

总主编 张民选
惠 中

 21世纪
小学教师
教育系列教材

小学数学 课程与教学

●主编 杨庆余



中国 人 民 大 学 出 版 社

21世纪小学教师教育系列教材

总主编 张民选 惠 中

小学数学课程与教学

主编 杨庆余

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学课程与教学/杨庆余主编.
北京:中国人民大学出版社,2010
(21世纪小学教师教育系列教材)
ISBN 978-7-300-12147-5

- I. ①小…
II. ①杨…
III. ①数学课—教学研究—小学—师资培养—教材
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 083270 号

21 世纪小学教师教育系列教材

小学数学课程与教学

主编 杨庆余

Xiaoxue Shuxue Kecheng Yu Jiaoxue

出版发行	中国人民大学出版社		
社 址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电 话	010-62511242 (总编室)		010-62511398 (质管部)
	010-82501766 (邮购部)		010-62514148 (门市部)
	010-62515195 (发行公司)		010-62515275 (盗版举报)
网 址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com (人大教研网)		
经 销	新华书店		
印 刷	北京鑫丰华彩印有限公司		
规 格	170 mm×228 mm 16 开本	版 次	2010 年 7 月第 1 版
印 张	28.5	印 次	2010 年 7 月第 1 次印刷
字 数	523 000	定 价	45.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

总序



在中国，由中等师范学校培养小学师资的传统源远流长。1896年，盛宣怀在上海创办南洋公学，内设师范院培养各级教师，拉开了中国师范教育的序幕。1902年，张謇创办通州师范学校，中国出现了培养近代小学师资的师范学校。新中国成立以来，我国逐步建立起三级师范的教师培养体制，即由中等师范学校培养小学师资，高等师范专科学校培养初中师资，师范大学培养高中师资。在相当长的一个历史时期，这一体制适应了中国经济、社会和国民教育发展的现实，中等师范学校成为我国师范教育的一个重要组成部分，培养了大批合格的小学师资。

20世纪80年代以来，中国师范教育的社会背景正在逐步发生变化。一方面，教师专业化形成强劲的世界性潮流，极大地推动了教师教育理念和制度的创新，许多国家和地区对小学教师的学历要求越来越高，小学教师培养早已突破中等师范教育的范畴，进入高等教育领域；另一方面，改革开放使中国经济和社会进入快速发展的新阶段，特别是东南沿海地区和一些中心城市，逐步形成了对高学历小学教师的现实社会需求，开始了对高学历小学教师培养的实践探索。1984年，江苏南通师范学校招收初中毕业生，学制五年，培养大专层次的小学教师，是这一探索的起点。1985年，上海建立了全国第一所培养专科程度小学师资的上海师范高等专科学校，为上海地区培养高学历的小学师资。1998年，南京师范大学晓庄学院、杭州师范学院教育系开始了培养本科学历小学教师的探索。1999年，上海师范大学、南京师范大学、杭州师范学院和东北师范大学先期被教育部批准开设本科小学教育专业，表明小学教育专业已被正式纳入我国高等教育体系。

进入新世纪，教育部明确提出了我国教师教育发展的目标：到2010年基本形成以本科院校为依托的专科、本科和研究生三个层次，以本科和研究生为主的教师教育新格局；2015—2020年基本实现教师教育的本科化，全国中小学教师平均学历水平得到大幅度提升；到2010年，全国城乡新增小学教师中，具有本



科学历者平均达到 70%；通过新教师补充和在职教师培训，使在职小学教师基本具备大专以上学历。在这样的背景之下，我国三级师范教育体系迅速向二级甚至一级师范教育过渡，培养高学历小学教师获得较大的发展空间。据不完全统计，目前开设小学教育专科专业的学校已达 130 多所，开设小学教育本科专业的学校已达 60 多所，同时，函授、夜大、自考、电大等在职小学教师学历提升教育的发展速度也十分惊人。

