普通高等教育“十一五”规划教材
21世纪大学数学创新教材

丛书主编 陈 化

数学史论约

郭熙汉 编著

科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育"十一五"规划教材
21世纪大学数学创新教材
丛书主编 陈 化

数学史论约

郭熙汉 编著

科学出版社
北京

版权所有，侵权必究

举报电话：010－64030229；010－64034315；13501151303

内 容 简 介

本书可作为“数学史”课程的教材，内容包括两部分：第一部分是引论，包括第1章和第2章，讲述关于数学史的研究对象、内容、方法，数学史与数学教育的关系以及数学史分期的一般知识；第二部分是分论，包括第3章至第9章，是关于与基础教育联系紧密的数学分支学科或某特别内容的简约专题论述。

本书适合普通高等院校数学类专业学生使用，也可供相关教师及研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学史论约/郭熙汉编著.—北京：科学出版社，2010.7
普通高等教育“十一五”规划教材．21世纪大学数学创新教材
ISBN 978－7－03－028320－7

Ⅰ.①数… Ⅱ.①郭… Ⅲ.①数学史－高等学校－教材 Ⅳ.①O11

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第137680号

责任编辑：冯桂层 安 凌／责任校对：王望容
责任印制：彭 超／封面设计：苏 波

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

武汉市新华印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年7月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2010年7月第一次印刷 印张：15
印数：1—3 000 字数：286 000

定价：26.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《21 世纪大学数学创新教材》丛书编委会

主　　编　陈　化

常务副主编　樊启斌

副 主 编　吴传生　何　穗　刘安平

编　　委　（按姓氏笔画为序）

王卫华　王展青　严国政　李　星

杨瑞琰　肖海军　罗文强　赵东方

黄樟灿　梅全雄　彭　放　彭斯俊

曾祥金　谢民育

丛 书 序

《21 世纪大学数学创新教材》为大学本科数学系列教材，大致划分为公共数学类、专业数学类两大块，创新是其主要特色和要求。经组编委员会审定，列选科学出版社普通高等教育“十一五”规划教材。

一、组编机构

《21 世纪大学数学创新教材》丛书由多所 985 和 211 大学联合组编：

丛书主编 陈 化

常务副主编 樊启斌

副 主 编 吴传生 何 穗 刘安平

丛书编委 （按姓氏笔画为序）

王卫华 王展青 严国政 李 星 杨瑞琰

肖海军 罗文强 赵东方 黄樟灿 梅全雄

彭 放 彭斯俊 曾祥金 谢民育

二、教材特色

创新是本套教材的主要特色和要求，具体要求如下：

先进。把握教改、课改动态和学科发展前沿，学科、课程的先进理念、知识和方法原则上都要写进教材或体现在教材结构及内容中。

知识与方法创新。重点教材、高层次教材，应体现知识、方法、结构、内容等方面的创新，有所建树，有所创造，有所贡献。

教学实践创新。教材适用，教师好教，学生好学，是教材的基本标准。应紧跟和引领教学实践，在教学方法、教材结构、知识组织、详略把握、内容安排上有独到之处。

继承与创新。创新须与继承相结合，是继承基础上的创新；创新需转变为参编者、授课者的思想和行为，避免文化冲突。

三、指导思想

遵循国家教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会关于课程教学的基本要求，力求教材体系完整，结构严谨，层次分明，深入浅出，循序渐进，阐述精炼，富有启发性，让学生打下坚实的理论基础。除上述一般性要求外，还应具备下列特点：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(1) 恰当融入现代数学的新思想、新观点、新结果，使学生有较新的学术视野。

(2) 体现现代数学创新思维，着力培养学生运用现代数学软件的能力，使教材真正成为基于现代数学软件的、将数学软件融合到具体教学内容中的现代精品教材。

(3) 在内容取舍、材料组织、叙述方式等方面具有较高水准和自身特色。

(4) 数学专业教材要求同步给出重要概念的英文词汇，章末列出中文小结，布置若干道(少量)英文习题，并要求学生用英文解答。章末列出习题和思考题，并列出可进一步深入阅读的文献。书末给出中英文对照名词索引。

