

高等院校光信息科学与技术专业系列教材

# 导波光学

## Wave Guiding Optics

王健 编著  
Wang Jian

清华大学出版社

高等院校光信息科学与技术专业系列教材

# 导波光学

## Wave Guiding Optics

王 健 编著  
Wang Jian

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书以经典电磁波理论和近代光学理论为基础,系统地论述了光波导的基本概念、基本理论和各种典型的分析方法。全面讲述了平面光波导、金属包层平板介质波导、矩形介质波导和圆光波导的基本原理。在此基础上,对光波导的横向耦合和纵向耦合问题分别进行了讨论。

本书适合光信息科学与技术、光纤通信、光学工程、应用物理等专业的学生作为教材或参考教材使用。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

导波光学/王健编著. —北京:清华大学出版社,2010.6

(高等院校光信息科学与技术专业系列教材)

ISBN 978-7-302-22224-8

I. ①导… II. ①王… III. ①波导光学—高等学校—教材 IV. ①TN25

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 042821 号

责任编辑: 陈志辉 刘佩伟

责任校对: 李建庄

责任印制: 孟凡玉

出版发行: 清华大学出版社

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175

邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈: 010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者: 北京市清华园胶印厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185×260 印 张: 8.5 字 数: 207 千字

版 次: 2010 年 6 月第 1 版 印 次: 2010 年 6 月第 1 次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 19.00 元

---

产品编号: 023062-01

# 出版说明

## INTRODUCTION

光信息科学与技术既是信息科学与技术的重要组成部分,又是 21 世纪光子学的重要应用,它涵盖了光信息的产生、检测、处理、传输、存储以及显示等诸多方向。在过去 30 年中,光子学有了巨大的进步,光电子成为我国重要的产业支柱,光通信技术、平板显示技术、光电检测技术、激光加工技术、光盘存储技术都先后形成了独立的高技术产业,并渗透到国防、医疗、能源、交通等各行各业。因此对于高层次人才的需求极为迫切。同时,光信息科学与技术虽然与电子科学技术有天然的联系,但它是一个平行于电子科学技术的独立的信息科学与技术,对于人才的知识结构、实践能力以及科学素养有独特的要求。我国自 1999 年后,有近百所大学设立了光信息科学技术的本科专业,光学工程、光学、物理电子学以及通信工程、凝聚态物理等相关学科也迅速发展。为了适应这个专业人才培养的需要,清华大学出版社特组织出版了这套光信息科学与技术系列教材。

鉴于光信息科学与技术本身发展非常迅速,知识更新快,而本科生主要是打好专业基础,因此本系列教材在选材、框架结构、讲授方法等都十分注意处理好当前最新知识和长远应用的基础知识的关系,并且注意本套丛中各个教材的搭配与衔接,以便读者对于光信息科学与技术专业有一个全面的认识。

希望本系列教材能够为我国光电子产业的人才培养与技术进步做出贡献。

清华大学出版社

# 前言

## PREFACE

光信息科学与技术是当今最活跃的科学技术领域之一,也是最活跃的信息技术领域之一。如果说 20 世纪是电子时代,那么 21 世纪将是光子时代。与电子技术相比,光信息技术已经在信息检测、信息传输与信息显示等领域占据上风。在信息处理和信息存储方面,虽然光还不及电,但随着最新物理原理的引入,如量子光学、慢光以及 T 赫兹波等,光信息技术发展势头迅猛,大有与电技术并驾齐驱之势。

光信息的传输是光信息科学与技术的一个重要分支,它的基础是各种介质光波导。研究光在介质光波导中传输的基础理论的学科分支就是导波光学。导波光学的发展与其他相关学科(如光纤通信、光纤传感、全光信号处理、激光技术等)的发展是相辅相成、相互促进的。导波光学为这些学科的发展奠定了理论基础,而后者的发展又在不断丰富和完善导波光学的内容。因此,学习导波光学的理论,对于全面掌握光信息科学与技术是至关重要的。

本书作为光信息科学与技术专业系列教材之一,系统地讲述了光波导的基本概念和基本理论。第 2 章是其他各章的理论基础,重点介绍了介质光波导的电磁波理论、射线光学理论和模式的概念。第 3~6 章分别讨论了平面光波导、金属包层平板介质波导、矩形介质波导和圆光波导中光的传播特性。第 7 章讲述了光波导的横向耦合,包括横向模耦合和光束耦合。第 8 章讲述了光在非正规光波导中的耦合理论,重点讨论了光纤光栅和光纤对接问题。本书十分注重与先修课程和后续课程的衔接,力求做到通俗易懂。

