

高职高专经管类专业基础课辅导系列

GAOZHI GAOZHUAN JINGGUANLEI ZHUANYE JICHUKE FUDAO XILIE

JINGJI
HUXUE
JICHU

《经济数学基础》

学习指导

◎ 主编：林 娟

厦门大学出版社

JINGJI
HUXUE
JICHU

高职高专经管类专业基础课辅导系列

《经济数学基础》

学习指导

◎主 编：林 娟
◎编写者：林 娟 陈艳平

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

《经济数学基础》学习指导/林娟主编. —厦门:厦门大学出版社, 2007. 8

(高职高专经管类专业基础课辅导系列)

ISBN 978-7-5615-2758-0

I. 经… II. 林… III. 经济数学-高等学校:技术学校-教学参考资料 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 110057 号

内容提要

全书各章均由习题解答(配套教材《经济数学基础》所包含)、自测题、自测题解答三个部分组成。

在习题解答中将知识点融入解题中,在夯实“三基”的同时,充分体现“学以致用”,基本上各章的自测题与自测题解答均含三个层次:A层(加强基础)、B层(充实提高)、C层(拓展能力),读者通过A层→B层→C层递进式的训练,不仅能提高对所学知识的理解和掌握程度,训练科学的解题方法与解题技巧,扩展读者的思维能力和解决实际问题的能力,而且能增强读者攻克困难的信心。

厦门大学出版社出版发行

(地址:厦门大学 邮编:361005)

<http://www.xmupress.com>

xmup@public.xm.fj.cn

厦门昕嘉莹印刷有限公司印刷

(厦门市前埔东路 555 号 邮编:361009)

2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

开本:787×960 1/16 印张:24.75

字数:431 千字 印数:1~3 000 册

定价:32.00 元

如有印装质量问题请与承印厂调换

前 言

本书是《经济数学基础》(林娟主编,厦门大学出版社 2007 年 6 月)的辅导教材。

本书章序、记号与配套教材《经济数学基础》一致,全书各章均由习题解答(配套教材《经济数学基础》所包含)、自测题、自题解答三个部分组成。

(1)习题解答:将知识点融入解题中,在夯实“三基”的同时,充分体现“学以致用”,同时,对教材的一些重点、难点也再提取出来,加以阐述,以引起着重的关注。

(2)自测题:各章的自测题基本均含三个层次:A 层、B 层、C 层。A 层是基础测试,主要考查读者对所学知识点到位的理解程度;B 层是基础测试提高版,考查读者对所学知识点基本掌握和较熟练应用的程度;C 层是能力测试,考查读者对所学知识的熟练掌握和灵活应用程度。

(3)自测题解答:逐个给出解答为读者提供参考或核对的方便,强调对基本概念透彻理解,训练读者科学的解题方法与技巧,让不同层次的读者都“有所学,亦有所得”。读者通过 A 层→B 层→C 层递进式的训练,不仅能提高对所学知识的理解和掌握程度,训练科学的解题方法与解题技巧,扩展思维能力和解决实际问题的能力,而且能增强攻克困难的信心。

值得一提的是,在习题及自测题中,一些题目提供了好几种解法,训练读者解题技巧,开阔思路。

本书共十二章,第一章至第六章由林娟(福建商业高等专科学校)负责编写,第七章至第十二章由陈艳平(福建商业高等专科学校)负责编写。林娟担任主编。

本书虽是《经济数学基础》的辅导教材,但也可以作为其他教材的参考书。

本书在编写过程中,得到了福建商业高等专科学校领导和厦门大学出版社的鼎力支持,在此深表感谢.

由于编者的水平和学识有限,书中疏漏和错误之处在所难免,恳请同行和广大读者批评指正.欢迎大家通过邮件与作者联系,作者的电子邮件地址:ljfjsygdzkxx@yahoo.com.cn.