小学教育专业是我国高等师范教育体系中一个全新的专业，加强教学基本建设是专业建设的中心问题之一。课程是组织教学的基本单位，教材则是课程的载体，加强小学教育专业的教材建设则是保证教学质量的重要方面。近年来，这一问题引起了培养学校和出版社的重视，已出版了部分教材，取得了一定成绩。但是，由于高学历小学教师的培养模式、课程体系仍在探索阶段，课程结构的调整必然导致教学内容的变化，这些都应体现在新的教材中。有鉴于此，我们组织编写了这套“21 世纪小学教师教育系列教材”。

在本套教材的编撰过程中，我们始终坚持以下原则：

(1) 科学性。教材的选题必须科学、合理，能够反映 21 世纪高等教育领域课程体系和教学内容改革的成果，反映我国基础教育课程改革和小学教师教育的发展趋势；编写框架的设计应科学、新颖，编写内容的选择应反映本学科研究的新成果、新动向，适应 21 世纪我国小学师资培养的要求。

(2) 实用性。教材的内容应坚持理论与实践相结合，注意紧密联系我国小学教师专业发展和小学教育教学的实际，注意对实践经验的理论总结；教材的形式应改变纯理论演绎的传统方式，采用理论与实践有机结合的、灵活多样的表达方式，以利于学生的使用。

(3) 开放性。在教育国际化的大背景下，教材编撰必须具有国际视野，注重汲取国际上特别是发达国家小学教师教育和初等教育领域的研究成果；同时将教材编撰与小学教育专业建设紧密结合，及时反映专业建设的成果，并组织各方面的专家参与此项工作。

本套教材的组织编写，得到了教育部师范司和全国从事小学教师教育工作的兄弟院校领导的大力支持，得到了中国人民大学出版社领导的直接关心，上海市教师教育高地建设项目也给予了一定资助，在此，我们一并表示衷心感谢。我们希望“21 世纪小学教师教育系列教材”的编撰出版，能够进一步推进小学教育专业建设，为我国小学教师教育事业作出一定的贡献。

张民选 惠 中

2006 年 10 月 26 日于上海

我们究竟应该如何组织儿童的数学课程

——代前言



按我们的理解，儿童应该是非常喜欢数学的。不是吗？在数学中有多少美丽的几何图形？在数学中有多少需要解决的各种各样的问题？我们的生活又是如何地离不开数学？然而，事实似乎并非如此。在实际的教学中可以发现，许多儿童并不喜爱数学，甚至常常会害怕学数学。

于是，我们就在不断地试图弄清：

为什么我们的儿童常常对数学不感兴趣？为什么他们常常害怕学数学？为什么他们常常认为自己学不好数学？

我曾经写过一个关于数学教育的故事^①：

一朋友接连好几天忙于找人咨询讨教，但久不得其果，很是着急。原来，其家有小孩，接到老师布置的数学作业，其中有一题，因不会而找其父。怎知，其父虽是学理科出身，对算术解题却并不熟悉。最终，答案找到了，而且经其父亲自验算无误，却苦于没有什么“公式”可循，甚至难以用算式完整表述，因而无法向儿子解释清楚。

这天，该友与我巧遇，知本人是做数学教育的（实际上，仅仅是略有了解而已），便立即相求。题目是：“有一批苹果，将它平均分成三份，则还余两个；如果再将其中的两份平均分成三份，则又多出两个；再将其中的两份平均分成三份，则还多出两个。问，这批苹果至少有几个？”显然，这是一道类似于“同余”的数学问题。便问其父，答案是多少？怎么来的？其父告知：答案是23，是猜出来的。又问其父，是怎么猜的？其父支吾而无法相告。