(5) 公共数学教材具有概括性和简易性，注重强化学生的实验训练和实际动手能力，加强内容的实用性，注重案例分析，提高学生应用数学知识和数学方法解决实际问题的能力。

四、主编职责

从书组编委员会和出版社确定全套丛书的编写原则、指导思想和编写规范，在这一框架下，每本教材的主编对本书具有明确的责任：

1. 拟定指导思想

按照丛书的指导思想和特色要求，拟出编写本书的指导思想和编写说明。

2. 明确创新点

教改、课改动态，学科发展前沿，先进理念、知识和方法，如何引入教材；知识和内容创新闪光点及其编写方法；教学实践创新的具体操作；创新与继承的关系把握及其主客体融合。

3. 把握教材质量

质量是图书的生命，保持和发扬科学出版社“三高”、“三严”的传统特色，创出品牌；适用性是教材的生命力所在，应明确读者对象，篇幅要结合大部分学校对课程学时数的要求。

4. 掌握教材编写环节

(1) 把握教材编写人员水平，原则上要求博士、副教授以上，有多年课程教学经历，熟悉课程和学科领域的发展状况，有教材编写经验，有扎实的文字功底。

(2) 充分注意著作权问题，不侵犯他人著作权。

(3) 讨论、拟定教材提纲，并负责编写组的编写分工、协调与组织。

(4) 拟就内容简介、前言、目录、样章，统稿、定稿，确定交稿时间。

(5) 负责出版事宜，敦促编写组成员使用本教材，并优先选用本系列教材。

《21世纪大学数学创新教材》组编委员会

2009年6月

前　言

“数学史”课程是普通高等学校数学类专业，尤其是教师教育类专业的一门重要的选修课程；学生在学习了基础数学的主要基础课分析学、代数学、几何学以后，就可以选修本课程。

本课程的教学目的是使学生了解数学学科产生、发展的历史，包括其历史进程和一般规律；掌握数学史的分期标准、数学史的研究内容和数学史的研究方法；在掌握某种关于外国数学史和中国数学史的具体分期模式的基础上，了解若干与基础数学教育相关的数学史专题知识；认识到数学史与数学教育的重要关系，懂得运用数学史的资料及研究成果于数学教育和数学研究之中。

本书可作为数学史课程的教材，内容包括两部分：第一部分是引论，包括第1章和第2章，讲述关于数学史的研究对象、内容、方法，数学史与数学教育的关系以及数学史分期的一般知识；第二部分是分论，包括第3章至第9章，是关于与基础教育联系紧密的数学分支学科或某特别内容的简约专题论述。两部分合起来，称之为数学史论约。

本教材在使用中适合安排40学时左右。

由于水平所限，教材中疏漏之处在所难免，敬请广大读者和老师不吝赐教，以便再版时予以修正。

郭熙汉

2010年2月

目　录

第1章

绪　言

> 如果我们想要预见数学的未来,适当的途径是研究这门科学的历史和现状。
>
> ——[法] 庞加莱

1.1　什么是数学史

要回答什么是数学史这个问题,必须对数学史给出一个明确的界定;还要特别强调数学史的研究对象是什么,数学史的研究内容有哪些,数学史的研究方法有什么特点。

1.1.1　数学史的界定

数学史是研究数学学科产生和发展历史的学科,它是数学的一个分支,也是科学史的一个分支,还是数学科学和历史科学的交叉学科。由于数学学科的研究内容与自然科学及人文科学的许多领域都可以建立密切的联系,所以数学史不仅与数学学科自身的各个分支学科存在着直接的关联,而且数学史既涉及自然科学中的各个学科,又涉及人文科学中的各学科,这表明数学史具有多学科交叉与综合的特征。

