

世界學術著作譯本

高等統計學

INTRODUCTION TO THE THEORY OF STATISTICS

汪永祺譯

國立編譯館主編

正中書局印行

70707



版權所有

翻印必究

中華民國七十一年十月臺初版

世界學術著作譯本 高等統計學

全一册 基本定價 六元三角

(外埠酌加運費滙費)

主編者	國立編譯館
原著者	Alexander M. Mood Franklin A. Graybill Duane C. Boes
譯者	汪永祺
譯作權 所有	國立編譯館
發行人	蔣廉儒
發行印刷	正中書局

新聞局出版事業登記證 局版臺業字第〇一九九號
分類號碼：510.14 (7661) (1000)裕

正中書局

CHENG CHUNG BOOK COMPANY

地址：中華民國臺灣臺北市衡陽路二十號
Address: 20 Heng Yang Road Taipei., Taiwan, Republic of China
經理室電話：3821145 編審部電話：3821147
業務部電話：3821153 門市部電話：3822214
郵政劃撥：九九一四號

海外總經銷

OVERSEAS AGENCIES

香港總經銷：集成圖書公司
總辦事處：香港九龍油麻地北海街七號
電話：3-886172-4

日本總經銷：海風書店
地址：東京都千代田區神田神保町一丁目五六番地
電話：291-4345
東海書店
地址：京都市左京區田中門前町八八番地
電話：791-6592

泰國總經銷：集成圖書公司
地址：泰國曼谷耀華力路233號

美國總經銷：華強圖書公司
Address: 41 Division St., New York, N.Y. 10002 U.S.A.

歐洲總經銷：英華圖書公司
Address: 14 Gerrard Street London W.L. England

加拿大總經銷：嘉華圖書公司
Address: China Court, Suite 212, 208 Spadina Avenue Toronto
Ontario, CANADA M5T 2C2

第三版 序

本書第三版有一項目的，就是要給讀者提供一本完善而自成體系的統計學理論入門書。所謂自成體系，意思是說書內包含了必需的機率理論講述；而統計學理論卻是指傳統的統計學主流說的。這本書不是本技術手冊，不是本理論概述，更不是本數學書，而祇是本機率和統計學理論的教科書。讀者可以是一般大學本科的後期學生或研究所的一年級學生。但用作研究所教材時，卻通常屬於一種應用技術課程，可以供各種專長的學生去選讀。

研讀這本書，並不要先讀過機率或統計課程。數學知識祇限定大學的全年微積分學，包括級數展開，重積分，偏微分；線性代數倒不必要，祇在書裏稍作提示。在這本書裏，對理論的表達也多藉助實際問題，不太講求數學的嚴整。這便是說，要「領會」理論，常常便省略了證明和推演。

全書的設計可以通用於學季制或學期制的教學。用學季制時，可以在第一學季教第一到五章，第二學季教第六到八章，而把餘下的留在第三學季。用學期制時，可以在第一學期教第一到六章，而在第二學期教餘下各章。第六章可以說是道「橋」，可以算在「機率」裏，也可以算在「統計學」裏。書裏也有些節和子節可以略去而並不影響講述的連續，像下面列出的便是：第二章第 4.5 子節；第三章第 2.6, 3.5, 4.2, 4.3 子節；第六章第 5.3 子節；第七章第 2.3, 3.4, 4.3 子

工 I]

一九八五年八月

第三編

節，第6到9節；第八章第5和6節；第九章第6和7節；以及第十和十一兩章全部。此外，還有許多可以斟酌的節和子節：第六章第5.3子節講的是極端值理論，就顯得比章內其他部分難些。第七章7.1子節講的是貝氏估計，可以不先講第3.4子節的損失和風險函數，但第7.2子節卻又不能作這種省略了。再則第七章第8節裏也用了一些矩陣符號。書內的許多習題都對學習非常重要，而難題都加註了星號。