本书是作者根据近十年来的教学讲义写成,在编写过程中,得到了吴重庆教授、余守宪教授的指导,特别是吴重庆教授在百忙中阅读了全部书稿,并提出了宝贵的修改意见,在这里谨向他们表示衷心地感谢。

限于编者水平,书中不妥之处在所难免,希望读者指正。

作 者

2010 年 4 月

# 目 录

# CONTENTS

第 1 章 绪论	1
第 2 章 导波光学的理论基础	3
2.1 电磁场的基本方程	3
2.1.1 麦克斯韦方程组、物质方程、边值关系	3
2.1.2 亥姆霍兹方程	4
2.1.3 正规光波导中模式场的亥姆霍兹方程及模式的概念	5
2.1.4 电磁场和模式场的横向分量与纵向分量的关系	6
2.2 光线在介质中的传播特性	6
2.2.1 反射定律、折射定律与全反射	7
2.2.2 古斯-汉欣(Goos-Haerchen)位移	9
2.2.3 射线光学基础	10
习题	13
第 3 章 平面光波导	14
3.1 三层均匀平面波导的射线分析法	14
3.2 三层均匀平面波导的电磁场分析法	16
3.2.1 一般平面波导中模式的种类	17
3.2.2 三层均匀平面波导中模式场的场分布与本征值方程	18
3.2.3 模截止及波导中的传输模式数	20
3.2.4 归一化参量	22
3.3 非均匀平面波导的射线分析法	23
3.3.1 光线在非均匀平面波导中的轨迹	23
3.3.2 非均匀平面波导中的本征值方程	25
3.4 平方律分布渐变型折射率平板波导	26
3.4.1 TE 导模	27
3.4.2 TM 导模	28
3.5 WKB 近似法	29

3.6	变分法	31
3.6.1	传播常数的积分表达式和变分法	32
3.6.2	变分法的应用	33
3.7	有限元法简介	34
3.7.1	基于变分思想的有限元法	34
3.7.2	基于加权余量法思想的有限元法	35
3.8	多层分割法	36
	习题	37
<b>第4章</b>	<b>金属包层平板介质波导</b>	<b>39</b>
4.1	金属的光频特性	39
4.1.1	金属中的亥姆霍兹方程和复相对电容率	39
4.1.2	金属光频特性的初等电子论	41
4.2	等离子体表面波(SPW)	42
4.2.1	介质与金属分界面上的等离子体表面波	42
4.2.2	长程等离子体表面波	44
4.3	非对称金属包层介质波导	45
4.3.1	模式的本征方程	45
4.3.2	传播常数与模式特性	46
4.4	对称金属包层介质波导	47
	习题	49
<b>第5章</b>	<b>矩形介质波导</b>	<b>50</b>
5.1	马卡梯里近似解法	50
5.1.1	马卡梯里近似	50
5.1.2	矩形波导中导模的场分布及其本征值方程	52
5.1.3	传播常数和模场场分布的计算实例	55
5.1.4	求解本征值(传播常数)的近似公式	55
5.2	有效折射率法	57
5.3	微扰法	58
5.4	变分法	62
	习题	63
<b>第6章</b>	<b>圆光波导</b>	<b>64</b>
6.1	阶跃光纤的射线分析法	65
6.1.1	光纤中的光线种类	66
6.1.2	数值孔径	66
6.1.3	子午光线的色散和时延差	67
6.2	二层阶跃光纤矢量模的分析方法	68