1.1.2　数学史的研究对象

数学史的研究对象是数学学科产生和发展的历史。数学史的研究对象既不同于数学学科自身的研究对象,又不同于一般历史科学的研究对象。换句话说,研究数学史不仅要阐明数学学科产生和发展的历史进程,而且更要揭示数学学科产生和发展的一般规律。

所谓历史进程,是指数学学科自身的研究对象、内容结构和知识领域的发展过程;所谓一般规律,是指存在于纷繁、复杂、偶然的历史现象之间的客观联系和普遍规律。研究数学史的历史进程,就是要阐明数学学科是如何产生和发展的过程;研究数学史的一般规律,就是要揭示数学学科为何如此产生及发展的规律。

1.1.3 数学史的研究内容

围绕着数学史的研究对象，数学史的研究内容十分丰富，大致上可以从宏观和微观两方面来加以说明。

从宏观上讲，数学史的研究内容可以分为内史和外史两个方面。内史是从数学内在的学科因素的角度研究它们是如何促使数学学科的发展的；而外史是从数学外在的社会因素的角度研究它们对数学学科的发展产生了何等影响。

从微观上讲，数学史的研究内容可以分为许多课题，归纳起来大致有如下十大类：

(1) 数学史的研究方法论问题，即探讨数学史的研究方法以及研究数学史应该遵循的原则等。

(2) 数学学科通史研究，这是数学学科总的发展史的研究，通常是以历史编年为主线，再给出某种分期。

(3) 数学学科各分支的分科史研究，研究某分支学科是如何形成的以及在数学史上所产生的影响等。

(4) 数学学科在不同历史时期的断代史研究，研究在不同历史时期数学史发展的特征，着重研究不同的历史时期对数学学科发展的影响程度和规律。

(5) 比较数学史研究，对世界范围内的不同国家、地区和民族的数学史进行专门的研究，着重进行对比研究。

(6) 数学文化史研究，把数学学科放在人类文化的背景下，研究数学的文化现象，也就是研究社会文化对数学学科发展的制约以及数学学科对社会文化所产生的影响，包括数学学科与其他科学的相互关系。

(7) 数学思想、数学概念及数学方法的发展史研究，对典型的、代表数学学科发展主流的某种数学思想、数学概念和数学方法的产生和发展进行专门的研究。

(8) 数学教育、数学传播及数学应用的发展史研究，这个课题可以说是数学文化史研究的延伸，着重研究数学学科对社会进步所产生的影响。

(9) 数学家传记，著名数学家的传记就是一部内容丰富的数学断代史。

(10) 数学史文献学研究，即对散见于各种各样历史文物和历史文献中的有关数学史的资料进行收集、整理、分析和研究，使它们成为系统的、反映数学学科发展主流的文献，供学者们研究。

1.1.4 数学史的研究方法

数学史的研究方法本身就是数学史研究的一个重要课题，它既有一般意义的方法论问题研究，又有专门化的方法论问题的研究。这里主要强调的是数学史研

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

究方法的共性问题,或者说是研究数学史必须遵循的原则。这个原则可以归纳为五个方面:

(1) 以辩证唯物主义史学观为指导思想。数学史研究的对象属于历史学的范畴,无疑也是属于精神的范畴。由于物质因素对精神因素起着决定性作用,所以在数学史的研究中必须坚持以辩证唯物主义史学观为指导思想,否则我们的研究就可能陷于片面的、唯心主义的主观臆断之中,无法得到科学的结论。譬如,对于历史上东、西方数学学科产生、发展的差异,如果不以辩证唯物主义史学观为指导思想,那么就无法进行科学的研究。