穆 德
葛 瑞 璧
鮑 靄 思

第一、二版 合 序

這本書是我在一九四五年準備的一份講稿編理而成的。當時，初學数理統計學的學生正缺乏適用的現代教材。此後出版情況有了很大的改變，如果能預知有許多書正要面世，我可真不願也出這麼一本。不過，這本書究竟還有它的特點，對明眼的教師和學生該還有權衡選擇的價值。

上述講稿曾在愛我華州立學院大學四年級和研究所一年級班上講授過三年，祇要學過一年微積分學便可以選讀；有關數學程度，僅此而已。讀者也不限定先有統計學知識。不過，在這兒也得交待一句：愛我華州院的微積分是每週四小時的，對泰洛級數，偏微分，重積分都講得很完全。

這是本統計書而不是數學書，數學家一眼就可以看出來。爲了不在這種程度的課程裏增加麻煩和浪費時間，演證時是很少考究數學嚴整性的。但學好統計學也需要嚴謹的思考，所以我也不時費點勁去提示它，同時指出粗簡論辯的缺陷來強調它的重要。

這究竟是本統計理論的書，應當多想到那些沒有時間推敲數學的學生的處境。所以，全部新講題多少都用實際事務來引述，而在全書的習題內，更費過不少精神去顯示理論的應用。

書中的習題範圍很廣，有的是數例，有的卻是以後各章用到的定理；可以算是全書的主要部分。有些便於先做簡單提示的重要論辯就放在習題裏；安排時祇能顧到講述的便利，可就不能分辨它們的優先

了。舉個例子來看，有關相關的討論差不多就全放在習題裏。照我個人的看法，將多變數情況的迴歸模式和相關模式都講一次，是一種浪費；所以，本書的講述重點便放在較為普遍的迴歸模式上。

一本教科書的作者可以說身受過這個領域內每位關係人的好處，我謹在這兒向所有的統計學家鞠躬。不過，對有貢獻的人表示謝意多少也得有點分寸，我便把標準訂得很高；書裏提到的人名僅以一代宗師為限。

多謝湯普森夫人 (Catherine Thompson) 和麥林登夫人 (Maxine Merrington) 以及生物統計學報 (Biometrika) 主編皮爾遜 (E. S. Pearson) 教授的同意，讓我將生物統計學報統計用表中一部分縮編為本書的表 3 和表 5。同時也感謝費歇 (R. A. Fisher) 和葉慈 (Frank Yates) 兩位教授，以及愛丁堡奧博圖書公司 (Messrs. Oliver and Boyd Ltd., Edingburg) 同意，將「生物，農業及醫學用統計表」內一部分轉錄為本書的表 4。

自從一九五〇年本書發行第一版後，許多新的統計學技術都已問世，而有些以往祇屬數理統計學家專長的技術也變為實用了。這樣一來，書內材料選擇便要有所增刪，纔能使它不致變成一本手冊。但第一版裏用實際問題討論統計理論顯然很成功，所以這一版裏仍然採取這種方式。

譯 者 的 話

民國四十二年秋，我因偶然的機緣讀到美國穆德教授的「統計學理論」一書。四十四年，軍訓結業到宜蘭教書，囊橐較為充裕，使用三百元新臺幣的高價購得一本；一面閱讀，一面翻譯，居然把它「變」成了中文。四十五年，再度應徵服役，便把這七百頁手稿帶去，打算仔細修潤。但看來看去，連自己也看不懂寫的是甚麼，祇好用幅舊牀單把它一裹，委屈它當了將近一年的枕頭。這是二十多年前的往事了。

民國五十三年，我在追隨先師李景仁教授度過兩年學徒生涯以後，到臺北工作。這時「統計學理論」再版發行，加了第二位作者葛瑞壁。我又向國外訂購一本，再事翻譯，並用「理論統計學」名稱，由中國圖書公司出版。這個譯本流傳不算廣，並未重印，但同道中人對它的評價似乎還不太壞，總算使我保住了信心。