6.2.1	矢量模的分析方法	68
6.2.2	矢量模模式场各分量的解	70
6.2.3	特征方程	72
6.2.4	对特征方程的讨论	74
6.3	二层阶跃光纤标量模的分析方法	77
6.3.1	标量模的分析方法	77
6.3.2	标量模的场分布	79
6.3.3	特征方程	80
6.3.4	截止条件	80
6.3.5	远离截止的条件	81
6.3.6	矢量模与标量之间的关系	81
6.4	渐变折射率光纤的分析——高斯近似法	82
6.5	光纤的传输特性——色散	83
6.5.1	基本传输方程	84
6.5.2	群时延	84
6.5.3	脉冲展宽	85
6.5.4	色散	86
6.5.5	二层阶跃光纤的色散	87
6.6	光纤的损耗	89
6.6.1	吸收损耗	89
6.6.2	散射损耗	90
6.6.3	弯曲损耗	90
	习题	90
<b>第7章</b>	<b>光波导的横向耦合</b>	<b>91</b>
7.1	光波导的横向模耦合	91
7.1.1	模耦合方程	91
7.1.2	模耦合方程的解	93
7.2	平板定向耦合器	95
7.3	棱镜耦合器	97
7.3.1	棱镜耦合器的工作原理	97
7.3.2	输出耦合器	98
7.3.3	输入耦合器	101
	习题	101
<b>第8章</b>	<b>非正规光波导</b>	<b>102</b>
8.1	概述	102
8.2	非正规光波导的模耦合方程	103
8.2.1	耦合方程的一般形式	104



8.2.2 弱导情况下耦合方程的形式.....	105
8.2.3 考虑正、反向模情况下耦合方程的形式 .....	105
8.3 光纤光栅 .....	106
8.4 光纤的对接——突变光波导 .....	110
习题.....	113
<b>附录 I 模式场的纵向分量与横向分量之间关系的推导.....</b>	<b>114</b>
<b>附录 II 古斯-汉欣位移的推导 .....</b>	<b>115</b>
<b>附录 III 矩形波导中的导模模式.....</b>	<b>117</b>
<b>附录 IV 矩形波导传播常数和场分布的计算程序.....</b>	<b>119</b>
<b>附录 V 脉冲信号基本传输方程的推导.....</b>	<b>122</b>
<b>参考文献.....</b>	<b>124</b>

随着社会的发展和进步,需要传输处理的信息越来越多,并向着超高速、大容量的方向发展,使得人类逐步从电子时代向光子时代过渡,在这样的形势下,光信息科学与技术专业也就应运而生了,光的传输是光信息科学与技术中非常重要的内容之一。光既可以在自由空间中传输,又可以在介质中传输。导波光学是以经典电磁波理论为基础,研究光和光信号在各类介质光波导中传播特性的科学。

在光信息的传输和处理过程中,需要让光波沿着一定的方向传播。为此,需要设计一种介质结构,将光波限制在其内部或其表面附近且引导光沿着确定的方向传播,这种介质结构就称为光波导。最简单、最基本的光波导一般由传输光能的芯区介质和限制光能的包层介质组成,芯区介质的折射率一般大于包层介质的折射率,如大家所熟知的具有圆形截面的光纤。另外,当光波导用于传输时,还应具有低传输损耗的性质。

需要指出的是,虽然大部分光波导都是人为设计的,但是也存在天然的光波导,比如水柱、活体等。这些光波导的性质比较复杂,但本课程分析问题的基本方法也是适用于这些复杂的光波导。

光波导可以按不同的方法进行分类,若按波导结构进行分类可以把光波导分成:平面(平板)介质波导、矩形(条形)介质波导、圆和非圆介质波导等,如图 1-1 所示。

还有一些结构复杂的光波导,在今后的学习中我们会逐渐了解。

光波导还可以按其折射率在空间的分布进行分类,在按这种方法分类时要涉及纵向和横向的概念,下面先介绍这两个概念。在导波光学中,把光的传播方向称为纵向,通常设为  $z$  轴的方向,而把与之垂直的方向称为横向,即  $x$ - $y$  平面上的任一方向。

按波导折射率在空间的分布进行分类,光波导可以分成:非线性光波导和线性光波导两大类。非线性光波导的折射率可以写为  $n=n(x,y,z,E)$ ,即折射率除了和位置有关外,还与电场有关;而线性光波导的折射率只是位置的函数,即  $n=n(x,y,z)$ 。线性光波导又可以分为纵向均匀的光波导(又称为正规光波导)和纵向非均匀的光波导(又称非正规光波导)两种,前者的折射率  $n=n(x,y)$ ,与纵向无关;而后的者的折射率  $n=n(x,y,z)$ ,与纵向有关。最后,纵向均匀的光波导还可分为均匀光波导和横向非均匀光波导两种,均匀光波导的折射率在芯区和包层等区域分别为常数;横向非均匀光波导的折射率在芯区或包层等区域随  $x$ 、 $y$  变化。

