

21世纪高等院校教材
数学基础教程系列

数学建模



科学出版社
www.sciencep.com

21 世纪高等院校教材
数学基础教程系列

数 学 建 模

章绍辉 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是为高等师范院校的数学建模课程编写的教材,体现了高等师范院校的培养目标和办学特点.内容包括用 MATLAB 求解数学问题、数学建模概述、差分方程模型、常微分方程模型、数值逼近模型、统计回归模型和最优化模型.本书注重数学建模的基础知识和基本技能,并通过实例进行案例教学,既包括一些能够与中学数学相衔接的经典的建模问题,又包括一些由近年来大学生数学建模竞赛题简化改编的案例;既重视建模方法和技巧的训练,又重视使用 MATLAB 软件求解模型的能力培养.习题与教学内容紧密配合,并在书后附有部分习题的答案或提示.随书附送的光盘中包含课堂教学演示电子文档.

本书可作为普通高等院校数学与应用数学(师范)专业、数学与统计类(非师范)专业数学建模课程的教材,也可作为公共选修课教材、中学教师培训教材以及大学生数学建模竞赛的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

数学建模/章绍辉编著. —北京:科学出版社,2010
21 世纪高等院校教材. 数学基础教程系列
ISBN 978-7-03-028355-9

I. ①数… II. ①章… III. ①数学模型-高等学校-教材 IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 139144 号

责任编辑:姚莉丽 房 阳 / 责任校对:张 琪
责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2010 年 8 月第一次印刷 印张:20 1/4

印数:1—4 000

字数:400 000

定价:35.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

本书是为高等师范院校数学建模课程编写的教材. 作者针对高等师范院校的培养目标和办学特点, 吸取国内外同类型教材的优点, 在教学试验的基础上, 编写了本书.

数学建模课程的目的是培养运用数学理论方法解决实际问题的能力. 在高等师范院校, 数学建模课程有四类授课对象: 数学与应用数学(师范)专业的本科生、数学与统计类(非师范)专业的本科生、选修公共选修课(相当于通识教育)的本科生以及中学数学教师(教育硕士或骨干教师培训). 多年来, 作者一直面向这四类不同的对象讲授数学建模课, 所遇到的最主要的困难就是缺少一本适合高等师范院校的教材. 2006 年夏, 作者产生了编写一本具有高等师范院校特色的数学建模教材的想法, 并分析了已有教材(包括中学新课标教材)的内容和教法, 提出如下设想:

(1) 内容体系突出数学建模的基础知识和基本技能, 数学模型知识与数学建模案例相结合, 经典性与新颖性相结合, 联系中学数学教学内容, 有利于学生(尤其是师范生)自主构建数学建模方面的知识体系;

(2) 针对数学建模过程的建立、求解、分析和检验这四个主要步骤, 灵活地采取不同的教学方法;

(3) 由浅入深, 难点分散, 适当地反复, 适当地采用一题多解;

(4) 对现有教材的数学建模案例要深入理解其教学内涵和功能, 寻找更优的解法; 尝试将数模竞赛题目及其解法改编为教学案例, 在教学试验的基础上, 选择适合教学内容体系的新案例编入教材.

本书历时三年编写而成, 基本实现了上述设想.

全书共 7 章.

第 1 章介绍用 MATLAB 软件求解数学问题, 包括画坐标图形、解方程、求最值、随机模拟和数据拟合等, 为第 2~7 章大部分数学建模案例的求解做好准备. MATLAB 软件功能极多, 但是数组、数组运算和匿名函数最为基本.

第 2 章通过两个简单案例, 介绍数学建模的过程和方法, 两个案例有不同的针对性. 2.2 节包含机理分析、数据拟合、模型检验、模型应用等内容, 而 2.3 节则特别为灵敏度分析和强健性分析而编写.

第 3 章介绍差分方程模型, 即数列模型, 强调平衡点的渐近稳定性, 继续深入学习机理分析、数据拟合、强健性分析等内容.