二十多年後，原書三版發行，又加了第三位作者鮑靄思。這三位作者可能是師徒三代，而每次再版看來都是由最後署名者主稿。但萬變不離其宗，三次版本都一再強調這不是本數學書；祇用數學為工具，可並不打算將統計學貶格為數學的附庸。這種看法正是研讀統計學較久後的必然結果，相信很容易為一般人接受。所以我又改變了自己的初衷，暫不從事編撰，把它譯成中文。學海無涯，名著如林，自己又久荒學殖，看來也祇好「掠人之美」下去了。

二

原著的第一作者穆德教授出身普林斯頓大學，是美國統計學界元老魏克斯的入室弟子。魏氏是數學家，但對近代統計學大宗師英國費歇教授非常景仰；私淑費氏為學，惟妙惟肖，使得他的門弟子們都薰沐了統計學的正統氣味。穆氏着手寫這本書時，纔不過三十四、五歲，正是春秋鼎盛而難免自負的年齡，所以書裏便充溢著「清新之美」，時時看到作者的獨特論斷。當時，統計學的理則體系還未大備，寫作方法當然不像數學書那樣拘於一定形式，但仍然極為謹嚴。

第二作者葛瑞壁可能是穆德在愛我華州立學院任教時的學生，是統計學理則體系建立時期的參與人。西元一九五〇年代學成的統計學者，都受過相當完備的數學訓練，對前人的作品有點看不順眼。這樣，葛氏就把第一版大修了一次，讓它穿上固定形式的外衣；有公設，有定義，有定理，有引理，看來更像本數學書了。就在這段時間裏，局論的觀念侵入了統計領域，決策理論成爲一時風尚；葛氏對這一派方法很感興趣，也增加了相當多的篇幅，很成功地介紹了一下。不過葛氏的理則化工作也不免做得太急，所用符號系統太過複雜，使用起來究竟有所不便。

第三版大概由年輕的鮑靄思教授主稿。這位先生的生平我無法在科學家題名資料裏查到，但書面介紹卻說明他是葛瑞壁的同事；名分雖未確定，但總該是第三代的統計學家了。鮑氏（假定是他主稿）把第二版又大修一次，卻把決策理論大都刪去，但在附記和習題裏添加了許多別人可能寫在講題裏的材料。這樣一來，全書頁數並未增加，但內容卻「豐富」得多。材料太多便不容易講述得清楚，加上複雜的符號系統，粗心的讀者可就遇到考驗了。

這本書的名稱始終稱爲「統計理論」，不叫「數理統計」。這可

能代表一派學者根深蒂固的看法：統計學並不就是數學。英國統計學大師肯德著有兩部書，都用「統計理論」為名。他的「高等統計理論」裏提到過數學參考書，竟而祇要讀者去看看史密斯的「生物數學」（現在很難找到；差不多不算是數學書。）和翟富瑞夫婦的「物理應用數學方法」（市面還有）；對數學方法所持的態度，可以說是很明顯的了。這本書的中文名稱既不便叫做「數理統計」，而叫它「統計理論」，又嫌不順，祇好叫它「高等統計學」了。

三

歲月荏苒，我對統計學的學習興趣居然維持了二十多年。在學期間，承業師汪厥明，張魯智，葉樹藩三位教授和現在美國的陳達權先生的引導，使我進入了自己喜愛的園地；提携之恩，永難忘懷。以後遇到先師李景仁教授，在他的長期「棒喝」下，不好要好，好要更好，纔算把我搜集到的零珠碎玉綴成了一件不算優良的成品。做事後很少與學術界來往，經常維持意見交換的祇有老友陳超塵，侯家駒兩位教授，所獲助益亦多。我都要在此向他們表示謝意。

