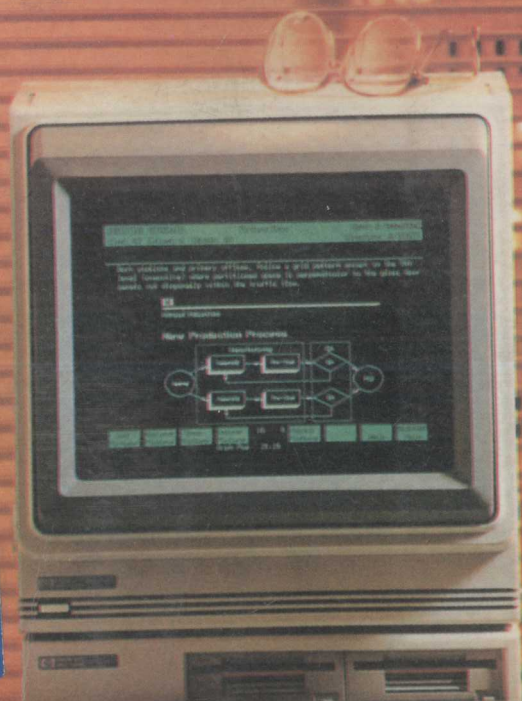


信息学(计算机) 奥林匹克

习题集(下册)

北京大学出版社



信息学(计算机)奥林匹克

(习 题 集)

下 册

习题集编写组

北京大学出版社

新登字(京)159号

信息学(计算机)奥林匹克(习题集)

下 册

习题集编写组

责任编辑:郭佑民

*

北京大学出版社出版发行

(北京大学校内)

北京大学印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

787×1092毫米 32开本 12 印张 270 千字

1993年4月第一版 1993年 4月第一次印刷

印数:00001—11,000册

ISBN 7-301-02063-5/G·152

定价:6.20元

内 容 简 介

本书是北京大学出版社出版发行的《信息学(计算机)奥林匹克》系列图书(初级本、中级本、高级本、LOGO 本、习题集上册、习题集下册)中的一册。本册是习题集下册,主要汇集了中级本和高级本中的全部128道习题,并对每道习题都做了认真的分析和解答,给出了参考答案。书中给出的程序大都是经过优化的算法,并且都是上机通过的。通过阅读本书,可以提高用计算机分析问题、解决问题的能力及编程技巧。本书既是本套图书中其他教材的补充读物,又可单独使用。

本书适合于学习过BASIC 语言或PASCAL 语言的广大中学生使用,是中等学校学习计算机课难得的教学参考书,也是广大青少年计算机爱好者深入学习、了解计算机知识的参考读物。

序 言

信息学奥林匹克是计算机知识在世界范围的青少年中普及的产物。1987年,保加利亚的Sendov教授在联合国教科文组织第24届全体会议上,倡议举行国际信息学奥林匹克,定名为International Olympiad in Informatics,简称IOI。首届IOI于1989年5月在保加利亚首都索菲亚举行,13个国家的46名青少年选手参赛,中国队的三名选手获三块铜牌,团体总分第二。IOI'90(第二届)于1990年7月在原苏联的明斯克举行,26个国家的104名选手参赛,中国队的四名选手获一块金牌、两块银牌、一块铜牌,团体总分第二。IOI'91(第三届)于1991年5月在希腊首都雅典举行,23个国家的76名选手参赛,中国队的三名选手获两块金牌、一块银牌,总分第一。IOI'92(第四届)于1992年7月在德国波恩举行,中国队的四名选手获三块金牌、一块银牌,以总分785分的优异成绩名列45个参赛队之首。

举办国际信息学奥林匹克的目的是:通过竞赛形式对有才华的青少年起到激励作用,促其能力得以发展;让青少年彼此建立联系,推动知识与经验的交流,促进合作与理解;宣传信息学这一新兴学科,给学校这一类课程增加动力,启发新的思路;建立教育工作者与专家档次上的国际联系,推进学术思想交流。