第4章介绍常微分方程模型,即连续函数模型,强调常微分方程解的性质,初步认识临界点的渐近稳定性,并初步学习数值解方法和图形分析方法.选编的案例由浅入深,既有伪造名画案、人口预报、被捕食者-捕食者模型等经典案例,又有由竞赛题改编的污染物排放量和饮酒驾车等新案例(而且属于反问题).

第5章介绍插值、数值积分和数值微分等数值逼近模型,也就是学习用多项式或分段多项式来根据已知离散数据逼近未知连续函数,强调选择逼近方法的理由,强调对逼近误差的分析.

第6章由描述性统计和一元线性回归分析两节组成,首先提纲式地介绍理论方法,然后介绍 MATLAB 实现,最后给出若干简单的实践案例.

第7章由库存模型和线性规划两节组成.库存模型中的确定性静态库存模型是无约束优化的经典案例.线性规划是约束优化的经典模型,其中二维线性规划问题的图解法是中学数学的教学内容,作者根据师范生的特点和需要,用较长的篇幅讲解图解法和单纯形法,然后详细给出投资组合问题的启发式解法和实验法.

第6,7章的各节是相互独立的,可以根据学时数选讲.

每一章都配有与教学内容紧密联系的习题,其中带星号的是研究性习题,一般都附有参考文献,可供学生撰写小论文.书末附有全部不带星号的习题的解答或提示(但不包含 MATLAB 程序).

本书附带的光盘包含课堂教学演示的电子文档,方便教师教学时使用.但是光盘不包含 MATLAB 程序,因为上机实验时应该要求学生自己用键盘输入书中的程序并运行.

使用本书作为教材,最好连贯地讲授第1~5章,然后根据学时数选讲第6,7章.学时数的安排为每周讲授3学时,上机实验2学时.

本书的编写得到了华南师范大学教务处和数学科学学院的资助,作者在此对华南师范大学教务处、数学科学学院以及数学系的领导表示衷心的感谢.同时感谢2005~2007级选修作者讲授的数学建模、数学实验课的同学.感谢杨坦博士审阅了部分初稿并提出了许多修改意见.

限于作者的水平,书中难免存在不足与疏漏之处,恳请读者批评指正.希望本书能够为高等师范院校数学建模教材建设尽微薄之力!

章绍辉

2009年12月

目 录

前言

第 1 章 用 MATLAB 求解数学问题	1
1.1 MATLAB 简介	1
1.1.1 MATLAB 的特点和组成	1
1.1.2 命令窗口	2
1.2 数值数组	4
1.2.1 创建数值数组的基本方式	4
1.2.2 访问数组的元素	6
1.2.3 冒号运算符	8
1.2.4 数组和矩阵函数	10
1.2.5 数组运算	16
1.2.6 矩阵运算	18
1.3 数学函数	21
1.3.1 基本数学函数	21
1.3.2 多项式函数	23
1.3.3 匿名函数和一元连续函数的图像、零点及最值	27
1.4 数据类型	30
1.4.1 数值类型	30
1.4.2 逻辑数组	34
1.4.3 字符数组	37
1.4.4 元胞数组	39
1.4.5 结构数组	46
1.5 绘制二维图形	48
1.5.1 plot 函数	48
1.5.2 编辑图形	52
1.5.3 其他绘图命令简介	54
1.6 MATLAB 编程	56
1.6.1 M 文件	56
1.6.2 控制流语句	59
1.7 数据拟合	62