本书中,我们主要研究线性光波导。

当然不同的波导还有其他的习惯叫法,在以后学习过程中遇到后再加以说明。

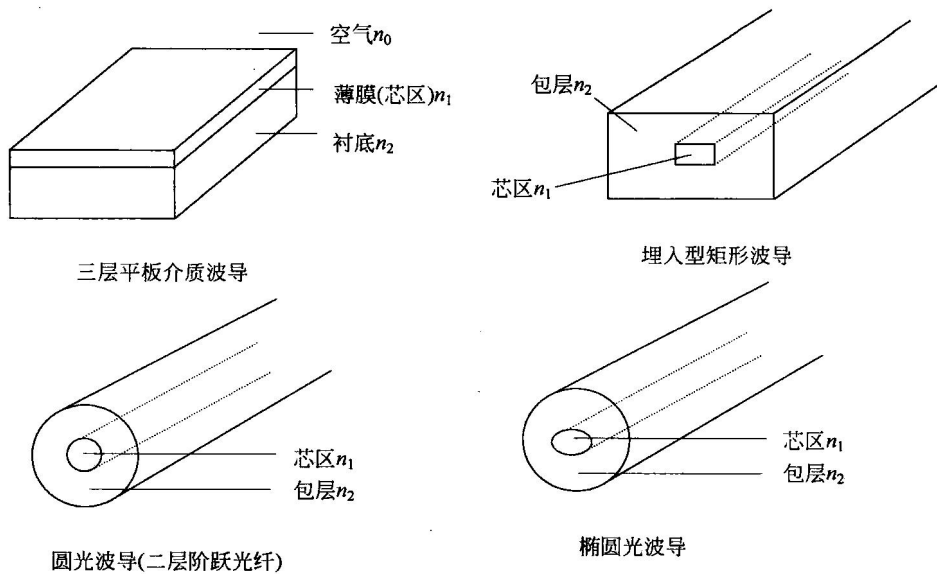


图 1-1 几种不同结构的光波导

在导波光学中,我们主要讨论光在各类介质光波导中的传播特性,它包括两个方面的内容:一是指光本身在光波导中的传播特性,二是指载有信息的光信号的传播特性。

光本身在光波导中的传播特性包括:(1)光场的分布形式;(2)传播常数或相移常数;(3)偏振特性;(4)模式耦合特性。

光信号的传播特性包括:(1)群时延或群速度;(2)色散特性;(3)偏振模色散等。

为了研究这些问题,通常采用的分析方法有射线光学分析法和电磁波理论分析法。

当光波的波长远小于波导的横向尺寸时,可以近似地认为光能是沿着一定的曲线传播,这条曲线称为“光线”(亦称射线)。用射线理论分析光在波导中传播的方法称为射线光学分析法。本书中对“光线”的理解,赋予了新的含义,即把“光线”理解为波矢的场线,光线的切线方向即波矢的方向,这意味着将相位与相干等波动的概念引入了射线光学,这样可以更好地解释波导中光的传播特性,所以射线光学的方法并不是传统意义上的几何光学的分析方法。射线光学方法的优点是简便、直观;缺点是不精确也不全面。

光是一种电磁波,从电磁理论的基本方程——麦克斯韦方程组出发,针对所研究的波导结构进行求解,求出光场分布和传播常数等反映传播特性的物理参量的方法,称为电磁波理论的方法。基于电磁波理论的分析方法虽然比较复杂,但精确和全面,比射线法更能准确地反映光和光信息的传播特性。这种方法不但能解释相关的物理现象,引出一些新的物理概念,而且由电磁波理论得出的结论,都能直接被实验所证实,所以是一个行之有效的分析方法。

为了研究光在各类介质光波导中的传输特性,本书作了如下的安排:第2章讲述介质光波导的电磁波理论、射线光学理论和模式的概念,是后续章节的理论基础。第3~6章阐述光在各类正规光波导(包括平面光波导、金属包层平板介质波导、矩形介质波导、圆光波导)中的传播特性。第7章讲述光波导的横向耦合,包括横向模耦合和光束耦合。第8章讲述光在非正规光波导中的传播问题。

光是波长极短的电磁波,它的传播遵守电磁场的基本规律,即麦克斯韦方程组,因此,从麦克斯韦方程组出发推导出光波传播的一系列基本方程是导波光学的理论基础。在本章中,首先给出电磁场的基本理论,包括麦克斯韦方程组、物质方程和边值关系,单色波所满足的亥姆霍兹方程,正规光波导中模式场的亥姆霍兹方程以及电磁场和模式场的横向分量和纵向分量的关系,作为用电磁场的方法分析光波导的理论基础;然后给出光线在介质中的传播特性,包括光在全反射时产生的相移和古斯-汉欣位移,光在非均匀的介质中传播时,光线轨迹服从的射线方程,作为用射线光学的方法分析光波导的理论基础。在以后各章中,将应用本章给出的基本理论和概念进一步分析光在各类介质波导中的传播特性。