作者

2007年7月

目 录

前 言

第一章 函数的极限与连续	(1)
学习指导及“习题一”参考答案	(1)
A 层	(1)
B 层	(13)
C 层	(16)
自测题	(19)
A 层	(19)
B 层	(21)
C 层	(23)
自测题参考答案	(25)
A 层	(25)
B 层	(29)
C 层	(31)
第二章 导数与微分	(35)
学习指导及“习题二”参考答案	(35)
A 层	(35)
B 层	(40)
C 层	(43)
自测题	(45)
A 层	(45)
B 层	(47)
C 层	(48)
自测题参考答案	(50)
A 层	(50)

B 层	(53)
C 层	(55)
第三章 导数的应用	(59)
学习指导及“习题三”参考答案	(59)
A 层	(59)
B 层	(68)
C 层	(70)
自测题	(72)
A 层	(72)
B 层	(74)
C 层	(76)
自测题参考答案	(78)
A 层	(78)
B 层	(81)
C 层	(84)
第四章 不定积分	(88)
学习指导及“习题四”参考答案	(88)
A 层	(88)
B 层	(97)
C 层	(98)
自测题	(100)
A 层	(100)
B 层	(101)
C 层	(103)
自测题参考答案	(105)
A 层	(105)
B 层	(108)
C 层	(110)
第五章 定积分	(113)
学习指导及“习题五”参考答案	(113)
A 层	(113)
B 层	(120)
C 层	(122)

自测题	(124)
A 层	(124)
B 层	(125)
C 层	(127)
自测题参考答案	(129)
A 层	(129)
B 层	(133)
C 层	(136)
第六章 多元微分初步	(140)
学习指导及“习题六”参考答案	(140)
A 层	(140)
自测题	(145)
A 层	(145)
自测题参考答案	(146)
A 层	(146)
第七章 行列式	(148)
学习指导及“习题七”参考答案	(148)
A 层	(148)
B 层	(153)
C 层	(158)
自测题	(163)
A 层	(163)
B 层	(166)
C 层	(169)
自测题参考答案	(174)
A 层	(174)
B 层	(175)
C 层	(182)
第八章 矩阵	(191)
学习指导及“习题八”参考答案	(191)
A 层	(191)
B 层	(196)
C 层	(201)

自测题	(207)
A 层	(207)
B 层	(210)
C 层	(212)
自测题参考答案	(216)
A 层	(216)
B 层	(222)
C 层	(228)
第九章 线性方程组	(237)
学习指导及“习题九”参考答案	(237)
A 层	(237)
B 层	(243)
C 层	(250)
自测题	(254)
A 层	(254)
B 层	(257)
C 层	(260)
自测题参考答案	(264)
A 层	(264)
B 层	(268)
C 层	(275)
第十章 随机事件及其概率	(283)
学习指导及“习题十”参考答案	(283)
A 层	(283)
B 层	(288)
C 层	(292)
自测题	(298)
A 层	(298)
B 层	(300)
C 层	(303)
自测题参考答案	(306)
A 层	(306)
B 层	(309)

C 层	(312)
第十一章 随机变量的分布及其数字特征	(315)
学习指导及“习题十一”参考答案	(315)
A 层	(315)
B 层	(319)
C 层	(323)
自测题	(328)
A 层	(328)
B 层	(331)
C 层	(334)
自测题参考答案	(337)
A 层	(337)
B 层	(339)
C 层	(342)
第十二章 数理统计初步	(349)
学习指导及“习题十二”参考答案	(349)
A 层	(349)
B 层	(354)
C 层	(358)
自测题	(363)
A 层	(363)
B 层	(366)
C 层	(369)
自测题参考答案	(373)
A 层	(373)
B 层	(376)
C 层	(380)

第一章

函数的极限与连续

学习指导及“习题一”参考答案

(A 层)

1.