从学科国际奥林匹克来看,只有信息学奥林匹克中国是

首届就派队参赛的,其中的一个重要原因是计算机在中国青少年中的普及受到党和政府的重视,得到了老师、家长和社会各界的支持,许多有识之士认识到“计算机的普及要从娃娃做起”的战略意义。科学技术是第一生产力,未来人才的全面素质,包括科学素养,是发展科学技术,增强综合国力的重要因素。计算机在青少年中的普及是多方面分层次的,有课堂教学也有课外活动,竞赛也是其中的一种形式。在国内各区县、各省市所举行的竞赛的目的,说到底是为了推动普及,使学生开阔眼界,扩大知识面,了解计算机科学基本知识、应用领域、发展状况,培养逻辑思维、创造性思维,以及应用计算机解决实际问题的初步能力。要普及就要有教材,课堂教学要有课本,课外活动也要有辅导材料。为了推动计算机的普及,北京市信息学(计算机)奥林匹克学校的几位热心而又有经验的老师集体编写了这套课外读物:《信息学(计算机)奥林匹克》,包括初级本(适合于小学高年级和初中低年级学生)、中级本(适合于初中高年级和高中低年级学生)、高级本(适合于高中高年级学生)、LOGO 本(适合于学过LOGO 语言的中、小学生)和习题集上、下册(包括各册中的习题和解答)。前三册供学过BASIC 语言的同学选用。这套读物涉及计算机的典型算法和基本的数据结构知识,重在讲解编程解题的思路与技巧,有丰富的例题、习题和透彻的讲解,希望能使读者感到亲切爱读。这套读物由北京大学出版社出版发行,可供各地“信息学奥林匹克学校”选用。这里需要说明的是,计算机是实践性很强的学科,阅读教材应和上机实践密切结合才能真正学懂,学到手。另外,书上给出的方法也只是为了抛砖引玉。小读者中有许多是善于独立思考的人,我们鼓励创造性的思维,希望他们编写

的程序更有效、更高明。

信息学竞赛是智力与计算机解题能力的竞赛。中国的青少年业已在世界大赛中显露出自己的才华,他们没有辜负党和人民的期望。社会主义祖国重视青少年的全面发展与科学素养的提高。中华民族有志气有能力自立于世界民族之林。作为教师,我们有责任自觉地将普及现代科技知识与中华民族光辉灿烂的未来联系起来。“精心育桃李,切望青胜蓝”是我们写这套书的初衷。

**中国计算机学会普及委员会主任
国际信息学奥林匹克中国队总教练**

吴文虎

1992年8月于清华园

前 言

近年来,随着我国青少年计算机教学工作的普及和开展,在许多地区和学校不但开设了计算机课,还开展了多种多样的计算机课外活动。在各级各类的计算机奥林匹克学校和计算机学科小组活动中,缺少专门为计算机课外活动准备的、具有系统性的教材已经是一个很突出的矛盾。为此,我们编写了这套教材。

这套书包括初级本、中级本、高级本、LOGO 本四本教材和习题集(上、下册),共六册。在四本教材的每一章后面,都根据这章的内容配有一定量的习题。本册为习题集(下册),它包括了中级本和高级本两本教材中的所有习题和解答。

本套书中的例题和习题是作者在多年教学过程中搜集、整理出来的,并具有一定代表性和难度的题目,还有一些近年来国内外各种青少年程序设计竞赛的题目。本书中的每一道题都给出了参考答案(高级本中的大部分题目的解答给出了用PASCAL 和BASIC 语言编的两种程序),对一些复杂的题目还进行了较详细的分析。而且书中所给出的程序都采用经过优化的算法,所有程序都上机通过。通过阅读此书,可以提高用计算机分析问题、解决问题的能力及编程技巧。因此,本书既可以作为本套教材其他几册的补充读物,又可以单独使用。

参加本书写作的几位老师基本上都是从1984 年就开始

从事中学计算机课程教学工作的同志,其中有国际信息学奥林匹克竞赛几位金牌得主的启蒙老师和教练,有全国青少年计算机程序设计竞赛北京市代表队的领队及教练,还有北京市青少年计算机程序设计竞赛命题委员会的成员和北京市计算机奥林匹克学校的任课教师。这几位教师都具有多年丰富的教学经验。几年来,他们在辅导青少年参加程序设计竞赛、培养优秀的计算机后备人才方面,都作出过积极的贡献。本套图书的作者在本单位都是业务骨干,有好几位老师还身兼数职,工作是很繁重的,但是为了对我国中学生计算机普及工作作出一点贡献,他们克服了许多困难,呕心沥血,把这套教材奉献给广大青少年。

本册编写工作的分工如下:

范俊堂:中级本习题一、二。

周爱民:中级本习题五。

赵志方:中级本习题十。

陈星火:中级本习题六。

霍元斌:中级本习题三、四、七;高级本习题四、五。

庄燕文:中级本习题八,九。

俞咪华:高级本习题二。

吕品:高级本习题一、三、六、七、八、九。

另外,钱小菁和齐国华两位老师也参加了部分习题的解答工作。

全书最后由霍元斌同志统稿。

全套教材由中国计算机学会青少年培训组组长、北京市信息学(计算机)奥林匹克学校校长、清华大学计算机系吴文虎教授审定。

在这套教材编写过程中,得到了北京大学出版社领导和郭佑民老师的大力支持和帮助,谨在此表示感谢。

由于编者水平所限,时间又比较仓促,书中难免会有错误或不妥之处,敬请广大读者提出宝贵意见,给予批评、指正。

霍元斌

1993 年1 月于北京八中

目 录

中 级 本

习题一.....	(1)
习题二.....	(9)
习题三	(35)
习题四	(53)
习题五	(63)
习题六	(71)
习题七	(91)
习题八.....	(106)
习题九.....	(135)
习题十.....	(154)

高 级 本

习题一.....	(160)
习题二.....	(162)
习题三.....	(170)
习题四.....	(202)
习题五.....	(234)
习题六.....	(301)
习题七.....	(323)
习题八.....	(344)
习题九.....	(355)

中 级 本

习 题 一

1-1. 相传古印度有个国王非常贪玩，重金悬赏发明奇妙游戏的人。有个术士把它发明的一种棋术献给了国王。国王玩而废食，要重赏术士，但术士只提了一个小小的要求：请在棋盘的第一格放一粒米，第二格放二粒米，第三格放四粒米……，每一格都放进比前一格多一倍的米，把棋盘上的64格放满了，这些米就是我要的奖赏。国王一口答应，结果使国王大吃一惊，这些米可以盖住地球的表面。全世界要几百年才能种出来。聪明的术士用数学上的几何级数，愚弄了贪玩的国王。放满64格一共需要 18446744073709551615 粒。请编程求解。

分析：我们先写出前10格各格中放的数字及累计数，找出其中的规律，然后再编程序。

格子编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
本格数值	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
累计数值	1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023

从上表中可以看出，设格子的编号为 N ，则本格所放米粒数为 $2^{(N-1)}$ ，累计所放米粒数为 $2^N - 1$ 。本题中 $N = 64$ ，就是要求 $2^{64} - 1$ 。

每格需放的米粒数是 $2^{(N-1)}$ ，当格子编号比较大时，一个格子中放的米粒相当多，为了精确表示，就要用高精度

乘法来做。用数组的每个元素表示一位数字。

程序如下：

```
10  DIM A(100)
20  A(1)=1 : L=1
30  FOR I=1 TO 64
40  L=L+LEN(STR$(2))
50  C=0
60  FOR J=1 TO L
70  X=A(J)*2+C
80  C=INT (X/10)
90  A(J)=X-C*10
100 NEXT J
110 IF A(L)=0 THEN L=L-1
120 NEXT I
125 A(1)=A(1)-1
130 FOR T=L TO 1 STEP -1
140 PRINT A(T)
150 NEXT T : PRINT
60  END
RUN
18446744073709551615
```

1-2. 验证 2147483647 是一个素数(质数)。

分析：本题采用枚举的办法，步长为2，从3到2147483647的平方根，一个一个的累试。由于2147483647大于九位有效数字，也要用数组的每个元素存放一位数值。采用本章中例7的分位除法的方法。

程序如下：

```
10  A$="2147483647"
```

```

20  LA=LEN(A$)
30  DIM A(LA),C(LA)
40  FOR B=3 TO SQR(VAL(A$))+1 STEP 2
42  LB=LEN(STR$(B))
45  FOR I=1 TO LA : A(I)=VAL(MID$(A$,LA+1-I,1)) :
    NEXT I
50  Y=0 : IF LB=1 THEN 80
60  FOR J=LA TO LA-LB+2 STEP -1
70  Y=Y*10+A(J) : NEXT J
80  FOR I=LA+1-LB TO 1 STEP -1
90  Y=Y*10+A(I)
100 C(I)=INT(Y/B)
110 Y=Y-C(I)*B
120 NEXT I
130 IF Y=0 THEN PRINT : PRINT A$;" ISN' T A PRIME
    NUMBER" : GOTO 160
140 NEXT B : PRINT
150 PRINT A$;" IS A PRIME NUMBER"
160 END
RUN
2147483647 IS A PRIME NUMBER