1.7.1 正比例函数拟合的原理	62
1.7.2 一次函数拟合的原理	63
1.7.3 多项式拟合的原理	65
1.7.4 多项式拟合的 MATLAB 实现	66
1.7.5 非线性拟合的 MATLAB 实现	70
习题 1	74
第 2 章 数学建模概述	78
2.1 数学建模的概念、方法和意义	78
2.1.1 数学模型的概念和分类	78
2.1.2 数学建模的全过程	78
2.1.3 数学建模论文的撰写	80
2.1.4 数学建模的方法	81
2.1.5 学习数学建模的意义	83
2.2 汽车刹车距离	85
2.3 生猪出售时机	93
习题 2	100
第 3 章 差分方程模型	102
3.1 差分方程模型的基本概念	102
3.1.1 动态模型	102
3.1.2 一阶差分方程	102
3.1.3 二阶差分方程	103
3.1.4 平衡点和渐近稳定性	103
3.2 一阶线性常系数差分方程及其应用	105
3.2.1 一阶线性常系数齐次差分方程	105
3.2.2 一阶线性常系数非齐次差分方程	107
3.2.3 濒危物种的自然演变和人工孵化	107
3.2.4 按揭贷款	111
3.3 二阶线性常系数齐次差分方程及其应用	114
3.3.1 二阶线性常系数齐次差分方程	114
3.3.2 斐波那契数列	115
3.3.3 市场经济中的蛛网模型	116
3.3.4 一年生植物的繁殖	119
3.4 离散阻滞增长模型及其应用	123
3.4.1 离散阻滞增长模型	123
3.4.2 酵母培养物的增长	126

3.4.3 人口预报	134
习题 3	142
第 4 章 常微分方程模型	145
4.1 一级动力学反应模型	145
4.1.1 一级动力学反应模型及其性质	145
4.1.2 碳-14 定年法	145
4.1.3 牛顿冷却定律	147
4.1.4 海拔与大气压	148
4.1.5 是真迹还是赝品	151
4.1.6 排污量的估计	153
4.1.7 饮酒驾车	156
4.2 单个种群的数量演变	161
4.2.1 自然增长方程	161
4.2.2 阻滞增长方程	167
4.3 常微分方程数值解和图形分析	173
4.3.1 常微分方程数值解的欧拉方法	173
4.3.2 常微分方程数值解的 MATLAB 实现	176
4.3.3 常微分方程(组)的图形分析	181
习题 4	190
第 5 章 数值逼近模型	193
5.1 一维插值方法	193
5.1.1 引言	193
5.1.2 多项式插值	193
5.1.3 分段线性插值	199
5.1.4 三次样条插值	202
5.1.5 三次样条的 MATLAB 实现	205
5.2 数值积分和数值微分	210
5.2.1 数值积分	210
5.2.2 数值微分	213
5.2.3 水塔流量估计	217
习题 5	228
第 6 章 统计回归模型	230
6.1 描述性统计	230
6.1.1 数据	230
6.1.2 频数表和直方图	230

6.1.3 统计量	233
6.1.4 分布、分位数和统计图	235
6.1.5 正态分布的推断	236
6.2 一元线性回归分析	242
6.2.1 回归模型的概念	242
6.2.2 一元线性回归分析的原理	243
6.2.3 线性回归分析的 MATLAB 实现	248
6.2.4 线性回归分析的案例	250
习题 6	265
第 7 章 最优化模型	269
7.1 库存模型	269
7.1.1 函数极值的必要条件和充分条件	269
7.1.2 确定性静态库存模型	271
7.2 线性规划	276
7.2.1 线性规划简介	276
7.2.2 线性规划的 MATLAB 实现	278
7.2.3 二维变量的线性规划模型	279
7.2.4 投资组合优化问题	291
习题 7	302
部分习题答案或提示	304
参考文献	316

第 1 章 用 MATLAB 求解数学问题

1.1 MATLAB 简介

1.1.1 MATLAB 的特点和组成

MATLAB 是 matrix laboratory 的缩写. MATLAB 是由美国 MathWorks 公司开发的大型科学计算软件,1996 年 12 月发布 5.0 版,2004 年 6 月发布 7.0 版,2008 年 3 月发布 7.6 版(R2008a).在当代,MATLAB 既是大学里面数学、科学和工程技术中许多入门课程或高级课程的标准教学工具,又是工业界用于先进生产力的研究、开发和分析的工具.