(2) 把数学学科作为一个开放的系统,整体地、动态地研究它的历史进程。数学学科是人类科学的一部分,它与人类社会的政治、经济和文化的方方面面存在着千丝万缕的联系,它的产生和发展不仅会受到来自多方面各种各样和各种方式的影响,而且还会经受着时间磨砺。显然,封闭、孤立、片面和静止的研究方式是不可取的。

(3) 珍视史料,做好收集、考证、比较、分析工作。在史学研究中,珍视史料是毫无异议的。我们必须根据一定的研究目的,尽可能全面地、系统地、广泛地收集相关的第一手历史资料,并且认真做好科学的考证工作,通过分析和比较,去伪存真,获取反映数学学科产生和发展主流的史料,从而使之成为支持科学研究的论据。

(4) 注重创新,不断引进、借鉴、吸收、探索新思想、新观点、新模式、新方法指导数学史研究。正是因为数学史具有多学科交叉与综合的特征,随着科学技术日新月异的发展,无论在理论创新方面,还是在技术进步方面,都为数学史研究提供了有利条件,数学史研究方法既必须也有可能不断地推陈出新。

(5) 从全局或某个侧面揭示数学发展的历史进程和一般规律。数学史研究的课题可以各不相同,但是其根本目的在于还历史真面目,把握现代动态,启示未来发展。因此,数学史研究只能是从全局或某个侧面揭示数学发展的历史进程和一般规律。

1.2 数学史与数学教育

日本学者米山国藏在其著作《数学的精神、思想和方法》中,对他自己所教过的学生作了两方面的评价。一方面,“他们离开学校之后,如果没有机会应用,不到两年时间就会把所学的数学知识几乎全部忘掉。”另一方面,“不管他们从事什么业务工作,唯有深深地铭刻于脑际的数学的精神、数学的思维方法、研究方法、推理方法以及着眼点,却随时随地发生作用,并使他们终生受益。”并且,米山国藏还特别强调,这样的教育是“最高最好的教育”。

为什么会是这样呢？这里蕴含着关于数学的教育和教学问题。

19 世纪法国教育家孔德(A. Comte,1798～1857)说："由于个体知识的发生与历史上人类知识的发生是一致的，因而对孩子的教育必须是符合历史规律的教育。"

20 世纪德国数学家克莱因(F. Klein,1849～1925)说："科学的教学方法是用知识诱导人去做科学的思考，而不是一开头就叫人去碰冷漠的、经过科学洗练的系统。"

20 世纪法国数学家庞加莱(H. Poincare,1854～1912)说："教育工作者的任务就是，让孩子的思维经历其祖先之所经历，迅速通过某些阶段但不是跳过任何阶段。鉴于此，科学史应该是我们的指南。"

鉴于以上大家们的观点，我们不妨来探讨数学史在数学教育中的指南作用。

我们已经知道，数学史是一门学科，它以数学学科产生、发展的历史作为研究对象，阐明其历史进程，揭示其一般规律；它是数学的一个分支，又是科学史的一个分支。数学教育是一项有目的、有计划和有组织的社会实践活动，它以传授数学知识和培养数学人才为宗旨，以促进社会进步、促进科学技术以及数学科学的发展为目标，它是整个社会教育的一部分。

数学教育学的理论和数学史知识共同显示：学生学习和掌握数学知识的过程，与数学知识自身产生和发展的过程是一致的。前者是后者快速、集中的再现。从数学教育的教学目的、教学原则、教学方法和思维方法四个方面都能体现，数学教育应该遵循数学史发展的规律。

1.2.1 教学目的

在教学目的中，传授知识与发展能力是不可忽视的。

所谓知识，广义地理解为人类在改造世界的实践中所获得的认识和经验的总和。在教学中向学生传授的知识属于其中，学生接受这些知识有一个形成认知能力和识别能力的过程，这个过程通常表现为由不知到知，由知少到知多，由知其然到知其所以然。

通过直接引用原始的、生动的、体现知识系统产生、发展过程的数学史料，把学生带到发现、创立这些知识的过程之中，从而可以为优化上述形成认知能力和识别能力的过程创造有益的外部条件。

