

根据最新版九年义务教育教材编写



CHUZHONG
DAISHU
JIADAN

初中

代数教案

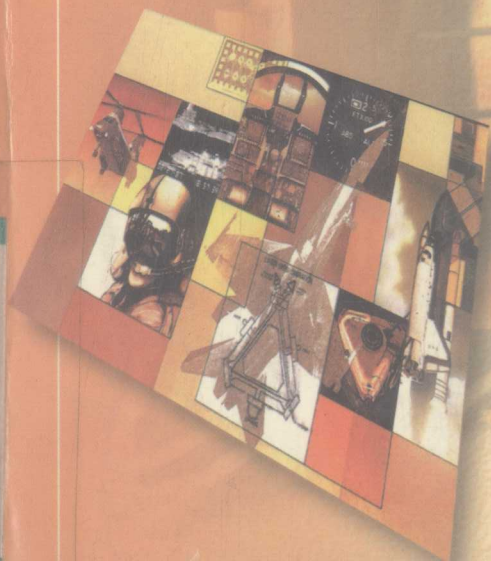
主 编 胡 杞 傅佑珊



二年级

课堂教学设计丛书

KETANG JIAOXUE SHEJI CONGSHU



北京师范大学出版社

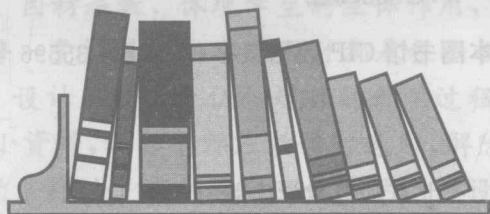
课堂教学设计丛书

初中代数教案

二年级

主编 胡 杞

傅佑珊



北京师范大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

初中代数教案:二年级/胡杞,傅佑珊主编. —北京:北京师范大学出版社,1999.8
(课堂教学设计丛书)
ISBN 7-303-02478-6

I. 初… II. ①胡… ②傅… III. 代数课-初中-教案(教育) N. G633.622

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 35596 号

北京师范大学出版社出版发行
(北京新街口外大街 19 号 邮政编码:100875)

出版人:常汝吉

北京师范大学印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:787 mm×1 092 mm 1/16 印张:17 字数:414 千字

1999 年 10 月第 1 版 1999 年 10 月第 1 次印刷

印数:1~31 000 定价:23.00 元

出版说明

我社出版的中小学各科教案历来深受广大师生及家长的欢迎,对提高教学质量起到了一定的作用,尤其是对我国边远及少数民族地区,所起的作用就更大一些。

近年来,随着教育改革的深入发展,课程设置、教学大纲、教材都相应地进行了一些修订,其目的就是为了全面实施素质教育,以提高公民的素质,适应我国经济发展和社会建设的需要。朱镕基总理在第九届全国人民代表大会第二次会议上所作的《政府工作报告》中明确提出:“……大力推进素质教育,注重创新精神和实践能力的培养,使学生在德、智、体、美等方面全面发展。”“继续积极改革教育思想、体制、内容和方法。”“要更加重视质量。全面提高各级各类学校的教育质量,特别是中小学阶段的教育质量。”在提倡素质教育这一新形势下,如何将素质教育思想贯穿在课堂教学中,是当务之急。为此,我们组织了一批以特级教师为主,具有丰富教学经验的教师根据修改的教学大纲和教材重新编写了中小学的各科教案,冠名为《课堂教学设计丛书》。该丛书与以往的教案有所不同,它更注重教学思想和教学方式、方法上的探索。每堂课的教学分以下几个方面编写:

1. 教学目标。注重对学生的价值观、科学态度、学习方法及能力的培养。构建培养学生全方位的素质能力的课堂教学模式。

2. 教学重点、难点分析。其分析不仅体现在知识点上,还体现在方法、能力上。

3. 教学过程设计。因材施教,体现学生的主体作用,让学生爱学、会学,教学生掌握学习方法。每一堂课教学内容的设计都是根据教学目标和学生的基础,构建教学的问题情景,设计符合学生认知规律的教学过程。