MATLAB 具有强大的数值计算和图形功能,兼具符号计算功能. MATLAB 的特点可以概括如下:

- (1) 以矩阵计算为基础;
- (2) 计算功能强,编程效率高;
- (3) 方便的绘图功能;
- (4) 集成环境,融计算、可视化和编程功能于一体;
- (5) 众多工具箱,使用简便,易于扩充.

MATLAB 是交互式系统,把计算、可视化和编程集中在容易使用的环境,使用为人熟知的数学符号,拥有庞大而齐全的数学函数库. MATLAB 的基本数据结构是数组(array),而且不需要事先定义维数,使用 MATLAB 求解那些用矩阵和向量表示的科学计算问题,比用 C 或 FORTRAN 等语言来编程大大缩短了时间. MATLAB 还附带了许多工具箱(toolbox),包括生物信息(bioinformatics)、控制系统(control systems)、曲线拟合(curve fitting)、金融(financial)、模糊逻辑(fuzzy logic)、遗传算法和直接搜索(genetic algorithm and direct search)、图像处理(image processing)、神经网络(neural networks)、优化(optimization)、偏微分方程(partial differential equation)、信号处理(signal processing)、样条(spline)、统计(statistics)、符号数学(symbolic math)、小波(wavelets)、仿真(simulation)等. 工具箱是解决特定类型的问题的 MATLAB 函数的全面汇集,既可以用来解决各种科学和工程的计算问题,又可以用来学习和应用特殊的科技. 工具箱对 MATLAB 用户来说是非常重要的.

MATLAB 系统包括以下 5 个主要部分:

(1) 桌面工具和开发环境(Desktop Tools and Development Environment). 这里集成了处理 MATLAB 函数和文件的工具和功能,多数都有图形用户界面,包括 MATLAB 桌面(MATLAB Desktop)、命令窗口(Command Window)、编辑器(Editor)及内置的调试器(Debugger)、帮助文件浏览器(Help)、工作空间(Workspace)、命令历史(Command History)、当前目录(Current Directory)、文件和路径搜索、开始(Start)等.

(2) MATLAB 数学函数库(MATLAB Mathematical Function Library). 这里有数量巨大的计算算法,包括基本数学函数(如求和、三角、复数计算)、矩阵函数(如逆矩阵、特征值)、特殊数学函数(如 Bessel 函数、快速 Fourier 变换)等.

(3) MATLAB 语言(MATLAB Language). 这是高级的矩阵/数组语言,有控制流语句(control flow statements)、函数(functions)、数据结构(data structures)、输入/输出(input/output)、面向对象编程(object-oriented programming)等功能.

(4) 图形(Graphics). MATLAB 具有把矩阵和向量显示成图形以及注释和打印图形的丰富功能,包括用于二维和三维数据可视化、图像处理、动画和演示的高级函数,以及用于个性化图形外观和建立完善的图形用户界面(graphical user interfaces)的低级函数.

(5) MATLAB 外部界面和应用编程接口(略).

1.1.2 命令窗口

命令窗口用来输入和执行 MATLAB 命令,并显示计算结果. 命令窗口用 `>>` 作为命令输入提示符,可以在 `>>` 之后输入各种 MATLAB 命令,输入完命令之后按回车键, MATLAB 执行所输入的命令,并在紧接着的下一命令行显示该命令执行的结果. 注意: `>>` 是由系统自动生成的提示符,不必用键盘输入. 为了避免混淆,本书的全部 MATLAB 命令都省略了提示符 `>>`.

例 1.1.1 请计算边长为 2 的等边三角形的面积.

解答 边长为 2 的等边三角形的面积为

$$A = \frac{1}{2} 2^2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

在命令窗口输入赋值命令:

```
A= 2*2*sin(pi/3)/2
```

然后按回车键,命令窗口显示执行结果:

```
A=
```

```
1.7321
```

说明 (1) 等号=是赋值号,将它右边的表达式 $2 * 2 * \sin(\pi/3)/2$ 的值赋给它左边的变量名 A. 请注意运算符的优先级:(成对的)圆括号最优先,其次是乘幂,第三是乘除,第四是加减;同级别的四则运算符(加减、乘除),按从左往右的顺序运算;圆括号中嵌套圆括号的,按从里往外的顺序运算.