## 2.1 电磁场的基本方程

### 2.1.1 麦克斯韦方程组、物质方程、边值关系

宏观电磁现象可以用电场强度  $E$ 、电位移矢量  $D$ 、磁感应强度  $B$  和磁场强度  $H$  四个矢量来描述。它们是空间位置和时间的函数,它们之间的关系由麦克斯韦方程给出,即

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2-1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2-1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2-1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2-1-4)$$

式中,  $\mathbf{J}$  和  $\rho$  分别是介质中的电流密度与电荷密度。上式中前两个方程是基本方程,后面两式可以通过前面两式取散度并利用电荷守恒定律得到。

要从给定的电流与电荷分布唯一地确定各场矢量,还必须为麦克斯韦方程组补充一些描述物质在电磁场作用下的经验公式,即物质方程。对于最常见的,线性、静止和各向同性的介质来说

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2-1-5)$$

$$\mathbf{H} = \mu \mathbf{H} \quad (2-1-6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2-1-7)$$

这里  $\epsilon, \mu$  和  $\sigma$  分别是介质的电容率、磁导率和电导率。

对于两介质分界面上的点, 麦克斯韦方程组的微分形式不再适应, 但我们可以用它的积分形式推导出两种介质分界面附近电磁场场量之间的关系, 即边值关系。

(1) 电位移矢量法向分量的关系

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \sigma \quad (2-1-8)$$

$\sigma$  为界面上的面电荷密度,  $\hat{\mathbf{n}}$  是界面法线方向的单位矢量。若界面上没有面电荷,  $\sigma = 0$  则  $D_{2n} = D_{1n}$ , 即电位移矢量连续。

(2) 磁感应强度法向分量的关系

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad \text{即} \quad B_{2n} = B_{1n} \quad (2-1-9)$$

(3) 电场强度切向分量的关系

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \quad \text{即} \quad E_{2t} = E_{1t} \quad (2-1-10)$$

(4) 磁场强度切向分量的关系

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \boldsymbol{\alpha} \quad (2-1-11)$$

$\boldsymbol{\alpha}$  为界面处的面电流密度, 若  $\boldsymbol{\alpha} = 0$ , 则有  $H_{2t} = H_{1t}$ 。值得注意的是, 上述方程都只是在静态场或者变化很慢的场情况下得到的, 对于光这种变化速率非常高的电磁场, 物质方程要做一定的修正。

### 2.1.2 亥姆霍兹方程

若我们考虑单色光的情况, 则有

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (2-1-12)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t} \quad (2-1-13)$$

这两式说明在单色光入射的情况下可以把场随时间与空间变化的部分加以分离。这里  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  是场随空间变化的部分, 它们是复矢量, 包括场的方向、幅度和位相, 在以后的各章节中, 为方便,  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  分别用  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  简单表示。

一般情况下, 在光波导中既不存在着自由电荷也不存在着自由电流, 且波导介质是无磁性的, 因此假定  $\rho = 0$ ,  $\mathbf{J} = 0$  且  $\mu = \mu_0$ 。把以上两式代入麦克斯韦方程组和物质方程式(2-1-1)~式(2-1-6), 得单频电磁场的麦克斯韦方程组为

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H} \quad (2-1-14)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\epsilon \mathbf{E} \quad (2-1-15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \mathbf{E} \quad (2-1-16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2-1-17)$$

对式(2-1-14)取旋度有

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = i\omega\mu_0 \nabla \times \mathbf{H}$$

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \nabla \times \mathbf{H}$$

把式(2-1-15)代入上式并利用式(2-1-16)得

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} + \nabla \left( \mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) = 0 \quad (2-1-18)$$

同理可得

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad (2-1-19)$$

其中  $k = \sqrt{\epsilon_r} k_0 = n k_0$  为介质中的波数 ( $n$  为介质的折射率,  $k_0 = \omega/c = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  为真空中的波数)。

以上两式反映了电磁场  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  随空间变化关系的方程, 称它们为亥姆霍兹方程。