【例 1-1】 关于欧拉公式。

若 P 为满足下列条件的多面体：

(1) P 的任何两个顶点可以用一串棱相连；

(2) P 上任何由直线段(不一定是 P 的棱)构成的圈，使 P 分成两片；则对于 P 有 $v-e+f=2$，其中 v 为顶点数，e 为棱数，f 为面数。

证明　由(1) P 的全体顶点与棱构成一个图，不难证明在任何图中可以找到含有全体顶点的树形子图。可选择一个树形 T，使它包含 P 某些棱以及 P 的全体顶点。

构作 T 的一种对偶Γ：对于 P 的每个面 A 上给出Γ的一个顶点 A'；Γ的两个顶点 A'，E'有一条棱相连，当且仅当它们相应的面 A，E 在 P 内有一条不属于 T 的棱公共。

Γ是连通的，否则，Γ的某两个顶点不能用Γ的一串棱相连，而必然被 T 内的一个圈分开。由 T 不含任何圈，故Γ必连通。

Γ是树，否则，Γ内有圈，则按(2)，这个圈把 P 分成两片，每一片含有 T 至少一个顶点，任何欲把 T 的分属两片的两个顶点相连的一串棱，必遇隔离圈，因此这一串棱不能全在 T 内，与 T 连通矛盾。

因 $v(T)-e(T)=1$，故 $v(\Gamma)-e(\Gamma)=1$，$v(T)-[e(T)+e(\Gamma)]+v(\Gamma)=2$，由于 $v(T)=v$，$e(T)+e(\Gamma)=e$，$v(\Gamma)=f$，所以 $v-e+f=2$，结论得证。

上述证明有两点得意之处：其一，比大多数对 P 的面数用归纳法精致；其二，给出了比欧拉公式更多的知识，稍进一步便可证明 P 是由两个盘沿它们的边界黏合而成，这是 P 的一个重要的拓扑性质。然而，学生反应如何？我们相信，学生面对着这个“冷漠的、经过科学洗练的”证明，而努力去联想凸多面体的形象，接受这个定理可能不存在太大的问题。但是，学生也许会为(1)、(2)两个条件踌躇。也就是说，完全接受这个定理还不能一次性到位。而数学史告诉我们，学生的踌躇也不是没有道理的。

事实上，欧拉公式并非一开始就有(1)、(2)两个条件，它经历了一段过程。

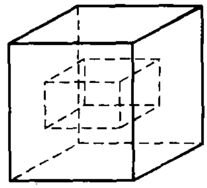
1750 年，欧拉(L. Euler，1707～1783)给哥德巴赫(C. Goldbach，1690～1764)的一封信提出 $v-e+f=2$ 时，对多面体没有任何限制，如图 1.1(a)所示。哥德巴赫回信指出，可以如图 1.1(b)所示。

$v-e+f=2$

(a)　　　　(b)

图 1.1

1813 年，鲁伊利尔(S. A. J. L'Huillier，1750～1840)才发现如图 1.2 所示的 $v-e+f=4$ 以及 $v-e+f=0$ 的情形。



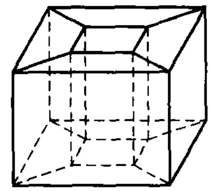


图 1.2

1847 年，冯・施陶特(K. G. C. von Staudt, 1798～1867)最后给出上述定理的表述，用(1)、(2)两个条件排除了鲁伊利尔所发现的 $v-e+f=4$ 以及 $v-e+f=0$ 的情形，而上述证明还是后人给出的。仅从欧拉到冯・施陶特，对这个问题的认识经历了近 100 年的时间。