(2) π 是 MATLAB 函数,是特殊值(special values)之一,表示圆周率 π .

(3) $\sin$ 是 MATLAB 函数,在圆括号内输入弧度制的数值,返回正弦值.

(4) MATLAB 变量名的命名规则如下:必须以字母开头,可以有字母、数字和下划线,区分大、小写字母;可以是任意长度,但是只有前 63 个字符是有效的;不能和任何 MATLAB 关键字同名(MATLAB 语言有 19 个关键字:break, case, catch, classdef, continue, else, elseif, end, for, function, global, if, otherwise, parfor, persistent, return, switch, try, while);命名变量的时候应该避免使用 MATLAB 系统已经安装的函数名,因为这样做会导致同名函数不能使用,直到以命令“clear 变量名”清除该变量名为止.

(5) 如果在命令窗口输入表达式:

```
2 * 2 * sin(pi/3) / 2
```

并按回车键,命令窗口就显示:

```
ans=
```

```
1.7321
```

在计算结果中出现的 ans 是 MATLAB 函数,属于特殊值之一,用在未把表达式赋值给变量名的时候,表示最近的回答,此时 MATLAB 自动把结果储存在 ans 中.

例 1.1.2 绘制指数函数 $y=e^x$ 的图形.

解答 在命令窗口输入如下一行语句并按回车键:

```
x=-2:.1:2;y=exp(x);plot(x,y,'k'),xlabel('自变量 x'),ylabel(...
```

命令窗口换行后,在闪烁的光标处继续输入第二行语句并按回车键:

```
'因变量 y'),title('指数函数  $y=e^x$  的图形')
```

MATLAB 就弹出标题为 Figure 1 的图形窗口,显示函数 $y=e^x$ 的图形(见图 1.1).

说明 (1) $-2:.1:2$ 是从 -2 到 2,步长为 0.1 的等差数组,详见 1.2.3 小节.

(2) MATLAB 函数 exp 返回指数函数 $y=e^x$ 的函数值,详见 1.3.1 小节.

(3) MATLAB 函数 plot 绘制二维图形, MATLAB 函数 xlabel, ylabel, title 分别给图形添加横、纵坐标标签和标题,详见 1.5 节.

(4) “'k'”,“'自变量 x'”等用单引号括住的是字符串,详见 1.4.3 小节.

(5) 输入单个命令之后直接按回车键,或者加一个逗号“,”再按回车键, MATLAB 都执行所输入的命令,并且显示结果. 输入单个命令之后加一个分号“;”再按回车键, MATLAB 只执行所输入的命令,但不显示结果,这样可以屏蔽掉

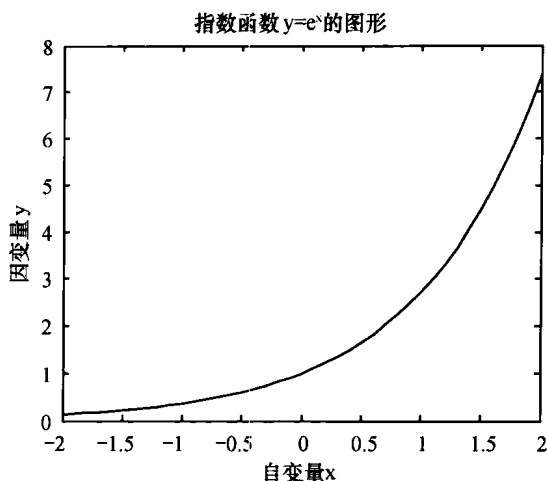


图 1.1

不需要的显示.但是有一种情况例外,即在绘图命令之后加分号,执行的结果照样显示出来,这是因为绘图命令的结果不是在命令窗口里显示的,而是由系统创建图形窗口来显示,所以分号对绘图命令不起作用.

(6) 同一行如果输入多个命令,命令之间必须要用逗号或分号隔开,逗号和分号所起的作用如前所述.