求函数的定义域,关键是要使函数有意义.(1)分母不能为零,即若 $y = \frac{1}{x}$,则 $x \neq 0$; (2)若开偶次方,被开方数应不小于零,即若 $y = \sqrt[2m]{x}$, $m \in \mathbf{Z}^+$,则 $x \geq 0$; (3)对数的真数为正数,即若 $y = \log_a x$,则 $x > 0$; (4)反三角函数 $y = \arcsin x$ 与 $y = \arccos x$ 的定义域为 $[-1, 1]$; (5)反三角函数 $y = \arctan x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$; (6)反三角函数 $y = \operatorname{arccot} x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

(1) 解 由

$$2x + 1 \geq 0,$$

可得

$$x \geq -\frac{1}{2},$$

所以函数 $y = \sqrt{2x+1}$ 的定义域为 $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

(2) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.

(3) $(-\infty, -2) \cup (-2, 3) \cup (3, +\infty)$.

(4) 解 依题意, 得

$$\begin{cases} x > 0 \\ -1 \leq \frac{x-2}{3} \leq 1 \end{cases}$$

解该不等式组, 得

$$0 < x \leq 5,$$

所以原函数的定义域为 $(0, 5]$.

(5) $(-2, 2)$.

(6) $[-1, 0) \cup (0, 1]$.

2.

对于一个已知函数, 若给定一个自变量 $x_0 \in D_f$, 必有一个因变量 $f(x_0)$ 与之对应.

(1) 解 $f(0) = \sqrt{0^2 + 1} = 1, f(-1) = \sqrt{2},$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{5}}{2}, f(a) = \sqrt{a^2 + 1}, f(x-1) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}.$$

(2) $f(-x) = \frac{1 - (-x)}{1 + (-x)} = \frac{1+x}{1-x},$

$$f(x+1) = -\frac{x}{2+x}, f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x-1}{x+1},$$

$$f[f(x)] = f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1 - \frac{1-x}{1+x}}{1 + \frac{1-x}{1+x}} = x.$$

(3) $f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2, f(x + \Delta x) - f(x) = 2x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2.$

3.

当且仅当两个函数的定义域相同, 对应法则也相同时, 它们才是相同的函数.

(1) 解 由于函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$, 而函数 $g(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 所以它们不是相同的函数.

(2) 不是相同的函数.

4.

设函数 $y = f(x)$ 的定义域 D_f 关于原点对称, 如果任给 $x \in D_f$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数; 如果任给 $x \in D_f$, 都有 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数.

(1) 解 因为

$$f(-x) = 6(-x) - (-x)^5 = -(6x - x^5) = -f(x),$$

所以原函数为奇函数.

(2) 偶函数; (3) 奇函数; (4) 偶函数; (5) 非奇非偶函数; (6) 偶函数.

5.

函数中若含有绝对值的应先去绝对值符号, $|x| = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$.

解 由于当 $2x - 7 < 0$ 时, $|2x - 7| = -(2x - 7)$; 当 $2x - 7 \geq 0$ 时, $|2x - 7| = 2x - 7$, 所以

$$f(x) = \begin{cases} 6 - [-(2x - 7)] & 2x - 7 < 0 \\ 6 - (2x - 7) & 2x - 7 \geq 0 \end{cases}$$

故

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < \frac{7}{2} \\ 13 - 2x & x \geq \frac{7}{2} \end{cases}$$

6.

求分段函数在点 x_0 处的函数值, 关键是判断 x_0 属于哪一段.

解 因为 $-1 < 0$, 所以 $f(-1) = e^{-1}$, 同理得 $f(0) = e^0 = 1$, $f(3) = 3^2 = 9$.

7.

设函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义, 如果任给 $x_1, x_2 \in (a, b)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 总有 $f(x_1) < f(x_2)$ (或 $f(x_1) > f(x_2)$), 则称函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内是单调增加的 (或单调减少的).