統計名詞的中譯採用中國統計學社所審訂的「統計名詞」。但對許多數學術語如「若且惟若」等，覺得與口述方式相去太遠，都未予採用。我所使用的陳述方式或者會為用慣中學教本的讀者引起不便，也須要先提示一下，讓他們做個學習上的準備。

汪永祺 識

民國六十五年九月

目 次

第三版序	[I]
第一、二版合序	[III]
譯者的話	[V]
第一章 機 率	1
§ 1 節要	1
§ 2 機率的種類	1
§ 2.1 緒論	1
§ 2.2 古典的或先驗的機率	2
§ 2.3 後驗的或次數機率	5
§ 3 理則機率	7
§ 3.1 機率模式	7
§ 3.2 集合論簡說	9
§ 3.3 樣本空間和事件的定義	14
§ 3.4 機率的定義	19
§ 3.5 有限樣本空間	26
§ 3.6 條件機率和獨立	32
第二章 隨機變數分配函數和期望式	53
§ 1 節要	53
§ 2 隨機變數和累積分配函數	54

(2) 高等統計學

§2.1	緒論	54
§2.2	定義	54
§3	密度函數	59
§3.1	間斷隨機變數	59
§3.2	連續隨機變數	62
§3.3	其他隨機變數	65
§4	期望式和動差	66
§4.1	平均數	67
§4.2	變異數	69
§4.3	隨機變數的函數的期望式	72
§4.4	柴氏不等式	74
§4.5	簡氏不等式	75
§4.6	動差和動差母函數	76
第三章	單變數分配的特殊參數族	91
§1	節要	91
§2	間斷分配	91
§2.1	間斷均等分配	91
§2.2	白努利和二項分配	93
§2.3	超幾何分配	97
§2.4	波氏分配	99
§2.5	幾何分配和負二項分配	106
§2.6	其他間斷分配	111
§3	連續分配	113
§3.1	均等分配或矩形分配	113
§3.2	常態分配	115
§3.3	指數分配和夏瑪分配	120

§3.4	貝他分配	123
§3.5	其他連續分配	125
§4	討論	128
§4.1	近似關係	129
§4.2	波氏分配與指數分配間關係	131
§4.3	混合分配和切斷分配	132
第四章	聯合分配與條件分配	139
§1	節要	139
§2	聯合分配函數	139
§2.1	累積分配函數	139
§2.2	間斷隨機變數的聯合密度函數	143
§2.3	連續隨機變數的聯合密度函數	149
§3	條件分配和機變獨立	155
§3.1	間斷隨機變數的條件分配函數	155
§3.2	連續隨機變數的條件分配函數	159
§3.3	續論條件分配函數	161
§3.4	獨立關係	163
§4	期望式	167
§4.1	定義	167
§4.2	互變異數和相關係數	170
§4.3	條件期望式	172
§4.4	聯合動差母函數和動差	175
§4.5	獨立與期望式	176
§4.6	柯、施二氏不等式	178
§5	二變數常態分配	178
§5.1	密度函數	179

(4) 高等統計學

§5.2	動差母函數與動差	181
§5.3	邊際密度和條件密度	184
第五章	隨機變數的函數的分配	195
§1	節要	195
§2	隨機變數的函數的期望式	196
§2.1	期望式的兩種形式	196
§2.2	隨機變數的和	198
§2.3	積式和商式	200
§3	累積分配函數法	202
§3.1	方法說明	202
§3.2	極大和極小的分配	203
§3.3	兩個隨機變數的和與差的分配	206
§3.4	積和商的分配	208
§4	動差母函數法	211
§4.1	方法說明	211
§4.2	獨立隨機變數和的分配	214
§5	$Y=g(X)$ 變換	222
§5.1	$Y=g(X)$ 的分配	222
§5.2	機率積分變換	226
§6	變換	227
§6.1	間斷隨機變數	227
§6.2	連續隨機變數	228
第六章	抽樣與抽樣分配	247
§1	節要	247
§2	抽樣	247
§2.1	歸納推論	247