4. 课后附有关的小资料,以备老师在教学时选用,解除老师到处找资料之苦。为体现教学方法的多样性,有的课时可能有两个“设计”。

我们认为,本套丛书的编写内容适合学生的心理特点和认知规律,较好地体现了学生的主体性和因材施教的教育思想,从而调动了学生学习的积极性和主动性。

恳请广大师生在使用过程中多提批评意见,以便再版时修正。

前 言

教学设计的目的是,系统解决如何提高教学质量,完成预期的教学目标,帮助和促进全体学生的自身发展。

本书是依据教学设计的思想,遵照九年义务教育中学数学教学大纲,认真分析了初中数学各章的目的、内容、地位、作用,对每节课的教学进行了教学设计。

本书的内容是与现行初中数学教学密切结合、同步展开的,每节课的教学设计是由教学目标、教学重点和难点以及教学过程设计组成。每节课的教学过程设计,体现了依照初中数学教学大纲精神、教学内容和初中学生的特点,从基础知识、基本技能到渗透基本数学思想方法,培养学生数学思维和能力,充分体现了在强化教学目标控制的同时,选用恰当的教学策略和方法,注重知识形成过程的教学,努力为学生创设有利的学习情景,让学生在教师的引导下,积极参与教学活动,激励学生创造性的学习,主动的获取知识,利用他们自身的潜能去完善自己。

为了协助教师更好地进行教学,本书对一些数学概念、定理、公式、法则和数学思想方法,有独到的处理,各节课都配置了一定量的例题、习题,并安排了作为前置评价和教学目标达成评价的课堂练习题,每章后都附有这一章的测试题,供教师在教学中参考、选用,以便对教学中学习进行反馈与矫正。

本书努力突出观点新颖,材料丰富、内容实用的特点。

各节课后一般都有课堂教学设计说明,目的是便于教师了解编者在教学设计中对于有关问题的认识和处理意图,为读者和编者提供了交流的空间。

本书是由北京市有丰富教学经验的特、高级教师和全国青年数学教师评优课一等奖获得者参加编写的。

几何部分是由特级教师傅佑珊老师主编。

代数部分是由胡杞研究员主编。

初中代数第一册(上)是由彭林、刀卫东、张瑞玲等老师编写;第一册(下)由彭林、刀卫东老师编写;

初中代数第二册是由李湘凤老师编写;

初中代数第三册是由陈家骏老师编写;

平面几何第一册是由陈莹、刘毛秀等老师编写;

平面几何第二册是由雷文虹、刘德伟、孙家钰等老师编写;

平面几何第三册是由洪静萍、张立平、卫常青等老师编写。

主 编

1999.9 于北京

目 录

第八章 因式分解

因式分解的概念	(1)
提取公因式法(1)	(5)
提取公因式法(2)	(9)
运用公式法——平方差公式(1)	(13)
运用公式法——平方差公式(2)	(17)
运用公式法——完全平方公式(1)	(21)
运用公式法——完全平方公式(2)	(25)
分组分解法(1)	(28)
分组分解法(2)	(32)
分组分解法(3)	(35)
十字相乘法(1)	(38)
十字相乘法(2)	(42)
十字相乘法(3)	(46)
因式分解复习课(1)	(50)
因式分解复习课(2)	(55)
测试题	(60)
因式分解(第二课堂)	(63)

第九章 分 式

分式的概念	(70)
分式的基本性质(1)	(75)
分式的基本性质(2)	(78)
分式的约分	(82)
分式的乘除法(1)	(85)
分式的乘除法(2)	(89)
同分母分式的加减法	(93)

分式的通分	(96)
异分母的分式加减法	(99)
分式的混合运算	(102)
含字母系数的一元一次方程	(105)
可化为一元一次方程的分式方程(1)	(110)
可化为一元一次方程的分式方程(2)	(115)
列分式方程解应用题	(118)
分式复习课(1)	(122)
分式复习课(2)	(127)
测试题	(132)

