

算法通變本末
乘除通變算寶
法算取用本末
透簾細草

算法通變本末

楊輝編集

編主五雲王

編初成集書叢

種三他其及末本變通法算

中華民國二十五年六月初版

詳

發行人

王雲五
上海河南路

印刷所

商務印書館
上海河南路

發行所

商務印書館
上海及各埠

(本書校對者陳敬衡)

一四五四上

算法通變本末卷上

錢塘楊輝編集

習算綱目

先念九九合數。一一如一。至九九八十一。自小至大。用法不出於此。

學相乘起例竝定位。功課一日。

溫習乘法題目。自一位乘至六位以上。竝定位。功課五日。

學商除起例竝定位。功課一日。

溫習除法題目。自一位除至六位除以上。竝更易定位。功課半月日。

既識乘除起例。收買五曹應用算法二本。依法術。日下兩三問。諸家算法。不循次第。今用二書。以便初學。且未要窮理。但要知如何發問。作如何用法答題。如何用乘除。不過兩月。而五曹應用。已算得七八分矣。詳解算法第一卷。有乘除立問一十三題。專說乘除用體。玩味注字。自然開曉。

諸家算書。用度不出〔乘〕〔除〕〔開方〕三法。起例不出〔如〕〔十〕二字。下算不出〔橫〕〔直〕二位。引而伸之。其機殆無窮盡矣。乘除者。本鈎深致遠之法。指南算法以〔加〕〔減〕〔九歸〕〔求一〕旁求捷徑。學者

豈容不兼而用之。

學加法起例并定位。功課一日

溫習加一位。加二位。加隔位。三日

學減法起例并定位。功課一日

加法乃生數也。減法乃去其數也。有加則有減。凡學減必以加法題答考之。庶知其源。用五日溫習足矣。

學九歸。若記四十四句念法。非五七日不熟。今但於詳解算法九歸題術中。細看注文。便知用意之隙。而念法用法。一日可記矣。

溫習九歸題目。一日

求一本是加減。乃以倍折兼用。故名求一。其實無甚深奧。卻要知識用度。卷後具有題術下法。溫習只須一日。

穿除。又名飛歸。不過就本位商數除數而已。詳解有文。一見而曉。加減至穿除。皆小法也。

商除後。不盡之數。法爲分母。實是分子。若乘而還原。必用〔通分〕。分母分子煩者。必用〔約分〕。諸分母子不齊。而欲併者。必用〔合分〕。分母子有二。較其多寡者。必用〔課分〕。均不齊之分者。則用〔平分〕。斤連

銖兩正帶尺寸亦猶分子非〔乘分除分〕不能治之治分乃用算之喉襟也如不學則不足以知算而諸分竝著九章方田若以日習一法不旬日而周知更以兩月溫習必能開釋張丘建算序云不患乘除爲難而患分母子之爲難以輝言之分子本不爲難不過位煩創析諸分不致差錯而已矣

開方乃算法中大節目勾股旁要演段鎖積多用例有七體一曰開平方二曰開平圓三曰開立方四曰開立圓五曰開分子方六曰開三乘以上方七曰帶從開方竝載少廣勾股二章作一日學一法用兩月演習題目須討論用法之源庶久而無失忘矣

九章二百四十六問固是不出乘除開方三術但下法布置尤宜編歷如〔互乘五段維乘列衰方程〕竝列圖于卷首

九章二百四十六問除習過乘除諸分開方自餘〔方田粟米〕只須一日下編〔衰分〕功在立衰〔少廣〕全類合分〔商功〕皆是折變〔均輸〕取用衰分互乘每一章作三日演習〔盈不足方程勾股〕用法頗雜每一章作四日演習更將九章纂類消詳庶知用算門例九章之義盡矣

事物紀原載勾股旁要本是兩章今總爲一章詳觀法意實是兩端劉徽以旁要之術變重差減積爲海島九問劉益以勾股之術治演段鎖方議議古根源二百問帶益隅開方實冠前古九章序云或得一以能自成一家人之書信矣但海島題法隱奧莫得其秘李淳風雖注祇云下法亦不曾說其源議古

根源元無細草。但依術演算。亦不知其旨。自九章勾股而有二書。因二書增續諸家之妙。序又云。九章猶儒者之六經。醫家之難素。兵法之孫子。歟。是故勉學者知九章矣。

乘除加減用法

上乘商除。用言如對身。言十過身。

乙三如川。添一箇三。是二三如丁。又添一箇三。是三三如𠂔。皆不出本位。故曰言如對身。三三如𠂔上。更添一箇三。是三四十二。其十揭歸上位。對下零。故曰言十過身。

下乘加減。用言十當身。言如下布。

上乘臨了乘實位。故取言十過身。言如對身。下乘與加減。竝以實爲首位。凡言十者當身布起。若言如數。從次位布起。故法言十當身。言如下布。

辨因乘損三法卽一

指南算曰。衆位名乘。兩位三位以上單位名因。一位名損。一位殊不思三位法乘一位實。仍是一位實。因三位法。知此而因與乘。初無異也。古人立相乘二字。法實通用。尤爲有證。又曰。上生出者名(因)爲乘。以一乘九。謂之因。又曰。口誦者爲因。下(損)出者亦爲乘。十損一。得九十卽一也。如此因與損。卽乘之易名也。

因損一體圖。生數爲因。名乘退數爲損名乘。

〔九因〕〔八因〕〔七因〕〔六因〕〔五因〕〔四因〕〔三因〕〔二因〕

○九 八 七 六 五 四 三 二 一

○○ 八 七 六 五 四 三 二 一

○○ ○ 七 六 五 四 三 二 一

○○ ○ ○ 六 五 四 三 二 一

○○ ○ ○ ○ 五 四 三 二 一

○○ ○ ○ ○ ○ 四 三 二 一

○○ ○ ○ ○ ○ ○ 三 二 一

○○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ 二 一

〔損一〕〔損二〕〔損三〕〔損四〕〔損五〕〔損六〕〔損七〕〔損八〕

上乘身前因。及商除物求價。竝法尾之數定實。
下乘加減損。并商除價求物。竝法首之數定實。
九歸法首是千。實上定百。法首是百。實上定十。
相乘六法。一曰單因。二曰重因。三曰身前因。四曰相乘。五曰重乘。六曰損乘。
〔單因〕法曰。置衆位爲實。陰記單位爲法。從上位因起。言十過身。言如就身改之。
定位如乘。

議曰。因法不獨能乘而亦能除。定位如除。以單因引用新術。
解錢九貫文。月利一分八釐。在庫十一箇月零十七日。問息錢若干。

〔答曰〕一貫八百七十三文八分。

術曰。〔三因〕月數皆通爲日而併零日。日上定分以所解錢數〔九因〕。又日利〔六因〕。爲息解。一貫月利十八文。日得六分。故用六因。

草曰。置十一箇月。以〔三因〕併零日。共三百四十七。以所解錢數〔九〕〔貫〕因之。又日利〔六〕〔分〕〔因〕之。合問。

三角垛底面七箇。問積幾何。日用有圖。

〔答曰〕八十四箇。

術曰。置底面數張三位。本位不加。中加一下。加二。於內取一位。可以六除者。六除訖。以三位相乘。爲積。草曰。置底層七箇。張三位。一闊一長一高。本位七箇。不加。中加一。八箇。下加二。九箇。內取九箇。可用六除。爲一箇半。以〔七因〕之。又〔八因〕之。合問。

又三角垛底層四箇。問積幾何。

〔答曰〕二十箇。

草曰：置底層四箇，副置中位加一五箇，副置下位加二六箇，遇六數不用直以〔五四〕相〔因〕得積，不用六因，亦免六除，合問。

四隅垛底層六箇，問積幾何。

〔答曰〕九十一箇。

術曰：置底層數，張三位，上不加，中加半，下加一，內取一位可三除者，除訖，三位相乘，爲積。

草曰：置底層六箇，張三位，一圓一長一高，上不加，中加半，六箇半，下加一七箇，內上位六箇三除，爲

〔二〕以〔因〕六箇半，又〔七因〕之，合問，以六爲二，免三除也。

每人給米五斗，共支二百四十六石，問給幾人。

〔答曰〕四百九十二人。

草曰：置米數，二百四十六石，石上定人〔二因〕爲人數。

三千三百三十三人，共支米二千七百四十六石，問各幾何。

〔答曰〕八斗二升三合八勺，總餘二斗七升四合六勺。

術曰：〔三因〕以代三煩爲除，於元實退四位，爲不盡零數。

草曰：置米數，二千七百四十六石，爲實，退四位，先命爲除，不盡零數，二斗七升四合六勺，〔三因〕元米。

合問。定位如除人上得斗。

吉布二十五匹。稅一。今有二千七百四十六匹。匹法四十八尺。問稅幾匹。

〔答曰〕一百九匹四十尺三寸二分。

術曰。〔四因〕以代二十五除也。

草曰。置布數二千七百四十六匹。〔四因〕得一百九匹。餘八分四釐。遇零分。以〔六因〕又〔八因〕爲尺爲寸合問。

錢二千七百四十六貫。買田。每畝二十貫。問共買幾畝。

〔答曰〕一百三十七畝七十二步。

術曰。〔五因〕以代二除也。

草曰。置總錢二千七百四十六貫。於百貫上定得畝數。〔五因〕得一百三十七畝。餘三分。遇零分。〔三因〕又〔八因〕爲步數合問。

支錢二千七百四十六貫。買綾。每一丈價值一貫六百六十六文。問合買若干。

〔答曰〕一千六百四十七丈六尺。總餘一貫九十八文四分。

術曰。〔六因〕以代一六六六除也。

草曰置總錢二千七百四十六貫如商除貫上定得丈〔六因〕得一千六百四十七丈六尺副置元錢退四位貫上定分〔四因〕爲除不盡零數一貫九十八文四分或零錢盈尺價者再用本法〔六因〕併之命零合問

錢二千七百四十六貫買銀每兩一十四貫二百八十五文問共買得幾何

〔答曰〕一百九十二兩二錢二分總餘一十二文七分三釐

術曰〔七因〕以代一四二八五除也

草曰置總錢二千七百四十六貫如商除定位十貫上定兩〔七因〕得一百九十二兩二錢二分副置元實折半五退爲不盡零錢元實折半五退得一十三文七分三釐合問

細物一十二斤半稅一今有二千七百四十六斤問稅幾何

〔答曰〕二百一十九斤一十兩八錢八分

術曰〔八因〕以代一二五除也

草曰置斤數二千七百四十六斤於百斤上定稅兩〔八因〕得二百一十九斤六分八釐斤外零分加六爲兩於六分八釐上加六得一十兩八錢八分合問

粟二千七百四十六石給一千一百一十一人問各幾何

〔答曰〕二石四斗七升一合四勺。總餘二斗七升四合六勺。

術曰〔九因〕以代繁一除也。

草曰置粟數二千七百四十六石如商除人上定得石〔九因〕得二石四斗七升一合四勺副置元粟退四位爲除不盡餘數得二斗七升四合六勺合問。

〔重因〕術曰法數如九九合數者則用重因得六十三用七因九因如四十八用六因八因〔定位〕如乘絹二百七十四匹每匹四十八尺問共幾尺。

〔答曰〕一萬三千一百五十二尺。

草曰置絹數三百七十四匹於匹上定得尺〔六因〕又〔八因〕之金二百七十四兩每兩二十四銖問共幾銖。

〔答曰〕六千五百七十六銖。

草曰置兩數二百七十四於兩上定銖〔三因〕又〔八因〕之。

田二百四十步爲畝亦用此術但移定位。

〔身前因〕謂自十一至十九可於十後加零而十卽一也何二十一至九十一不可於身前用因乎術曰。

置實數爲身以一前之數於身前如因法求之言如身前步位言十身前二位下起〔定位〕〔如乘〕。

二百三十二斤。每斤三十一文。問錢幾何。

〔答曰〕七貫一百九十二文。

草曰。置斤數爲身。斤上定文於〔身前〕〔三因〕之。

定文

二斤

三十三

二百

云三身
前下如六陸

三

云三身

前下如九壹

二

云三身
前下如六

貳文

玖拾

壹百

柒貫

二百三十四斤。每斤四百一十文。問錢幾何。

〔答曰〕九十五貫九百四十文。

草曰。置斤數爲身。斤上定十。於〔身前四因〕之。

定十文四斤

三十三

二百

云四身
前下如八捌

三

云三身

前下十二

肆

身

云四身
前下十六

肆拾

玖百

玖拾

草曰置價錢爲法。二十三貫一百二十一文約之。先以九約。又以七約。乃見三百六十七。更不可約也。以約餘之數。三百六十七乘斤數。三萬八千三百六十七斤。得一萬四千八十貫六百八十九文。卻以元約〔七九〕之數。作六十三文乘之。

〔損乘〕即下乘也。上乘以生數。下乘即損數。術曰。九乘者損一。十去其一。即九。八乘者損二。十去其二。即八。七乘者損三。十去其三。即七。六乘者損四。五乘者折半。折半即是損五。四乘者損六。三乘者損七。二乘者損八。竝自末位求起。即下乘也。是反用九歸之術。〔定〕

官文錢二萬六千四百一十貫。每貫除頭子錢伍拾陸文。問共得若干。

〔答曰〕一百四十七貫八百九十六文。

草曰。五十六本是七因八因。今易爲損法。當先用〔損三〕以代〔七因〕。置二萬六千四百一十貫。於十貫上定百後末位損三。得一百八十四貫八百七十。又用〔損二〕以代八因。而得答數。

商除二法。定位二法。

〔其一實□法〕〔步〕術曰。置出率爲實。以求率爲法。以法商實。命九九合數。言十過法身。言如對法身。除之。詳解算法有注。

〔其二實□□法〕術曰。易法爲實。易實爲法。以法商實。命九九言十過法身。言如對法身。除之。

定位以價爲法求物數者以法首之數定實以物數爲法求價者隨法尾所指處定爲所得

出錢七百二十九貫買物每兩二貫四百三十文問物幾兩

〔答曰〕三百兩

其一術草曰置出率爲實七百二十九貫以求率爲法二貫四百三十法首與實首相頂置位定兩文三百兩上三以法首之數定實法首是貫於貫上定得兩約至百貫上定百兩上商置三百兩以法除之適盡合問出錢二貫四百三十文買物七千二百九十枚問買幾何

〔答曰〕二錢買三枚

其二術草曰置物數爲實七千二百九十易錢數爲法二貫四百三十法首與實首相頂置位收三隨法尾所指處爲所得法尾是十文上指實十枚即知一文得一枚也上商三即得三枚以法除之適盡合問