§2.2	全體與樣本	249
§2.3	樣本分配	252
§2.4	統計量和樣本動差	254
§3	樣本平均數	259
§3.1	平均數和變異數	260
§3.2	大數法則	261
§3.3	中央極限定理	263
§3.4	白努利和波氏分配	266
§3.5	指數分配	267
§3.6	均等分配	267
§3.7	柯西分配	269
§4	常態分配的抽樣問題	270
§4.1	常態分配的重要性	270
§4.2	樣本平均數	271
§4.3	卡方分配	271
§4.4	F 分配	277
§4.5	t 分配	281
§5	順序統計量	283
§5.1	定義和分配	283
§5.2	順序統計量函數的分配	287
§5.3	漸近分配	290
§5.4	樣本累積分配函數	298
第七章	參數式點估計	305
§1	節要	305
§2	估計式的求法	307
§2.1	動差法	307

(6) 高等統計學

§2.2	最大概率法	311
§2.3	其他方法	321
§3	點估計式的性質	323
§3.1	接近性	324
§3.2	均方誤	326
§3.3	一致性和最佳漸近常態性	330
§3.4	損失和風險函數	333
§4	充分性	336
§4.1	充分統計量	336
§4.2	因式分解準則	344
§4.3	最小充分統計量	349
§4.4	指式族	350
§5	不偏估計	353
§5.1	變異數的下界	354
§5.2	充分與完全	360
§6	位置或尺度不變性	373
§6.1	位置不變性	373
§6.2	尺度不變性	379
§7	貝氏估計式	382
§7.1	事後分配	383
§7.2	損失函數法	387
§7.3	最小極大估計式	395
§8	參數向量	397
§9	最大概率估計的最適性質	405
第八章	參數式區間估計	419
§1	節要	419

§ 2	信賴區間	420
§ 2.1	信賴區間簡介	420
§ 2.2	信賴區間的定義	423
§ 2.3	支旋量	425
§ 3	常態分配的抽樣	428
§ 3.1	平均數的信賴區間	428
§ 3.2	變異數的信賴區間	429
§ 3.3	平均數和變異數的信賴區域	431
§ 3.4	平均數差的信賴區間	432
§ 4	信賴區間求法	434
§ 4.1	支旋量法	435
§ 4.2	統計方法	437
§ 5	大樣本信賴區間	441
§ 6	貝氏區間估計值	444
第九章	假設檢定	451
§ 1	節要	451
§ 2	簡單假設對簡單對立假設	460
§ 2.1	緒論	460
§ 2.2	最強力檢定	462
§ 2.3	損失函數	467
§ 3	複合假設	473
§ 3.1	一般概率比檢定	473
§ 3.2	一致最強力檢定	476
§ 3.3	不偏檢定	480
§ 3.4	檢定的求法	481
§ 4	常態分配抽樣的假設檢定	484

(8) 高等統計學

§4.1	平均數的檢定	485
§4.2	變異數的檢定	488
§4.3	幾個平均數的檢定	489
§4.4	幾個變異數的檢定	496
§5	卡方檢定	498
§5.1	一般概率比的漸近分配	499
§5.2	卡方適合度檢定	501
§5.3	兩個多項分配相等的檢定和推廣	508
§5.4	列聯表的獨立性檢定	512
§6	假設檢定與信賴區間	523
§7	逐次假設檢定	527
§7.1	緒論	527
§7.2	逐次機率比檢定	529
§7.3	近似逐次機率比檢定	532
§7.4	逐次機率比檢定的近似期望樣本大小	533
第十章	線性模式	547
§1	節要	547
§2	線性模式的幾個例子	547
§3	線性模式的定義	549
§4	點估計——事例甲	552
§5	信賴區間——事例甲	557
§6	假設檢定——事例甲	561
§7	點估計——事例乙	565
第十一章	非參數式統計方法	571
§1	節要	571
§2	累積分配函數推論	572