第十章 数的开方

平方根(1)	(134)
平方根(2)	(138)
平方根(3)	(143)
立方根(1)	(148)
立方根(2)	(151)
实数(1)	(155)
实数(2)	(160)
数的开方复习课	(165)
测试题	(171)

第十一章 二次根式

二次根式(1)	(173)
二次根式(2)	(177)
二次根式的乘法(1)	(180)
二次根式的乘法(2)	(184)
二次根式的乘法(3)	(187)
二次根式的除法(1)	(191)
二次根式的除法(2)	(194)
二次根式的除法(3)	(198)
最简二次根式(1)	(202)
最简二次根式(2)	(205)
二次根式的加减法(1)	(209)
二次根式的加减法(2)	(213)
二次根式的混合运算(1)	(218)

二次根式的混合运算(2)	(223)
二次根式的混合运算(3)	(228)
二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简(1)	(233)
二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简(2)	(237)
二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简(3)	(241)
二次根式复习课(1)	(246)
二次根式复习课(2)	(253)
测试题	(258)

第八章 因式分解

因式分解的概念

教学目标

1. 使学生正确理解因式分解的概念;
2. 了解因式分解与整式乘法的关系;
3. 了解因式分解的作用.

教学重点和难点

重点:因式分解的概念.

难点:因式分解与整式乘法的关系.

教学过程设计

一、导入新课

在小学时,我们学过了把一个整数分解成质因数的方法,例如:

$$24 = 2 \times 12 = 4 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3. \quad (*)$$

问:哪些数是 24 的因数? 哪些数是 24 的质因数? 为什么?

答:2, 3, 4, 6, 12 都能整除 24, 所以都是 24 的因数;但其中的 4, 6, 12 还可以继续分解, 故它们都不是 24 的质因数;而 2 与 3 不能再分解了, 所以把它们称为 24 的质因数.

指出: (*) 式中, 两个或两个以上的数相乘得到的积中的每一个数都是乘积的因数, 能整除某数的数, 都是这个数的因数.

问: 42 的因数和质因数是什么? 为什么?

答: 2, 3, 6, 7, 14 都是 42 的因数, 因为这些数都能整除 42. 其中 2, 3, 7 是 42 的质因数, 因为这些数只能被 1 和自身整除.

指出: 求一个数的因数, 把一个数写成它的因数的积的形式, 叫做因数分解法.

因数分解在分数运算中有重要作用.

例 计算: (1) $\frac{15}{28} \times \frac{8}{25} \div 2\frac{4}{7}$; (2) $\frac{1}{10} + \frac{11}{15}$.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \text{原式} &= \frac{15}{28} \times \frac{8}{25} \div \frac{18}{7} \\ &= \frac{15}{28} \times \frac{8}{25} \times \frac{7}{18} \\ &= \frac{3 \times 5}{4 \times 7} \times \frac{2 \times 4}{5 \times 5} \times \frac{7}{2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{15}; \end{aligned} \quad \begin{aligned} (2) \text{原式} &= \frac{1}{2 \times 5} + \frac{11}{3 \times 5} \\ &= \frac{1 \times 3 + 11 \times 2}{2 \times 5 \times 3} \\ &= \frac{25}{30} \\ &= \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

注意:

1. 乘、除运算中,首先把除法转化为乘法,再进行因数分解、约分,然后再进行乘法运算.
2. 异分母的加减法运算规律是,利用因数分解求出各分母的最小公倍数作为公分母,通分后变为同分母的分数,再进行加、减运算.

请同学观察下面两个等式:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2),$$

$$3m^2 - 3n^2 = 3(m+n)(m-n).$$

可以看出,这两个等式的左边都是多项式,右边都是整式乘积的形式,并且右边的每一个因式都能整除左边的多项式.