### 2.1.3 正规光波导中模式场的亥姆霍兹方程及模式的概念

正规光波导是折射率沿纵向不变的一种波导, 也是最基本、最常见的一种波导, 在本书中主要研究这种波导。为了方便后续章节中各种正规光波导的研究, 下面给出正规光波导的基本方程和相关概念。

正规光波导的电容率可以写成  $\epsilon(x, y, z) = \epsilon(x, y)$ , 因光波沿  $z$  向传播, 故正规光波导中导波的场可以写成

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \quad (2-1-20)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}(x, y) e^{i\beta z} \quad (2-1-21)$$

其中波导横截面的电场和磁场矢量  $\mathbf{E}(x, y)$ 、 $\mathbf{H}(x, y)$  称为模式场, 反映导波在波导内传播速度的特征参量  $\beta$  称为传播常数。把式(2-1-20)代入亥姆霍兹方程式(2-1-18), 考虑到

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E}(x, y, z) &= \nabla_t^2 [\mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z}] + \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z}] \\ &= [\nabla_t^2 \mathbf{E}(x, y)] e^{i\beta z} - \beta^2 \mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \\ \nabla \left( \mathbf{E} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right) &= \nabla_t \left[ \mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \cdot \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right] + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mathbf{E}(x, y) e^{i\beta z} \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] \\ &= \nabla_t \left[ \mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] e^{i\beta z} + i\beta \left[ \mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] e^{i\beta z} \hat{z} \end{aligned}$$

有

$$\nabla_t^2 \mathbf{E}(x, y) + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \mathbf{E}(x, y) + \nabla_t \left[ \mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] + i\beta \left[ \mathbf{E}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] \hat{z} = 0 \quad (2-1-22)$$

同理对于  $\mathbf{H}(x, y)$  可以得到如下方程

$$\nabla_t^2 \mathbf{H}(x, y) + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \mathbf{H}(x, y) + \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \times [\nabla_t \times \mathbf{H}(x, y)] + i\beta \left[ \mathbf{H}(x, y) \cdot \frac{\nabla_t \epsilon}{\epsilon} \right] \hat{z} = 0 \quad (2-1-23)$$

方程式(2-1-22)和式(2-1-23)称为模式场的亥姆霍兹方程。由偏微分方程的理论可知, 模式场的亥姆霍兹方程在给定边界条件下是一个个离散的特征解。每一个特征解与一个特征值相对应, 通解是这些特征解的线性叠加, 当给定初始条件时, 就可以确定特征解前面的系数。在光波导中, 一个特征解就叫这个光波导的一个模式。所以从数学上讲, 模式是满足模式场的亥姆霍兹方程及边界条件的一个特解; 从物理上讲, 模式是正规光波导中光波的一种可能的存在形式, 模式场是正规光波导的光场在横截面上的一种可能的场分布。

### 2.1.4 电磁场和模式场的横向分量与纵向分量的关系

把电磁场  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  分解成  $x$ - $y$  平面内的横向分量  $\mathbf{E}_t$ 、 $\mathbf{H}_t$  与  $z$  方向的纵向分量  $\mathbf{E}_z$ 、 $\mathbf{H}_z$  之和, 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z \quad (2-1-24)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_t + \mathbf{H}_z \quad (2-1-25)$$

把矢量微分算子  $\nabla$  也表示成横向分量与纵向分量之和, 即  $\nabla = \nabla_t + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$ , 再由等式两边的横向与纵向分量分别相等, 式(2-1-14)可以写成

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_t = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_z \quad (2-1-26)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_z + \hat{z} \times \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_t \quad (2-1-27)$$

把式(2-1-20)与式(2-1-21)代入式(2-1-15)同理得

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_z \quad (2-1-28)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_z + \hat{z} \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_t \quad (2-1-29)$$

以上方程给出了电磁场横向分量与纵向分量之间的关系。

把模式场  $\mathbf{E}(x, y)$ 、 $\mathbf{H}(x, y)$  分解为横向分量与纵向分量, 即

$$\mathbf{E}(x, y) = \mathbf{E}_t(x, y) + \mathbf{E}_z(x, y) \quad (2-1-30)$$

$$\mathbf{H}(x, y) = \mathbf{H}_t(x, y) + \mathbf{H}_z(x, y) \quad (2-1-31)$$

把以上两式代入式(2-1-26)~式(2-1-29)得

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_t(x, y) = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_z(x, y) \quad (2-1-32)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_t(x, y) = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_z(x, y) \quad (2-1-33)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{E}_z(x, y) + i\beta \hat{z} \times \mathbf{E}_t(x, y) = i\omega\mu_0 \mathbf{H}_t(x, y) \quad (2-1-34)$$

$$\nabla_t \times \mathbf{H}_z(x, y) + i\beta \hat{z} \times \mathbf{H}_t(x, y) = -i\omega\epsilon \mathbf{E}_t(x, y) \quad (2-1-35)$$