于是，本人试就“猜”这一方法，与其父同研：从第一个条件看，除3余2，

^① 参见杨庆余：《我们应该怎样教数学？——从三个案例说开去》，载《学科教育》，2001（12）。



则至少是5个，即每一份是1 ($5 \div 3 = 1 \cdots 2$)，则两份就是2；然后想，2不足以再分为三份，于是将2往上“翻”倍，一直“翻”到除3余2为止，应该是14 (2×7)，这样，每一份就是4 ($14 \div 3 = 4 \cdots 2$)，则两份就是8；再想，现在将8平均分成三份，将会有什么结果？ $8 \div 3 = 2 \cdots 2$ 。于是，得到结论：这些苹果的总数至少有23个。

有了答案，其父却并不满意，硬要我“运算”过程写出来，并最好有一个“公式”，这样才能告诉其子，是怎样“算”的。我说，上述推论过程就是“怎样算”的！上述推论过程就是“运算方法”！教子日久亦成师，其父深知这是无法向老师“交差”的。

果不其然，第二天电话就来了，作业被老师退了回来，理由是没有运算过程。

呜呼。

对儿童来说，究竟什么才是数学？他们又为什么要学数学？怎样才能算作是懂数学？怎样才算是“理解”和“学会”了数学？是不是只有抽象的演绎才是数学？是不是只有用规范的运算过程写下来才算是学数学？是不是一定要严格的推理才算是解决数学问题？是不是让儿童认识符号、掌握公式、记住概念，就是学数学的基本价值追求？

对我们来说，儿童究竟是如何认识数学的？他们喜欢用怎样的方式去学数学？儿童的数学学习到底应该追求哪些基本的目标？我们用什么样的方式来组织儿童学习数学最有效？我们又该用什么标准去评价儿童的数学学习？

实际上，所有的这些问题，构成的是一个基本的取向性问题：我们究竟应该如何组织儿童的数学课程？

我们究竟应该如何组织儿童的数学课程？这不仅是课程的设计者需要思考的问题，更是我们每一个课程的实践者需要思考的问题！

客观地说，数学本身应是一门非常富有活力的学科，因为它是在不断地努力去寻找理解遍及我们周围的物质世界的方法以及我们思想中的各种模式。但是，数学科学本身的某些特征又规定了其语言和行为必须要以我们已经学会的某些规则为基础，而这些规则又常常与我们的生活规则并不相同，具有更大的抽象性、程序性和规范性。因此，对儿童的数学教育而言，怎样去激发他们超越这些规则但又能用数学语言进行表达的动机，以及用数学的思想方法来解决生活中的各种问题，这对发展他们学习数学的兴趣是非常重要的。

从最基本的数学教育价值追求来说，我们的数学教育并不追求将所有的儿童都培养成为伟大的数学家，而是注重培养他们最基本的数学素养！基本的数学素



养包括：懂得数学的价值，了解用数学方法来处理日常生活中发生的事件与产生的现象的优越性；对自己的数学能力有信心，能在学习中获得积极、良好的情感体验；掌握对日常生活中存在的各种信息的采集、整理、辨析及处理与运用的能力，能用数学的方法对它们进行考察、区分、组织和模型建构，获得解决数学课题的能力；学会数学交流，能用数学语言解释自己研究与解决问题的现象、计划、过程和结果；学会数学的思想方法；等等。

如何才能真正使我们的儿童爱学数学，使他们建立能学好数学的自信心，使他们能在数学活动中主动地建立概念？这显然与我们的课程实践者——教师如何组织课程教学活动有着密切的关系。

作为一名优秀的小学数学教师，应当对数学知识的性质以及结构有所了解 and 掌握，对学生在课堂中学习数学的方式和程度有所影响。研究表明，当一个数学教师对数学知识有理性的认识时，即对数学的本质和数学知识组织结构有认识时，就会用积极的方式去构造学习活动。

作为一名优秀的小学数学教师，应当非常清楚，如何在教学中正确地表达数学，如何将复杂的或抽象的数学用学生可以了解的形式表现出来，是否能构造一个好的课堂学习活动的重要因素。数学教师的一项重要任务，可能并不是去创造数学，而是在学生的数学思维中去创造理解。