(1) 解 任给 $x_1, x_2 \in (-\infty, +\infty)$, 设 $x_1 < x_2$, 则有

$$\begin{aligned} f(x_2) - f(x_1) &= x_2^3 - x_1^3 = (x_2 - x_1)(x_2^2 + x_1x_2 + x_1^2) \\ &= (x_2 - x_1) \left[\left(x_2 + \frac{1}{2}x_1 \right)^2 + \frac{3}{4}x_1^2 \right] > 0, \end{aligned}$$

即 $f(x_1) < f(x_2)$, 所以函数 $y = x^3$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是单调递增的.

(2) 函数 $y = x^2 + 1$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是单调递减的.

(3) 函数 $y = \sin x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上是单调递增的.

8.

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D_f , 值域为 R_f , 并且对任何一个 $y \in R_f$, 都可以由 $y = f(x)$ 在 D_f 内确定唯一的一个 x 与之对应, 则得到一个定义域为 R_f , 值域为 D_f , 以 y 为自变量, 以 x 为因变量的函数 $x = \varphi(y)$, 我们称这个函数为函数 $y = f(x)$ 的反函数, 并记为 $x = f^{-1}(y)$. 习惯上, 用 x 表示自变量, 用 y 表示因变量, 即函数 $y = f(x)$ 的反函数常记为 $y = f^{-1}(x)$.

(1) 解 由

$$y = 2x + 1,$$

可得

$$x = \frac{y-1}{2},$$

所以原函数的反函数为

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}.$$

$$(2) f^{-1}(x) = x^3 + 1; (3) f^{-1}(x) = \frac{1+x}{1-x}, x \neq 1.$$

9.

如果函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_f , 函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 R_φ , 并且 $D_f \cap R_\varphi \neq \emptyset$, 那么称 $f[\varphi(x)]$ 为 x 的复合函数, 其中 x 称为自变量, y 称为因变量, u 称为中间变量.

(1) 解 函数 $y = \arcsin u$ 的定义域 $D = [-1, 1]$, 函数 $u = (1-x)^2$ 的值域 $R = (-\infty, +\infty)$, 所以 $D \cap R \neq \emptyset$ ($\emptyset$ 表示空集), 因此函数 $y = \arcsin u$

与 $u = (1-x)^2$ 可以构成复合函数, 把 $u = (1-x)^2$ 代入 $y = \arcsin u$ 得 $y = \arcsin(1-x)^2$, 定义域为 $[0, 2]$.

$$(2) y = \ln(4-x^2), (-2, 2).$$

$$(3) y = \sqrt{\ln(2x^2+7)}, (-\infty, +\infty).$$

$$(4) y = 3\sin^2 x, (-\infty, +\infty).$$

10. (1) 解 函数 $y = \sqrt[3]{3x+5}$ 是由函数 $y = \sqrt[3]{u}$ 与函数 $u = 3x+5$ 复合而成的.

$$(2) y = \ln u, u = x^3 - 2x + 7.$$

$$(3) y = u^2, u = \sin x.$$

$$(4) y = \sin u, u = x^2.$$

$$(5) y = 2^u, u = \sin v, v = x-1.$$

$$(6) y = \arcsin u, u = e^v, v = x^2.$$

$$(7) y = \ln u, u = \tan v, v = \frac{x}{4}.$$

$$(8) y = \frac{1}{2}\sqrt{u}, u = \sin v, v = \ln x.$$

11. 解 设用电量为 x 千瓦时时, 电费为 y 元, 依题意, 得

$$y = \begin{cases} 0.45x & x \leq 150 \\ 150 \times 0.45 + (x-150) \cdot 0.47 & 150 < x \leq 400, \\ 150 \times 0.45 + 250 \times 0.47 + (x-400) \cdot 0.57 & x > 400 \end{cases}$$

即

$$y = \begin{cases} 0.45x & x \leq 150 \\ 0.47x - 3 & 150 < x \leq 400. \\ 0.57x - 43 & x > 400 \end{cases}$$

$$12. y = \begin{cases} 80x & x \leq 100 \\ 64x + 1600 & x > 100 \end{cases}$$

$$13. C(q) = 18 + 2q (\text{万元}), 0 < q \leq 100.$$

$$14. (1) \text{收益 } R = 21q - 3q^2 (\text{元}), \text{利润 } L = -5q^2 + 14q + 3 (\text{元}).$$

$$(2) 5.5 \text{ 元}.$$

$$15.$$

设数列 $\{x_n\}$, 如果当 n 无限增大时, x_n 无限地接近于某一个确定的常数 A , 则称该常数 A 是数列 $\{x_n\}$ 的极限, 或称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 A , 记为 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$, 或 $x_n \rightarrow A (n \rightarrow \infty)$.