我们把上面这种从左式到右式的恒等变形叫做多项式的因式分解.

在复习了整数的因数分解的基础上,我们将进一步学习多项式的因式分解.

二、讲授新课

把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式.

像把 $ma + mb + mc$ 写成 $m(a+b+c)$ 那样,就是把多项式因式分解.

又如,把 $a^2 - b^2$ 写成 $(a+b)(a-b)$ 等等,都是把多项式因式分解.

我们写成等式形式,就是:

$$ma + mb + mc = m(a+b+c),$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

这两个等式的左边都是多项式,而右边都是整式积的形式.

问:下列各题中,从左式到右式的变形,哪些是因式分解? 哪些不是因式分解? 为什么?

(1) $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$;

(2) $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$;

(3) $(x+2)(x-1) = x^2 + x - 2$;

(4) $x(x+2) = x^2 + 2x$;

(5) $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$;

(6) $m^2 + m - 4 = (m+3)(m-2) + 2$.

答:(1),(2),(5)题中,从左式到右式的变形是因式分解,因为各题中的左式都是多项式,而右式都是整式乘积形式,均符合因式分解的定义;而(3),(4),(6)题中,从左式到右式的变形都不是因式分解,各题中的右式都不是整式乘积的形式,因此不符合因式分解的定义.

指出:多项式的因式分解,必须是把一个多项式化成几个整式乘积的形式.

因式分解与整式乘法之间有什么关系?我们曾经学过整式乘法及乘法公式,如单项式与多项式相乘,得

$$m(a+b+c) = ma + mb + mc;$$

多项式与多项式相乘,得

$$(x+m)(x+n) = x^2 + (m+n)x + mn.$$

乘法公式有:

平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

完全平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

立方和与立方差公式

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3,$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3.$$

问:观察乘法运算及乘法公式中,等号的左边和右边各是什么式子?

答:各式的等号左边都是整式乘积形式,而各式的等号右边都是多项式.

如果我们把上面的乘法运算及乘法公式中的等号左边的式子与等号右边的式子互换,就得到

$$\begin{aligned}ma+mb+mc &= m(a+b+c), \\x^2+(m+n)x+mn &= (x+m)(x+n), \\a^2-b^2 &= (a+b)(a-b), \\a^2+2ab+b^2 &= (a+b)^2, \\a^2-2ab+b^2 &= (a-b)^2, \\a^3+b^3 &= (a+b)(a^2-ab+b^2), \\a^3-b^3 &= (a-b)(a^2+ab+b^2).\end{aligned}$$

这些式子中,从等式左边到等式右边的变形就是多项式的因式分解.

由此可得出:多项式的因式分解与整式乘法是方向相反的恒等变形.整式的乘法运算就是把几个整式的积变为多项式的形式,特征是向着积化和差的形式发展;而多项式的因式分解是把一个多项式化为几个整式乘积的形式,特征是向着和差化积的形式发展.

问:下列各题从左式到右式的变形中,哪些是因式分解?哪些是整式乘法?

- (1) $m^3n^2-n^3m^2=m^2n^2(m-n)$;
- (2) $(a+b)(m+n)=am+an+bm+bn$;
- (3) $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$;
- (4) $x(2x-y)=2x^2-xy$;
- (5) $9a^2-b^2=(3a+b)(3a-b)$;
- (6) $3a^2(a-b+c)-6a^3=3a^2(c-b-a)$.

答:(1),(3),(5),(6)题中,从左式到右式的变形是因式分解;(2),(4)题中,从左式到右式的变形是整式乘法.

三、课堂练习

1. 选择题.

(1) 下列等式中,从左到右的变形为因式分解的是().

A. $12a^2b = 3a \cdot 4ab$

B. $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$

C. $4x^2 - 8x - 1 = 4x(x-2) - 1$

D. $\frac{1}{2}ax - \frac{1}{2}ay = 12a(x-y)$

(2) 下列等式中从左到右的变形因式分解的是().