作为一名优秀的小学数学教师，应当了解儿童是如何学习数学的，他们是如何发展学习数学的自信心和兴趣的，他们又是如何形成数学素养和基本技能的。只有具备了这些必要的知识，才能对自己的课堂学习的组织作出正确、有效的行为决策，才能不断地促进学生的数学学习。

作为一名优秀的小学数学教师，应当具有相当的关于数学学习的组织策略等方面的知识，因为教师在教学组织策略方面的知识对学生的数学学习是有相当大的影响的。这些知识包括：如何进行教学设计？如何选择教学方法？如何组织教学活动？如何选择评价的方法、手段和评价的时机？如此等等。

可见，对一名小学数学教师来说，如果对小学数学的学科性质不能深刻地理解，对儿童参与数学学习的方式不能清晰地认识，对小学数学课程的特征不能很好地把握，对全新的教育理论和教学模式不能正确地内化，那么他将不仅难以从事真正高质量的小学数学教学，还会阻碍自身的专业发展。也就是说，要成为一名优秀的小学数学教师，既需要了解什么是最基础的数学（数学的内容、方法和意义），同时又需要明白小学数学自身的价值，并熟悉小学数学学习究竟是怎样的过程，只有这样，才能促进儿童数学素养的发展。

我们究竟应该如何来组织儿童的数学课程？实际上，长期以来对此命题不乏



研究者，然而，通常在小学数学的课程组织、儿童的学习心理特征、教材分析以及教学理论等方面的论述比较多，例如，关于小学数学的教学目标、小学生的认知特征以及认知发展、课堂教学的方法与教学模式、小学数学教材的分析等。但是，随着基础教育改革与发展的不断深入，对小学数学科性质的研究，对小学数学课程结构的研究，对儿童参与小学数学学习方式的研究，以及对数学教师的知识观和教学价值观对教学组织的影响的研究，等等，已经越来越深入，并开始对小学数学的课程与教学产生重大的影响。也就是说，人们已经越来越感受到，作为一名优秀的小学数学教师，既需要了解什么是最基础的数学（数学的内容、方法和意义），同时又需要明白小学数学自身的价值，并熟悉究竟是怎样的过程才能促进儿童数学素养的发展。

由于我们已经深刻地认识到，作为一名优秀的小学数学教师，如果对数学性质，尤其是小学数学的性质不能深刻地理解，对儿童参与数学学习的方式不能清晰地认识，对小学数学课程的特征不能很好地把握，对全新的教育理论和教学模式不能正确地内化，不仅难以获得真正高质量的小学数学教学，不仅难以引导我们的儿童学好数学，还会阻碍小学数学教师的专业发展。

因此，从本书的论述角度看，我们的目标始终是将目光盯住儿童的数学学习，不管是对课程目标的诠释，还是对课程内容的分析，对课堂活动的剖析，对学习类型的描述，对教学模式的归纳，对学习过程的解析，对新的小学数学教育研究成果的介绍，等等，都力图从关注儿童的学习方式和认知发展的角度出发。本书所阐述的那些新的理论、新的研究、新的方法，更多的都是围绕着“学”而不是“教”来展开。

学习是一个吸纳、组织和创造的思考性的过程，而不仅仅是一个简单的接受过程。因此，本书在体例上做了较为大胆的尝试，在基本的论述体系中加入了大量的深度思考和互动探究的模块。在每一节的论述中穿插了大量的“相关资源”，以供读者进行深度的探索和思考；每一节的最后附有“深度思考”（包括“问题的提出与思考”、“主题与相关论述”等）；而在每一章的最后还附有探索部分，例如“互动分析”（包括案例分析、情境分析、事件分析等）、“尝试设计”（包括活动设计、情境设计、过程设计等）。我们期待着在这个思考与互动的过程中，共同对小学数学的课程与教学领域进行探索、实践、发现与创造！