进一步推导得(详细推导见附录 I)

$$\mathbf{E}_t(x, y) = \frac{i}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} [-\omega\mu_0 \hat{z} \times \nabla_t \mathbf{H}_z(x, y) + \beta \nabla_t \mathbf{E}_z(x, y)] \quad (2-1-36)$$

$$\mathbf{H}_t(x, y) = \frac{i}{\omega^2 \mu_0 \epsilon - \beta^2} [\omega\epsilon \hat{z} \times \nabla_t \mathbf{E}_z(x, y) + \beta \nabla_t \mathbf{H}_z(x, y)] \quad (2-1-37)$$

从以上两式可见, 模式场的横向分量可由纵向分量来表示。因此在直接求解模式场横向分量很困难的时候, 可以先求出其纵向分量, 再由式(2-1-36)及式(2-1-37)求出其横向分量。以后我们会在阶跃光纤的精确分析中采用这种方法。

## 2.2 光线在介质中的传播特性

在本节, 我们来研究光线传播的基本理论。实际上, 在光学的发展过程中, 传统几何光学的基本理论, 如在均匀介质中光沿直线传播, 在不同介质分界面上光的反射和折射分别满

足反射和折射定律等,都在波动光学之前就已经提出来了。几何光学的基本方程——程函方程,也可以完全从费马原理得到,而不必借助电磁场理论。但本书中为了使光的传播理论统一在电磁场的理论框架之下,并得到传统几何光学不能得到的一些结果(如光在界面上全反射时产生的相移和古斯-汉欣位移),我们将从电磁场理论出发,用短波长近似(光波的波长比光学系统尺寸小得多时,忽略光波的有限大小波长)来得到光线传播的基本方程。用射线光学理论分析波导的传输特性时,得到的结果物理概念清晰、易于理解,但这种理论只用于分析波导横向几何尺寸远大于光波波长的情况,这也是射线光学理论的局限之处。

### 2.2.1 反射定律、折射定律与全反射

光在通过两种不同介质的分界面时,会发生反射与折射现象,如图 2-1 所示。用电磁场理论进行分析可以导出反射与折射定律。设入射光、反射光与透射光为平面波,光场分别可以表示为

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{H}_0 \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t)} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{E}'_0 \\ \mathbf{H}'_0 \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r} - \omega_r t)} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{E}''_0 \\ \mathbf{H}''_0 \end{pmatrix} e^{i(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega_t t)} \end{cases}$$

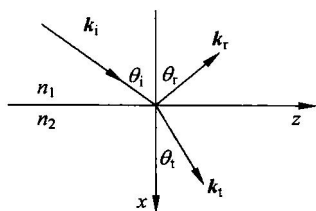


图 2-1 光在两种不同介质分界面上的反射与折射

由边界处  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  的切向分量连续可得

- (1)  $\omega_i = \omega_r = \omega_t$ 。
- (2)  $\theta_i = \theta_r = \theta_t$ ,  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$  ( $\theta_i = \theta_t$ )。
- (3) 入射、反射与折射波都在同一平面内。

由(1)~(3)可以得到反射定律和折射定律。

- (4) 若  $r$  表示反射振幅与入射振幅的比值,则对 TE 模偏振( $\mathbf{E}$  垂直于入射面)的波

$$r_{\text{TE}} = E'_0 / E_0 = \frac{n_1 \cos \theta_1 - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_1 \cos \theta_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (2-2-1)$$

对于 TM 模偏振( $\mathbf{H}$  垂直于入射面)的波

$$r_{\text{TM}} = H'_0 / H_0 = \frac{n_2^2 \cos \theta_1 - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}}{n_2^2 \cos \theta_1 + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (2-2-2)$$