(1)0;(2)3;(3)1;(4) 无极限;(5)0;(6)1.

16.

1. 设函数 $y = f(x)$ 在 x_0 的某一左半邻域 $(x_0 - \delta, x_0)$ 内有定义, 当 x 从 x_0 的左侧无限接近于 x_0 时, 对应的函数值 $f(x)$ 无限地接近于某一确定常数 A , 则称常数 A 为函数 $y = f(x)$ 在 x_0 点的左极限, 记作 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$, 或 $f(x) \rightarrow A (x \rightarrow x_0^-)$. 类似地, 定义右极限 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$.

2. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的充分必要条件是 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$.

解 如图 1-1 所示, 可知

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1,$$

所以

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1.$$

如图 1-2 所示, 可知

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -1, \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 1,$$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$, 故 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 不存在.

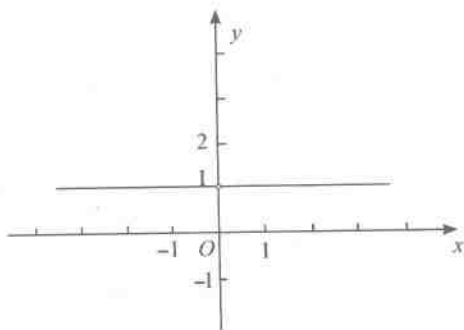


图 1-1

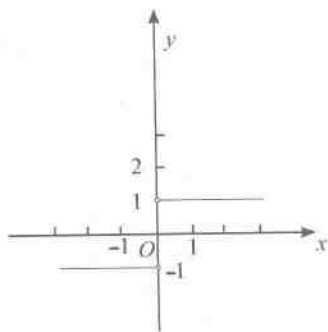


图 1-2

17. (同第 16 题)

(1) 略. (2) 0. (3) 不存在.

18. (同第 16 题) 1, 不存在.

19. (同第 16 题) 不存在.

20.

如果 $\lim f(x) = A, \lim g(x) = B$, 则

$$(1) \lim[f(x) \pm g(x)] = \lim f(x) \pm \lim g(x) = A \pm B;$$

$$(2) \lim[f(x)g(x)] = \lim f(x) \cdot \lim g(x) = AB;$$

$$(3) \text{ 当 } B \neq 0 \text{ 时, } \lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim f(x)}{\lim g(x)} = \frac{A}{B}.$$

(1)

如果函数 $f(x)$ 是多项式或者是当 $x \rightarrow x_0$ 时分母不为零的分式函数, 那么 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

解 因为 $x^2 + 4 = \frac{x^2 + 4}{1}$, 且 $1 \neq 0$, 所以

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4) = 2^2 + 4 = 8.$$

(2)

如果 $f(x)$ 是分式函数, 且当 $x \rightarrow x_0$ 时分子、分母的极限分别为 0, 这时要先化简(因式分解或分母有理化等), 再求函数的极限值.

解

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-1}{1+1} = 0.$$

(3)(同第 20(2) 题)5.

(4)(同第 20(2) 题)27.

(5)(同第 20(2) 题)2x.

(6) 解

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{1+x} - \frac{3}{1+x^3} \right) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{1+x^3} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-2)(x+1)}{(1+x)(1-x+x^2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-2}{1-x+x^2} = \frac{-1-2}{1+1+(-1)^2} = -1. \end{aligned}$$

(7)(第同 20(2) 题)

解

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$$