由此可见，学生接受知识的过程与知识系统自身产生、发展的历史进程是何等相似。前者是在理性观念下进行，后者是在实践中探索；前者是后者快速、集中的再现，前者比后者有更完善、更抽象的特点；后者是前者的历史原形，比前者有更具体、更生动的优势，它更容易引起学生的兴趣，更能为人所接受，我们为何不充分利用后者呢？

所谓能力，一般理解为人们对某项任务胜任与否的主观条件。教学中所要发展的学生的能力表现为对所学知识能融会贯通，举一反三，运用自如。

遵循知识的演绎逻辑，指导学生反复训练，使其熟能生巧，从已有知识演绎出新知识固然有效。数学史中更多更引人入胜的是，由诸多平凡之见归纳出超越平凡的新知识。

上述欧拉公式(1)、(2)两个条件的产生就是很好的例证，我们看到上述证明是严格的演绎证明，而历史事实中却是生动的归纳探索。归纳的对象也许只是一些特例，但是其中的“思维方法、研究方法、推理方法以及着眼点”却无拘无束，正是在这无拘无束之中产生新知识的生长点。当然，我们并不是要引导学生去重复历史的曲折过程，而是借鉴历史启发学生的思维，从而调动学生的学习能动性，以发展学生的能力。

无论是传授知识，还是发展能力，数学教学都应该遵循数学知识系统产生、发展的历史进程和一般规律。可见，在实现教学目的方面，数学史能为数学教学提供裨益。

1.2.2 教学原则

在教学原则中有一条重要的原则：具体与抽象相结合。

数学的抽象性给数学教学带来不少困难。其一，由于概念抽象而枯燥，难以引

起学生的兴趣；其二，由于方法抽象而适应性广，难于掌握其本质。

数学教学中贯彻“具体与抽象相结合”的原则时，教师往往大量列举实例，让学生从中领悟出那些抽象知识的内容，如此之举无可厚非。不过，不能仅在概念的外延上徘徊，更应该在深入地揭示概念的内涵上下工夫。抽象的数学概念，或者出于来自实践的具体对象，或者以经过抽象的相对具体的问题为依托。这些具体对象的被认识，这些相对具体的问题被解决，推进了概念的逐级抽象。

数学史往往就是这样显示出数学概念内涵的凝聚和形成。

【例 1-2】 关于无穷远点。

现代数学中，对无穷远点的抽象定义有许多方法，诸如仿射几何的定义、双曲几何的定义以及拓扑学的定义等。毫不夸张地讲，每一种定义都不容易被理解，譬如以下定义：

如果对于欧几里得几何学中的圆

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

通过射影几何学中的齐次坐标变换为

$$(x_1-ax_3)^2+(x_2-bx_3)^2=(rx_3)^2$$

其中 $x=\dfrac{x_1}{x_3}$，$y=\dfrac{x_2}{x_3}$，那么圆上的无穷远点为

$$\{x_1^2+x_2^2=0,\ x_3=0\}$$

其坐标为$(1,\ i,\ 0)$，$(1,\ -i,\ 0)$或正比于它们的三个数。

对于这样一个抽象概念，实在是难以举出比它本身更具体的实例。让我们回到这个概念产生、发展的历史事实中去吧。

15 世纪，在欧洲文艺复兴时期，意大利数学家阿尔贝蒂(L. B. Alberti, 1404～1472)在其 1435 年的著作《论绘画》中给出所谓“透视法”的基本原理时，提出了“投射”和“截影”的概念。如图 1.3 所示，在人眼或观测点与景物之间加上一张透明的屏板，设想光线从景物本身的每一点穿过透明的屏板聚集到观测点 O。称这些光线为投影线，它们形成一个投射锥。投影线穿过透明屏板都留下印迹，这些印迹形成截影。事实上，截影与景物本身给观测点的印象是完全一致的，在画布上作出真实的截影就是逼真与否的关键。但是，一个严重的问题出现了：景物的线条 AB 与 CD 是平行线，而截影