这就是由电磁场边界条件导出的菲涅耳(Fresnel)公式。菲涅耳公式在历史上曾经起过重要作用,但是它不便记忆,用起来并不方便。其中的一个特例,当  $\theta_1 = 0$  时,

$$r_{\text{TE}} = -r_{\text{TM}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

这表明正入射的光,对于 TE 与 TM 偏振,其反射振幅与入射振幅的比值大小是相同的,但其相位差为  $\pi$ 。

当  $n_1 > n_2$  时,折射角将大于入射角。随着入射角的增大,折射角也将变大。当入射角达到某一个临界值  $\theta_c$  时,折射角变为  $\pi/2$ ; 再继续增大入射角,入射到介质分界面上的光全部被反射,这就是全反射现象。



实际上,在全反射时,能量并非不进入  $n_2$  介质,即折射光的瞬时能流并不为零,只是在某一个半周期内能流流入  $n_2$  介质,而在另一个半周期内又从  $n_2$  介质流回来,所以平均能流为零。下面用公式对这一问题进行说明。

在全反射时,  $n_2$  介质中折射波的波矢  $\mathbf{k}_t = k_{tx}\hat{x} + k_{tz}\hat{z}$  的  $x$  分量为

$$\begin{aligned} k_{tx} &= \sqrt{k_t^2 - k_{tz}^2} = \sqrt{(k_1 n_2 / n_1)^2 - k_{tz}^2} \\ &= \sqrt{(k_1 n_2 / n_1)^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_1} = ik_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (n_2 / n_1)^2} = ik \end{aligned}$$

可见  $k_{tx}$  是虚数,那么折射波的电场为

$$\mathbf{E}'' = E''_0 e^{i(\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t)} = E''_0 e^{-\kappa x} e^{i(k_{tz} z - \omega t)}$$

根据式(2-1-14),可以求出磁场强度为

$$\mathbf{H}'' = \frac{\mathbf{k}_t \times \mathbf{E}''}{\omega \mu_0}$$

例如,TE 偏振的电磁场分别可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'' &= E''_0 e^{-\kappa x} e^{i(k_{tz} z - \omega t)} \hat{y} \\ \mathbf{H}'' &= \frac{\mathbf{k}_t \times \mathbf{E}''}{\omega \mu_0} = n_1 E''_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} [i \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (n_2 / n_1)^2} \hat{z} - \sin \theta_1 \hat{x}] e^{-\kappa x} e^{i(k_{tz} z - \omega t)} \end{aligned}$$

所以在分界面上( $x=0$ ) $x$  方向的瞬时能流为

$$S''_x = (\mathbf{E}'' \times \mathbf{H}'')_x = -\frac{n_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - (n_2 / n_1)^2}}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E''_0^2 \sin[2(k_{tz} z - \omega t)]$$

从上式可以看出:对于介质分界面上某一个确定的  $z$  点,  $S''_x$  值正负交替变化,这说明进入  $n_2$  介质的能量和流出  $n_2$  介质的能量交替变化。例如,对  $x=0$  的点,当  $\omega t$  在  $0$  到  $\pi/2$  之间时,  $S_x > 0$ ,这说明有能量经过介质分界面进入  $n_2$  介质;当  $\omega t$  在  $\pi/2$  到  $\pi$  之间时,  $S_x < 0$ ,这说明有能量经过介质分界面流出  $n_2$  介质。所以通过介质分界面进入  $n_2$  介质的平均能流为

$$S''_x = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}'' \times \mathbf{H}''^*)_x = 0$$

总之,进入  $n_2$  介质折射光的电磁场按指数规律衰减,折射光的平均能流为零,这种电磁场称为消逝场。

下面计算在全反射时,反射光相位的变化。若临界  $\theta_c$  由式

$$\sin \theta_c = n_2 / n_1$$

给出,由式(2-2-1),式(2-2-2)得:

(1) 若  $\theta_1 < \theta_c$ ,  $r$  小于 1,说明光只能有部分被反射,相位没有变化或者反相。

(2) 若  $\theta_1 > \theta_c$  则

$$r_{\text{TE}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - i \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_1 \cos \theta_1 + i \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}} = e^{-i2\arctan\left(\frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_1 \cos \theta_1}\right)}$$

令

$$\phi_{\text{TE}} = \arctan\left(\frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_1 \cos \theta_1}\right)$$

$$r_{\text{TE}} = e^{-i2\phi_{\text{TE}}}$$

同理

$$r_{\text{TM}} = e^{-i2\phi_{\text{TM}}}$$