```

1-3. 验证回文数猜想：

左右对称的自然数称为回文数。如121,4224,13731等，有人猜想：从任意一个两位或两位以上的自然数开始，将该数与它的逆序数（如1992的逆序数是2991）相加，得到一个新数，再用这个新数与它的逆序数相加。不断重复上述操作，经过若干步的逆序相加之后，总可以得到一个回文数。例如：从1992开始，

$$1992+2991=4983$$

$$4983+3894=8877$$

$$8877+7788=16665$$

$$16665+56661=73326$$

$$73326+62337=135663$$

$$135663+366531=502194$$

$$502194+491205=993399$$

经过七步就得到了回文数。

利用上述方法似乎永远也变不成回文数的最小数目是196。据报道,有人已对196进行了50000步的逆序相加,仍未出现回文数,此猜想尚未证实。

请你设计一个程序,由计算机在局部范围内验证回文数猜想。并将寻找回文数的每一个步骤都显示出来。

程序如下:

```

10  REM ---- 验证回文数猜想 ----
20  INPUT " N = " ; N$
30  LET L = LEN ( N$) : IF L < 2 THEN GOTO 20
40  DIM A ( 1000 ) , B ( 1000 )
50  GOSUB 200
60  GOSUB 300
70  IF P = 1 THEN PRINT " OK ! OK ! " : END
80  LET T = 0 : Z = Z + 1 : PRINT " ( " ; Z ; " ) " ;
90  PRINT " " ; : GOSUB 400 : GOSUB 500
100 LET T = 1 : GOSUB 400 : GOTO 60
200 REM --- 分离数字子程序 ---
210 FOR I = 1 TO L
220 LET A ( I ) = VAL ( MID$ ( N$ , I , 1 ) )

```

```

230 LET B(I) = A(I)
240 NEXT I : RETURN
300 REM --- 判断是否为回文数字程序 ---
310 FOR I = 1 TO INT ( L / 2 ) + 1
320 IF A(I) < > A( L - I + 1 ) THEN P = 0 : GOTO
    340
330 NEXT I : P = 1
340 RETURN
400 REM --- 打印子程序 ---
410 FOR I = L TO 1 STEP -1 : PRINT B(I) ; : NEXT I
420 IF T = 1 THEN PRINT : RETURN
430 PRINT " + " ;
440 FOR I = 1 TO L : PRINT A(I) ; : NEXT I
450 PRINT " = " ; : RETURN
500 REM --- 逆序相加子程序 ---
510 LET D = 0
520 FOR I = 1 TO L
530 LET B(I) = B(I) + A( L - I + 1 ) + D
540 LET D = INT ( B(I) / 10 )
550 LET B(I) = B(I) - 10 * D
560 NEXT I
570 IF D = 1 THEN L = L + 1 : B(L) = 1
580 FOR I = 1 TO L : A(I) = B(I) : NEXT I
590 RETURN
RUN
N = 1993
3991 + 1993 = 5984
5984 + 4895 = 10879

```

$10879 + 97801 = 108680$
 $108680 + 086801 = 195481$
 $195481 + 184591 = 380072$
 $380072 + 270083 = 650155$
 $650155 + 551056 = 1201211$
 $1201211 + 1121021 = 2322232$

OK ! OK !

1-4. 有这样一个命题：对于自然数 n ，若有 $2^{(n-1)}-1$ 可被 n 整除，则 n 为素数。请编程找出一个反例，否定该命题（注：反例的 n 较大）。

分析：首先要搞清题意。要否定该命题，即要找出一个 N ，使得 $2^{(N-1)}-1$ 能被 N 整除，但 N 不是素数。我们做一个表格(表1-1)，列出有关数量的变化情况，找出规律。

表 1-1

N	$2^{(N-1)}$	$2^{(N-1)}-1$	$(2^{(N-1)}-1)/N$
3	4	3	int
4	8	7	not int
5	16	15	int
6	32	31	not int
7	64	63	int
8	128	127	not int
9	256	255	not int
10	512	511	not int
11	1024	1023	int
12	2048	2047	not int
13	4096	4095	int
14	8192	8191	not int
...	...	...	...