(7) 一行输入未完,需要换行继续输入时,用接续号“...”结束并按回车键换行.

(8) 以上提到的冒号、逗号、分号、单引号、句点等标点符号都是英文输入法的标点符号,如果误输入中文输入法的标点符号,就会导致语法错误.

1.2 数值数组

1.2.1 创建数值数组的基本方式

数组是 MATLAB 的基本数据结构. MATLAB 的数组按照数据类型的不同来分类,详见 1.4 节.

数组由若干个元素(element)依次序组成,每个元素有唯一的下标(index).数组具有维数(dimension),常用的是二维数组,也就是矩阵, $m \times n$ 的矩阵即具有 m 行 n 列的矩形数表,行向量(row vector)是只有一行的矩阵,列向量(column vector)则是只有一列的矩阵,而一个数可以看成是 1×1 的矩阵.

创建数值数组的基本方式如下:用一对方括号“[”与“]”括住,从首行首列元素开始,依次序逐行输入,同一行的元素用逗号或空格分隔,两行之间以分号或回车

换行隔开,形成矩阵.

MATLAB 函数 `size(变量名)` 返回该变量名保存的数组的规模.

MATLAB 函数 `length(变量名)` 返回该变量名保存的数组的长度:如果数组为向量,返回值是向量的元素个数;如果数组为矩阵,返回值为该矩阵的行数和列数的最大值,即 `length(A)` 等于 `max(size(A))` (MATLAB 函数 `max` 的语法详见 1.3.1 小节). 请读者注意:在线性代数中,向量的长度定义为向量的欧几里得范数 (Euclidean norm). 例如,行向量 $\mathbf{v} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 的欧几里得范数为

$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

而 MATLAB 的帮助文档使用“向量长度”(length of vector)一词表示向量的元素个数.

MATLAB 用“[]”表示空矩阵,规定它的规模是 0 行 0 列的.

例 1.2.1 输入 3 行 4 列的矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

并赋值给变量 A.

解答 在命令窗口输入以下命令,按回车键执行:

```
A=[1,2,3,4;4,1,2,3;3,4,1,2]
```

命令窗口显示:

```
A=
```

```
1     2     3     4
```

```
4     1     2     3
```

```
3     4     1     2
```

用下面两种方式输入命令的执行结果同上:

```
(1) A=[1 2 3 4;4 1 2 3;3 4 1 2]
```

```
(2) A=[1 2 3 4
```

```
4 1 2 3
```

```
3 4 1 2]
```

说明 请注意方式(2)以回车换行隔开两行,在这种情况下,按下回车键后,命令窗口换行,并等待继续输入矩阵元素,直到输入右方括号“]”之后按回车键,系统才执行这些命令.

例 1.2.2 在例 1.2.1 已创建了数值数组 A,现在访问 A 的规模和长度. 在命

令窗口依次输入并执行以下语句,观察结果:

(1) `s=size(A)`

命令窗口显示:

`s=`

3 4

(2) `length(A)`

命令窗口显示:

`ans=`

4

(3) `size(s)`

命令窗口显示:

`ans=`

1 2

可见变量 `A` 是 3 行 4 列的矩阵,而变量 `s`(由 `size(A)` 返回的结果)则是 1 行 2 列的矩阵.

(4) `size([])`

命令窗口显示:

`ans=`

0 0

1.2.2 访问数组的元素

MATLAB 按照以下语法访问数组的元素或子矩阵:

(1) 用 `A(i,j)` 表示数组 `A` 第 i 行、第 j 列的元素;

(2) 用 `A([i1, i2, ..., ir], [j1, j2, ..., js])` 表示由数组 `A` 的第 $i_1, i_2, \dots, i_r$ 行与第 $j_1, j_2, \dots, j_s$ 列交叉位置上的元素按照 $i_1, i_2, \dots, i_r$ 和 $j_1, j_2, \dots, j_s$ 的顺序构成的子矩阵;

(3) 用 `A(k)` 表示数组 `A` 从首行首列元素开始,逐列数的第 k 个元素;

