的运筹学这段辉煌的创业史，是在第二次世界大战前后揭开的。20 世纪 30 年代中后期，英国为了正确地运用新发展的雷达系统来对付德国飞机的骚扰，在皇家空军中组织了一批科学家，进行新战术试验和战术效率评价的研究，并取得了满意的效果。他们把自己从事的这种工作命名为“Operational Research”（运筹学，或直译为作战研究）。之后，运筹学的研究在英国军队各个部门迅速扩展，并纷纷成立运

筹学小组。美国人很快注意到英国运筹学对作战指挥成功的运用，并在自己的军队中也逐渐建立起各种运筹学小组，美国人称这种工作为“Operations Research”或“Operations Analysis”（运筹学或运筹分析，或直译为作战研究或作战分析）。在第二次世界大战前后，这些军事运筹学小组的工作从雷达系统的运行开始，一直到战斗机群的拦截战术，空军作战战术评价，防止商船遭受敌方潜艇的攻击，改进深水炸弹投放的反潜艇战术等等，他们的工作对反法西斯战争的胜利起了积极的作用，他们也为运筹学这门新兴学科的萌芽和发展作出了不可磨灭的历史贡献。

第二次世界大战胜利后，美英各国运筹学的研究不但在军事部门继续予以保留，而且研究队伍还进一步得到扩大和发展，同时在政府和工业部门也开始推行运筹学方法，筹建运筹学小组。在这些军用或民用的运筹学研究中，得到了很多大学的支持，签订了不少协作研究的合同。大批专门从事研究的公司也逐渐成立，如著名的 RAND 公司就是在 1949 年成立的。到 20 世纪 50 年代末期，英美两国几乎所有工业部门都建立了相应的运筹学组织，从事运筹学的研究。各国运筹学会从 50 年代起也先后成立，1959 年由英、美、法三国运筹学会发起成立了国际运筹学会联合会(IFORS)，到 1992 年它已包括 41 个成员国(或地区)。

中国大规模开展运筹学活动是在 1958 年。在 1956 年中国科学院成立了运筹学研究小组，向全国推广运筹学，他们配合产业部门的生产需要，从经营、组织、管理方面来挖掘生产潜力，开始了广泛宣传和推广，在这个时期，我国运筹学应用取得了一些成果。如：在邮电方面，用来调整和组织城乡邮路网，划分投递路段，确定投递路线，合理组织邮政营业，安排包裹分拣生产过程，布置生产场地以及调运邮政空袋等；在市内电话方面，运筹学用来科学地组织装拆工作，组织话机查修机线和网路设计；在长途电话方面，用来搭配长途接续台的电路，安排班次，组织分发台的话单分发、传递以及记录台

和查询台的工作;在电报通信方面,用以组织来报投递,搭配电路,公电报底存放以及报房生产场地设计等;在农村电话方面,用来组织电话网的调整规划,……在争取以较少的资源消耗,提高通信质量等方面取得了有效的经济效果.

运筹学应用面很广,它几乎遍及所有门类.生物、医药、冶炼、建筑、交通运输、商业等部门在不同程度上推行了运筹学,取得了一定的经济效益.实践说明,运用运筹学的理论、方法去组织生产、管理企业,是能够发展生产力、提高经济效益的.随着企业现代化的发展,运筹学必将相应地得到更广泛的应用和发展,将会为社会主义企业发挥其积极的作用.

### 1.3 运筹学主要分支简介

运筹学按所解决问题性质的差别,将实际问题归结为不同类型的数学模型.这些不同类型的数学模型构成了运筹的各个分支.

#### 1. 线性规划(Linear Programming)

经营管理中如何有效地利用现有人力、物力完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力、物力去实现目标,这类统筹规划的问题用数学语言表达,先根据问题要达到的目标选取适当的变量,问题的目标通过用变量的函数形式表示(称为目标函数),对问题的限制条件用有关变量的等式或不等式表达(称为约束条件).当变量连续取值,且目标函数和约束条件均为线性时,称这类模型为线性规划模型.有关对线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支.线性规划建模相对简单,有通用算法和计算机软件,是运筹学中应用最为广泛的一个分支.用线性规划求解的典型问题有运输问题、生产计划问题、下料问题、混合配料问题等.有些规划问题的目标函数是非线性的,但往往可以采用分段线性化等手法,转化为线性规划问题.