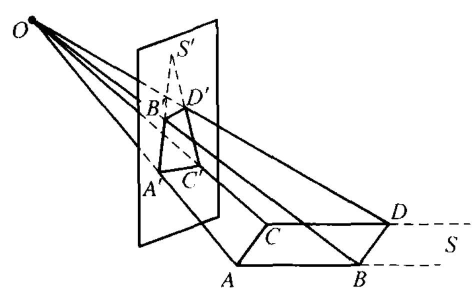


图 1.3

对应的线条 $A'B'$ 与 $C'D'$ 是要相交的，为了寻找它们的交点在 AB 与 CD 上的原像，成为无穷远点概念的缘起。

1639 年，17 世纪法国数学家笛沙格(G. Desargures, 1593～1662)的重要著作《论锥面截一平面所得结果的初稿》在巴黎正式出版，其中论述了射影法，更重要的是引入无穷远点的概念，即图 1.3 中截影线条 $A'B'$ 与 $C'D'$ 交点的原像。

与笛沙格有所不同，德国天文学家、数学家开普勒(J. Kaple, 1571～1630)在 1604 年的著作《天文学的光学部分》中也引入了无穷远点。如图 1.4 所示，对于过点 P 而与直线 L 相交的每一条直线 a, b, c, d, …，有 Q_a, Q_b, Q_c, Q_d, … 与之对应，唯独过点 P 而与 L 平行的直线 e 没有在 L 上的点与之对应，开普勒将无穷远点 Q_e 作为这两条平行线的点。这样开普勒就可以断言，过点 P 的每一条直线都有 L 上的一个点与之对应。而且，直线 e 与 L 在左边也有一个无穷远点公共，而直线 e 继续绕点 P 旋转时，直线 e 与 L 的交点从左边移向 Q_a。开普勒认为，所有这些交点是连续的，也就是说，直线的两"端"无限延长在"无穷远处"会合。所以，直线被赋予圆的性质，即圆心在无穷远，半径为无穷大的圆。这在直观经验上是不被人们所接受的，但是这种思想在逻辑上是完全合理的，只需有无穷远元素即可。

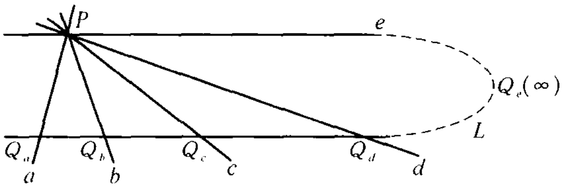


图 1.4

一个数学概念无论多么抽象，不能只是存在于数学家的头脑中，必须表达出来。德国数学家普吕克(J. Plücker, 1801～1868)在其著作《解析几何的发展》(1828, 1831)第二卷中，提出了一个齐次坐标叫"三线坐标"。如图 1.5 所示，他以一个三角形为基础，任意点 P 的坐标是从该点到三角形三边带正负号的垂直距离，各距离数可以乘以同一个常数。后来，他又把这个三角形的一条边推到无穷远，成为无穷远直线。这就等价于把通常直角坐标系中的坐标 x, y 换成 $x = \dfrac{x_1}{x_3}$, $y = \dfrac{x_2}{x_3}$, 曲线方程对 x_1, x_2, x_3 是齐次的。

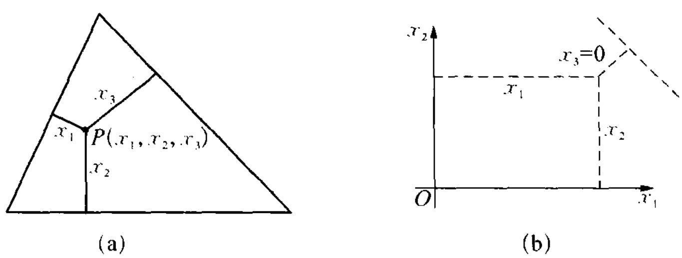


图 1.5

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com