杨庆余

2008年8月

教苑楼

目 录



第一章 认识数学课程	(1)
第一节 数学的基本认识	(1)
一、数学的性质	(1)
二、数学的基本特征	(4)
第二节 小学数学学科	(6)
一、作为教育的数学	(6)
二、对小学数学学科性质的再认识	(7)
第三节 小学数学学科的性质与任务	(11)
一、发展公民数学素养是基本的任务	(12)
二、培养数学思维是实现数学素养发展的基本点	(14)
三、提高将数学运用于现实情境的能力是发展数学素养的 基本目标	(19)
第二章 小学数学课程结构与目标的变革	(24)
第一节 小学数学教育的历史沿革	(24)
一、国际小学数学教育的变革	(24)
二、我国小学数学教育的发展	(27)
第二节 小学数学课程结构的发展	(29)
一、小学数学课程	(29)
二、我国传统小学数学课程的特征	(31)
三、国际小学数学课程的发展	(32)
四、我国小学数学课程的发展	(34)
第三节 小学数学课程目标	(38)
一、小学数学课程目标概述	(38)
二、国际小学数学课程目标发展	(38)
三、我国小学数学课程目标的演变与发展	(43)
第三章 小学数学课程内容	(53)
第一节 小学数学课程内容的构成	(53)
一、小学数学课程内容的构成特征	(54)



二、小学数学课程内容的组织与呈现	(62)
第二节 小学数学课程内容的改革与发展	(69)
一、国际小学数学课程内容的变革	(70)
二、我国小学数学课程内容的变革	(71)
第三节 小学数学课程内容标准解读	(77)
一、数与代数	(77)
二、空间与图形	(78)
三、统计与概率	(78)
四、实践与综合运用	(79)
第四章 儿童的数学学习过程	(85)
第一节 小学数学学习概述	(85)
一、小学数学学习的分类	(86)
二、小学生数学学习的不同层次	(91)
三、学习中的认知迁移	(96)
第二节 儿童数学认知学习的基本特征	(99)
一、儿童数学认知的基本特点	(99)
二、儿童数学认知发展的基本规律	(100)
第三节 儿童数学能力的发展	(105)
一、数学能力的概述	(105)
二、儿童数学能力发展的差异性	(111)
第五章 小学数学课堂教学过程	(120)
第一节 小学数学课堂教学特征	(120)
一、小学数学课堂教学的性质	(121)
二、小学数学课堂学习的心理过程特征	(122)
三、交织着多样化的学习方式	(125)
第二节 小学数学课堂教学活动中的师生参与	(131)
一、小学数学课堂教学过程中的学生参与	(132)
二、教师在课堂教学中的参与和作用	(135)
三、课堂学习中的师生影响	(138)
第三节 小学数学课堂教学活动的基本构成	(142)
一、小学数学课堂教学活动的基本要素	(142)
二、小学数学课堂教学活动的基本环节	(143)
三、小学数学课堂教学的基本活动形式	(145)

四、小学数学课堂教学的基本活动结构	(146)
第六章 小学数学教学组织的策略与方法	(154)
第一节 小学数学教学的组织策略	(154)
一、教学组织策略的基本价值	(155)
二、小学数学教学组织策略的主要特点	(156)
三、构建有效的课堂教学组织策略	(159)
四、丰富的教学策略	(161)
第二节 小学数学教学的组织原则	(165)
一、教学原则概述	(165)
二、小学数学教学的基本原则	(166)
第三节 小学数学教学方法	(169)
一、常见的小学数学教学方法	(170)
二、教学方法的多样化	(177)
三、教学方法与促进儿童的数学学习	(178)
第四节 小学数学教学手段	(181)
一、教学手段的概述	(181)
二、常见的教学手段	(182)
三、教学手段的整体优化	(183)
第七章 小学数学教学设计	(188)
第一节 小学数学教学设计概述	(188)
一、小学数学教学设计的含义	(189)
二、小学数学教学设计的性质	(189)
三、小学数学教学设计的基本过程	(192)
四、新课程理念下小学数学教学设计的特征	(195)
第二节 小学数学教学设计的前期分析	(197)
一、教学内容分析	(197)
二、教学对象分析	(200)
三、学习需求分析	(203)
第三节 小学数学教学方案的设计	(204)
一、小学数学教学目标的设计	(205)
二、小学数学教学内容的设计	(205)
三、小学数学教学过程与策略的设计	(206)
四、小学数学教学媒体与手段的设计	(210)