(4) 用 `A([i1, i2, ..., ir])` 表示从数组 `A` 的首行首列元素开始逐列数到的第 $i_1, i_2, \dots, i_r$ 个元素,按照 $i_1, i_2, \dots, i_r$ 的顺序构成的行向量(这是由于 `[i1, i2, ..., ir]` 是行向量);

(5) 用 `A([i1; i2; ...; ir])` 表示从数组 `A` 的首行首列元素开始逐列数到的第 $i_1, i_2, \dots, i_r$ 个元素,按照 $i_1, i_2, \dots, i_r$ 的顺序构成的列向量(这是由于 `[i1; i2; ...; ir]` 是列向量).

例 1.2.3 在例 1.2.1 中已创建了数值数组 `A`,现在访问或修改 `A` 的元素或子矩阵.在命令窗口依次输入并执行以下语句,观察结果:

(1) a=A(2,1)

命令窗口显示:

a=

4

因为变量名是区分大、小写英文字母的,所以 A 和 a 是两个不同的变量名,变量 A 是 3 行 4 列的矩阵,A 的第 2 行、第 1 列的元素 4 被赋值给变量 a.

(2) A(3,2)=5

命令窗口显示:

A=

1	2	3	4
4	1	2	3
3	5	1	2

通过赋值命令,将 A 的第 3 行、第 2 列的元素改成 5.

(3) A(4,5)=6

命令窗口显示:

A=

1	2	3	4	0
4	1	2	3	0
3	5	1	2	0
0	0	0	0	6

通过赋值命令,将 A 的第 4 行、第 5 列的元素改成 6. 由于 A 原来只有 3 行 4 列,所以系统会自动增添第 4 行和第 5 列的元素,其中 A(4,5)为 6,而其他新添的元素为零.

(4) A([3,1],[4,5,1,2,3])

命令窗口显示:

ans=

2	0	3	5	1
4	0	1	2	3

结果是从数组 A 提取的子矩阵,结果的第一行来源于 A 的第 3 行,结果的第 1 列来源于 A 的第 4 列,其余的请读者自己分析.

(5) A(7)

命令窗口显示:

ans=

5

A(7)访问数组 A 的第 7 个元素,数组 A 从首行首列元素开始逐列数到第 7 个元素正好是 5. 事实上,在内存里,数组被逐列的储存为一维的列表. 因此,对于行

(列)向量,使用单个指标访问元素更为方便.

(6) $A([7,1,4,9])$

命令窗口显示:

```
ans=
     5     1     0     3
(7)  $A([20;7;2])$ 
```

命令窗口显示:

```
ans=
     6
     5
     4
```

1.2.3 冒号运算符

冒号“:”是 MATLAB 最有用的运算符之一,可以运用冒号运算符来创建数值数组,并且管理数组的行和列.

首先,冒号运算符可以生成等差数组.为了叙述简便起见,下面仅就表达式 i,j 和 k 的值都是整数,并且 $k-j$ 能被 i 整除的情况加以说明.

(1) $j:k$ 相当于行向量 $[j,j+1,\dots,k]$,步长(公差)为 1;但如果 $j>k$,那么 $j:k$ 为 1 行 0 列的空矩阵;

(2) $j:i:k$ 相当于行向量 $[j,j+i,j+2i,\dots,k]$,步长为 i ;但如果步长 $i=0$,或者 $i>0$ 且 $j>k$,又或者 $i<0$ 且 $j<k$,那么 $j:i:k$ 都为 1 行 0 列的空矩阵.

请注意冒号运算符的运算优先级比加减法更低,所以表达式 i,j 和 k 一般都不需要圆括号来括住.

例 1.2.4 在命令窗口依次输入并执行以下语句,观察结果:

(1) $2:6$

命令窗口显示:

```
ans=
     2     3     4     5     6
(2)  $6:2$ 
```

命令窗口显示:

```
ans=
Empty matrix:1-by-0
(3)  $1:2:7$ 
```

命令窗口显示: