高职高专经管类专业基础课辅导系列

GAOZHI GAOZHUAN JINGGUANLEI ZHUANYE JICHUKE FUDAO XILIE

JINGJI SHUXUE JICHU

《经济数学基础》学习指导

◎ 主编：林 娟

厦门大学出版社

JINGJI SHUXUE JICHU

高职高专经管类专业基础课辅导系列

《经济数学基础》学习指导

◎主　编：林　娟
◎编写者：林　娟　陈艳平

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

《经济数学基础》学习指导/林娟主编.—厦门:厦门大学出版社,2007.8
(高职高专经管类专业基础课辅导系列)
ISBN 978-7-5615-2758-0

Ⅰ.经… Ⅱ.林…Ⅲ.经济数学-高等学校:技术学校-教学参考资料 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 110057 号

内容提要

全书各章均由习题解答(配套教材《经济数学基础》所包含)、自测题、自测题解答三个部分组成.

在习题解答中将知识点融入解题中,在夯实"三基"的同时,充分体现"学以致用".基本上各章的自测题与自测题解答均含三个层次:A 层(加强基础)、B 层(充实提高)、C 层(拓展能力).读者通过 A 层→B 层→C 层递进式的训练,不仅能提高对所学知识点的理解和掌握程度,训练科学的解题方法与解题技巧,扩展读者的思维能力和解决实际问题的能力,而且能增强读者攻克困难的信心.

厦门大学出版社出版发行
(地址:厦门大学　邮编:361005)
http://www.xmupress.com
xmup @ public.xm.fj.cn
厦门昕嘉莹印刷有限公司印刷
(厦门市前埔东路 555 号　邮编:361009)
2007 年 8 月第 1 版　2007 年 8 月第 1 次印刷
开本:787×960　1/16　印张:24.75
字数:431 千字　印数:1～3 000 册
定价:32.00 元

前　言

本书是《经济数学基础》(林娟主编,厦门大学出版社2007年6月)的辅导教材.

本书章序、记号与配套教材《经济数学基础》一致. 全书各章均由习题解答(配套教材《经济数学基础》所包含)、自测题、自题解答三个部分组成.

(1)习题解答:将知识点融入解题中,在夯实"三基"的同时,充分体现"学以致用". 同时,对教材的一些重点、难点也再提取出来,加以阐述,以引起着重的关注.

(2)自测题:各章的自测题基本均含三个层次:A层、B层、C层. A层是基础测试,主要考查读者对所学知识点的到位的理解程度;B层是基础测试提高版,考查读者对所学知识点基本掌握和较熟练应用的程度;C层是能力测试,考查读者对所学知识的熟练掌握和灵活应用程度.

(3)自测题解答:逐个给出解答为读者提供参考或核对的方便,强调对基本概念透彻理解,训练读者科学的解题方法与技巧,让不同层次的读者都"有所学,亦有所得". 读者通过A层→B层→C层递进式的训练,不仅能提高对所学知识点的理解和掌握程度,训练科学的解题方法与解题技巧,扩展思维能力和解决实际问题的能力,而且能增强攻克困难的信心.

值得一提的是,在习题及自测题中,一些题目提供了好几种解法,训练读者解题技巧,开阔思路.

本书共十二章,第一章至第六章由林娟(福建商业高等专科学校)负责编写,第七章至第十二章由陈艳平(福建商业高等专科学校)负责编写. 林娟担任主编.

本书虽是《经济数学基础》的辅导教材,但也可以作为其他教材的参考书.

本书在编写过程中，得到了福建商业高等专科学校领导和厦门大学出版社的鼎力支持，在此深表感谢.

由于编者的水平和学识有限，书中疏漏和错误之处在所难免，恳请同行和广大读者批评指正. 欢迎大家通过邮件与作者联系，作者的电子邮件地址：ljfjsygdzkxx@yahoo.com.cn.

作者

2007 年 7 月

目　　录

第一章

函数的极限与连续

学习指导及“习题一”参考答案

(A 层)

1.

求函数的定义域，关键是要使函数有意义.(1) 分母不能为零，即若 $y=\frac{1}{x}$，则 $x\neq 0$；(2) 若开偶次方，被开方数应不小于零，即若 $y=\sqrt[2m]{x}$，$m\in \mathbf{Z}^{+}$，则 $x\geqslant 0$；(3) 对数的真数为正数，即若 $y=\log_a x$，则 $x>0$；(4) 反三角函数 $y=\arcsin x$ 与 $y=\arccos x$ 的定义域为$[-1,1]$；(5) 反三角函数 $y=\arctan x$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$；(6) 反三角函数 $y=\operatorname{arccot} x$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$.

(1) **解** 由

$$2x+1\geqslant 0,$$

可得

$$x\geqslant -\frac{1}{2},$$

所以函数 $y=\sqrt{2x+1}$ 的定义域为$\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$.

(2)$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$.

(3)$(-\infty,-2)\cup(-2,3)\cup(3,+\infty)$.

(4) **解** 依题意,得

$$\begin{cases} x>0 \\ -1\leqslant\dfrac{x-2}{3}\leqslant 1 \end{cases},$$

解该不等式组,得

$$0<x\leqslant 5,$$

所以原函数的定义域为$(0,5]$.

(5)$(-2,2)$.

(6)$[-1,0)\cup(0,1]$.

2.

> 对于一个已知函数,若给定一个自变量 $x_0\in D_f$,必有一个因变量 $f(x_0)$ 与之对应.

(1) **解** $f(0)=\sqrt{0^2+1}=1, f(-1)=\sqrt{2}$,

$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{2}, f(a)=\sqrt{a^2+1}, f(x-1)=\sqrt{x^2-2x+2}$.

(2) $f(-x)=\dfrac{1-(-x)}{1+(-x)}=\dfrac{1+x}{1-x}$,

$$f(x+1)=-\frac{x}{2+x}, f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x-1}{x+1},$$

$$f[f(x)]=f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\frac{1-\dfrac{1-x}{1+x}}{1+\dfrac{1-x}{1+x}}=x.$$

(3)$f(x+\Delta x)=(x+\Delta x)^2, f(x+\Delta x)-f(x)=2x\cdot\Delta x+(\Delta x)^2$.

3.

> 当且仅当两个函数的定义域相同,对应法则也相同时,它们才是相同的函数.

(1) **解** 由于函数 $f(x)$ 的定义域为$(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$,而函数 $g(x)$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,所以它们不是相同的函数.

(2) 不是相同的函数.

4.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D_f 关于原点对称，如果任给 $x\in D_f$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数；如果任给 $x\in D_f$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数.

(1) **解** 因为

$$f(-x)=6(-x)-(-x)^5=-(6x-x^5)=-f(x),$$

所以原函数为奇函数.

(2) 偶函数；(3) 奇函数；(4) 偶函数；(5) 非奇非偶函数；(6) 偶函数.

5.

函数中若含有绝对值的应先去绝对值符号，$|x|=\begin{cases}-x & x<0\\ x & x\geqslant 0\end{cases}$.

解 由于当 $2x-7<0$ 时，$|2x-7|=-(2x-7)$；当 $2x-7\geqslant 0$ 时，$|2x-7|=2x-7$，所以

$$f(x)=\begin{cases}6-[-(2x-7)] & 2x-7<0\\ 6-(2x-7) & 2x-7\geqslant 0\end{cases},$$

故

$$f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<\dfrac{7}{2}\\ 13-2x & x\geqslant\dfrac{7}{2}\end{cases}.$$

6.

求分段函数在点 x_0 处的函数值，关键是判断 x_0 属于哪一段.

解 因为 $-1<0$，所以 $f(-1)=e^{-1}$，同理得 $f(0)=e^0=1$，$f(3)=3^2=9$.

7.

设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义，如果任给 $x_1,x_2\in(a,b)$，当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内是单调增加的（或单调减少的）.

(1) 解　任给 $x_1,x_2\in(-\infty,+\infty)$，设 $x_1<x_2$，则有

$$f(x_2)-f(x_1)=x_2^{\ 3}-x_1^{\ 3}=(x_2-x_1)(x_2^{\ 2}+x_1x_2+x_1^{\ 2})$$
$$=(x_2-x_1)\left[\left(x_2+\frac{1}{2}x_1\right)^2+\frac{3}{4}x_1^{\ 2}\right]>0,$$

即 $f(x_1)<f(x_2)$，所以函数 $y=x^3$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上是单调递增的.

(2) 函数 $y=x^2+1$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上是单调递减的.

(3) 函数 $y=\sin x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 上是单调递增的.

8.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D_f，值域为 R_f，并且对任何一个 $y\in R_f$，都可以由 $y=f(x)$ 在 D_f 内确定唯一的一个 x 与之对应，则得到一个定义域为 R_f，值域为 D_f，以 y 为自变量，以 x 为因变量的函数 $x=\varphi(y)$，我们称这个函数为函数 $y=f(x)$ 的反函数，并记为 $x=f^{-1}(y)$. 习惯上，用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，即函数 $y=f(x)$ 的反函数常记为 $y=f^{-1}(x)$.

(1) 解　由

$$y=2x+1,$$

可得

$$x=\frac{y-1}{2},$$

所以原函数的反函数为

$$f^{-1}(x)=\frac{x-1}{2}.$$

(2) $f^{-1}(x)=x^3+1$；(3) $f^{-1}(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$，$x\neq 1$.

9.

如果函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f，函数 $u=\varphi(x)$ 的值域为 R_φ，并且 $D_f\cap R_\varphi\neq\varnothing$，那么称 $f[\varphi(x)]$ 为 x 的复合函数，其中 x 称为自变量，y 称为因变量，u 称为中间变量.

(1) 解　函数 $y=\arcsin u$ 的定义域 $D=[-1,1]$，函数 $u=(1-x)^2$ 的值域 $R=(-\infty,+\infty)$，所以 $D\cap R\neq\varnothing$（$\varnothing$ 表示空集），因此函数 $y=\arcsin u$

与 $u=(1-x)^2$ 可以构成复合函数，把 $u=(1-x)^2$ 代入 $y=\arcsin u$ 得 $y=\arcsin(1-x)^2$，定义域为 $[0,2]$.

(2) $y=\ln(4-x^2)$，$(-2,2)$.

(3) $y=\sqrt{\ln(2x^2+7)}$，$(-\infty,+\infty)$.

(4) $y=3\sin^2 x$，$(-\infty,+\infty)$.

10. (1) **解** 函数 $y=\sqrt[3]{3x+5}$ 是由函数 $y=\sqrt[3]{u}$ 与函数 $u=3x+5$ 复合而成的.

(2) $y=\ln u, u=x^3-2x+7$.

(3) $y=u^2, u=\sin x$.

(4) $y=\sin u, u=x^2$.

(5) $y=2^u, u=\sin v, v=x-1$.

(6) $y=\arcsin u, u=e^v, v=x^2$.

(7) $y=\ln u, u=\tan v, v=\dfrac{x}{4}$.

(8) $y=\dfrac{1}{2}\sqrt{u}, u=\sin v, v=\ln x$.

11. **解** 设用电量为 x 千瓦时时，电费为 y 元，依题意，得

$$y=\begin{cases}0.45x & x\leqslant 150\\ 150\times 0.45+(x-150)\cdot 0.47 & 150<x\leqslant 400,\\ 150\times 0.45+250\times 0.47+(x-400)\cdot 0.57 & x>400\end{cases}$$

即

$$y=\begin{cases}0.45x & x\leqslant 150\\ 0.47x-3 & 150<x\leqslant 400.\\ 0.57x-43 & x>400\end{cases}$$

12. $y=\begin{cases}80x & x\leqslant 100\\ 64x+1600 & x>100\end{cases}$.

13. $C(q)=18+2q$（万元），$0<q\leqslant 100$.

14. (1) 收益 $R=21q-3q^2$（元），利润 $L=-5q^2+14q+3$（元）.

(2) 5.5 元.

15.

设数列 $\{x_n\}$，如果当 n 无限增大时，x_n 无限地接近于某一个确定的常数 A，则称该常数 A 是数列 $\{x_n\}$ 的极限，或称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 A，记为 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$，或 $x_n\to A(n\to\infty)$.

(1)0；(2)3；(3)1；(4) 无极限；(5)0；(6)1.

16.

1. 设函数 $y=f(x)$ 在 x_0 的某一左半邻域$(x_0-\delta,x_0)$内有定义，当 x 从 x_0 的左侧无限接近于 x_0 时，对应的函数值 $f(x)$ 无限地接近于某一确定常数 A，则称常数 A 为函数 $y=f(x)$ 在 x_0 点的左极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$，或 $f(x)\to A(x\to x_0^-)$. 类似地，定义右极限 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$.

2. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 的充分必要条件是 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$.

解　如图 1-1 所示，可知

$$\lim_{x\to 0^-}f(x)=1,\lim_{x\to 0^+}f(x)=1,$$

所以

$$\lim_{x\to 0}f(x)=1.$$

如图 1-2 所示，可知

$$\lim_{x\to 0^-}g(x)=-1,\lim_{x\to 0^+}g(x)=1,$$

$\lim\limits_{x\to 0^-}g(x)\neq\lim\limits_{x\to 0^+}g(x)$，故$\lim\limits_{x\to 0}g(x)$ 不存在.

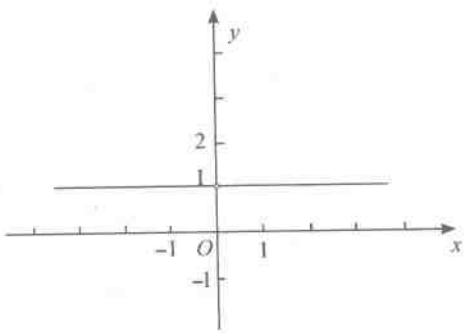

图 1-1

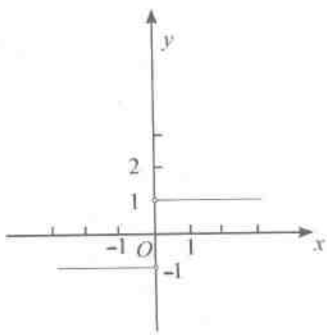

图 1-2

17.(同第 16 题)

(1) 略. (2)0、2. (3) 不存在.

18.(同第 16 题)1，不存在.

19.(同第 16 题) 不存在.

20.

如果 $\lim f(x)=A$，$\lim g(x)=B$，则

(1) $\lim[f(x)\pm g(x)]=\lim f(x)\pm\lim g(x)=A\pm B$；

(2) $\lim[f(x)g(x)]=\lim f(x)\cdot\lim g(x)=AB$；

(3) 当 $B\neq 0$ 时，$\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim f(x)}{\lim g(x)}=\dfrac{A}{B}$.

(1)

如果函数 $f(x)$ 是多项式或者是当 $x\to x_0$ 时分母不为零的分式函数，那么 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$.

解 因为 $x^2+4=\dfrac{x^2+4}{1}$，且 $1\neq 0$，所以

$$\lim_{x\to 2}(x^2+4)=2^2+4=8.$$

(2)

如果 $f(x)$ 是分式函数，且当 $x\to x_0$ 时分子、分母的极限分别为 0，这时要先化简(因式分解或分母有理化等)，再求函数的极限值.

解

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x+1}=\frac{1-1}{1+1}=0.$$

(3)(同第 20(2) 题)5.

(4)(同第 20(2) 题)27.

(5)(同第 20(2) 题)$2x$.

(6) **解**

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{1}{1+x}-\frac{3}{1+x^3}\right)=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{1+x^3}=\lim_{x\to -1}\frac{(x-2)(x+1)}{(1+x)(1-x+x^2)}$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{x-2}{1-x+x^2}=\frac{-1-2}{1+1+(-1)^2}=-1.$$

(7)(第同 20(2) 题)

解

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$