五、小学数学教学方案的撰写	(210)
第四节 小学数学教学目标的设计	(211)
一、小学数学教学目标设计的概念	(212)
二、小学数学教学目标设计的基本原则	(213)
三、小学数学教学目标设计的基本步骤	(216)
四、小学数学教学目标设计的陈述技术	(220)
第八章 小学数学的教学评价	(227)
第一节 小学数学课堂学习的评价	(227)
一、课堂学习评价的意义	(228)
二、过程性和发展性——课堂学习评价的两个重要策略	(232)
三、丰富的评价手段与方法	(234)
第二节 小学生的数学学业评价	(239)
一、学业评价的目的与原则	(239)
二、学业评价的主要方法	(245)
三、评价方式的多样化	(253)
第九章 小学数学概念学习	(258)
第一节 小学数学概念学习概述	(258)
一、概念的构成与分类	(259)
二、数学概念	(264)
三、小学数学概念的基本特点	(267)
四、儿童形成数学概念的过程	(268)
第二节 小学数学概念教学组织的策略	(273)
一、概念引入的基本策略	(273)
二、概念构建的基本策略	(277)
三、概念的巩固和运用	(279)
第三节 儿童建构数学概念能力的培养	(281)
一、影响儿童建构数学概念的主要因素	(282)
二、构建数学概念能力的构成	(284)
三、构建数学概念能力的培养	(285)
第十章 小学数学运算规则学习	(298)
第一节 小学数学规则学习概述	(298)
一、小学数学规则学习的主要内容和特点	(299)
二、各种不同的运算规则	(306)

三、儿童形成运算技能的基本特征	(309)
第二节 小学数学规则教学的基本模式与策略	(315)
一、规则学习的基本模式	(315)
二、规则学习的主要策略	(317)
三、运算错误的预防与矫正	(324)
第三节 规则学习与发展数学素养	(331)
一、发展儿童良好的数感	(331)
二、算法的多样化	(334)
三、学会积极地猜测与估算	(336)
第十一章 小学数学空间几何学习	(343)
第一节 小学数学空间几何学习的基本分析	(343)
一、小学数学空间几何的性质	(344)
二、小学数学空间几何学习的基本价值	(345)
三、小学数学空间几何学习的主要目标	(346)
四、小学数学空间几何学习的主要特点	(349)
第二节 儿童发展空间知觉与空间观念的基本特征	(352)
一、儿童的几何思维水平的发展过程	(352)
二、儿童空间想象能力的发展	(354)
三、儿童空间观念形成与发展过程的基本特点	(356)
四、儿童形成空间观念的主要知觉障碍	(359)
第三节 小学空间几何教学的组织	(362)
一、回归儿童的生活经验	(362)
二、从对象的形体特征观察入手	(364)
三、通过做来学习	(365)
四、加强想象和交流活动	(368)
第十二章 小学数学统计与概率学习	(374)
第一节 小学数学统计与概率学习的基本分析	(374)
一、课程的意义	(374)
二、课程的内容与目标	(375)
三、儿童学习统计与概率知识的主要特征	(378)
第二节 小学数学统计与概率的教学组织	(383)
一、统计教学组织的主要策略	(384)
二、概率教学组织的主要策略	(389)



第十三章 小学数学问题解决学习	(399)
第一节 数学问题解决的基本认识	(399)
一、问题以及数学问题	(400)
二、数学问题解决	(408)
三、问题解决的心理模式	(411)
四、问题解决的基本过程	(414)
五、问题解决的主要策略与方法	(416)
第二节 儿童数学问题解决的主要心理特征	(419)
一、儿童数学问题解决的主要心理特点	(420)
二、影响儿童数学问题解决的主要因素	(422)
三、儿童数学问题解决策略性知识的建构与发展	(427)
第三节 数学问题解决的教学组织	(429)
一、问题解决学习的意义和价值	(429)
二、数学问题解决学习的教学组织过程的特征	(431)
三、发展儿童数学问题解决能力的主要策略	(432)
四、发展儿童数学问题解决能力的基本途径	(435)
参考文献	(439)



认识数学课程

导学

在人类的历史发展过程中，数学的产生与发展与社会的进步是息息相关的，尤其是在第二次世界大战之后，随着包括计算机技术在内的现代科学技术的迅速发展，数学的应用领域得到了极大的拓展。就像今天识字、阅读一样，数学成为公民必需的文化素养，数学教育的大众化成为时代的要求。然而，数学是什么？它究竟有哪些性质和特征？作为学校课程的数学（或称做学科的数学）与作为科学的数学又有哪些不同？数学教育——尤其是小学数学教育的本质又是什么？这些问题都是构成小学数学课程与教学论的基本的认识问题。

数学的基本认识

实际上，关于数学的基本认识，就是试图去回答这样一些问题：数学的性质属性究竟是什么？数学究竟有哪些基本的特征？等等。

一、数学的性质

要回答关于数学的性质属性问题，不妨从数学的产生与发展，以及数学所刻



画的对象特征来进行考察。

（一）数学是如何产生的

只要我们简单地考察一下数学的历史，就可以看到它的发展存在两个起点。

1. 以实际问题为起点

数学的产生首先是以实际问题为起点的，即人类为了适应和了解客观存在的内部性质，并用以解决实践上的问题的需要。例如，人类在自己的生产与生活中需要对一些物体进行量的刻画和描述，于是，“数”就产生了；又如，人类在自己的生产与生活中需要对一些对象进行集合意义上的合并与分解，于是，四则运算就产生了；再如，人类在实践中研究某些抛物体的运动轨迹时，需要用图形来描述从而帮助分析，但如何得出这些曲线图形呢？笛卡儿就用代数方法来研究这些曲线的特点，于是，解析几何就产生了。



相关资源

● 数学源于对现实世界最一般的反映

人类的认识，包括对数学的一些原始概念的认识，都是通过人类在现实世界中的活动所获得的。稍加考察就不难发现，原始的关于数的概念（对自然数的认识）以及原始的几何概念（对图形的认识）等，都是人类在现实世界的活动中逐步形成的。例如，从自然界来看，其物有数有序，自然数就是反映客观世界中这种事务在数量方面和次序方面的特征的。再如，还是从自然界来看，月亮、太阳是圆形的，某些植物的花朵是圆形的，一些山洞的洞口是圆形的，所以人们就会用“圆”来反映这些共同的空间特征。如此等等。

● 社会的发展推动了人类对数学的认识

随着社会的进步与发展，人类逐渐感觉到，已有的对数学的认识不足以反映客观现实了。例如，虽然人类对自然数（用符号所表示的某一类关于数量方面的标准集合）已有一定的认识，但是，人类同时也发现，多次的狩猎行动的结果常常需要进行合并计数，以便进行合理、公平的分配。而已有的猎物在分配后有节余时，就必须要考虑为明天保留的数量。此外，随着狩猎工具的发展以及狩猎技术的提高，当猎物数量增加时，已有的简单符号已经不适用于计数了。于是，计数的方法产生了，关于数量的运算概念产生了。

当然，也正像人们所知道的那样，由于社会的发展，人们越来越需要了解一些变化着的事物或现象的原因和内部规律，即认识某一事物的变化是如何引起另一事物的变化的，于是，产生了函数——最初的变量思想。同样，随着社会的发