A. $(x+5)(x-1) = x^2 + 4x - 5$

B. $x^2 - y^2 - 1 = (x+y)(x-y) - 1$

C. $x^2 - 10xy + 25y^2 = (x-5y)^2$

D. $ax^2 - bx^2 - x = x^2(a-b) - x$

(3) 下列等式中从左到右的变形因式分解的是().

A. $ab(a-b) = a^2b - ab^2$

B. $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$

C. $ax + bx - a = x(a+b) - a$

D. $ab + ac - a^2 = a(b+c-a)$

2. 判断下列各题从左到右的变形,哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

(1) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$;

(2) $y^2 - 16 = (y+4)(y-4)$;

(3) $x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$;

(4) $m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$;

$$(5) a^2 - 25 + a - 1 = (a + 5)(a - 5) + a - 1;$$

$$(6) x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1).$$

四、小结

1. 多项式的因式分解的概念是,把一个多项式化为几个整式乘积的形式,叫做把这个多项式因式分解.

2. 多项式的因式分解与整式乘法是方向相反的恒等变形.

五、作业

1. 判断正误.

(1) 把一个代数式化为乘积形式,叫做把这个代数式因式分解; ()

(2) 把一个整式化为乘积形式,叫做把这个整式因式分解; ()

(3) 把一个多项式化为几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解. ()

2. 下列由左到右的变形,哪些是因式分解? 哪些不是? 为什么?

(1) $x^2 + 2xy + y^2 - 1 = (x + y + 1)(x + y - 1);$

(2) $x^2 - y^2 - 3 = (x + y)(x - y) - 3;$

(3) $m^2 + 2mn + n^2 - 2m - 2n = (m + n)^2 - 2(m + n);$

(4) $9(a^2 - 1) = 9(a + 1)(a - 1);$

(5) $bx^2 - 3b = b(x^2 - 3);$

(6) $(a + 2)(a - 3) + 5 = a^2 - a - 1;$

(7) $9x^2 - y^2 = (3x + y)(3x - y).$

课堂教学设计说明

1. 本节课是《因式分解》这一章的第一节课,主要是让学生了解因式分解的意义,正确理解因式分解的概念,因此整个教学设计是紧扣这一中心展开的. 在学生理解多项式因式分解概念的基础上,再让学生了解因式分解与整式乘法的区别与联系.

为了符合学生的心理特点和认知规律,在教学中采取类比的方法,先从复习学生已掌握的将整数分解质因数的方法开始,很自然地引入多项式的因式分解,学生比较容易接受和理解.

2. 结合关系式 $ma + mb + mc = m(a + b + c)$,引导学生了解因式分解的理论依据是多项式乘法的逆变形,了解因式分解和整式乘法的区别与联系,从而可以使学生感受到因式分解与整式乘法的思路是相反方向的变形过程,也就是因式分解的思维过程是整式乘法的逆向思维过程. 让学生明白这一点,目的是防止学生在进行多项式的因式分解过程中,出现和整式乘法混淆的错误. 这个问题在今后讲解多项式的因式分解方法时,还要不断地强调.

3. 为什么要学习因式分解? 多项式因式分解的作用是什么? 为了说明这个问题,在教学设计中通过复习小学算术中的分数运算的约分、通分,进而指出因式分解是学习分式运算中的约分、通分以及学习代数和三角函数式中的恒等变形的基础. 由于学生初次学习因式分解的概念,让他们深刻感知因式分解的作用是困难的,但通过具体例子让学生复习和回忆因数分解的作用,这对今后学习因式分解并理解它的作用有一定帮助.

4. 在因式分解中,有些概念在初中阶段是无法讲清的,实际上因式分解应当理解为可既约因式分解,即分解出的因式应当是既约的,就是分解到不能再分解为止. 这与数域有关系,一个多项式在某个数域内不可分解,但在另一个数域内有时却可以分解. 决定因素不在多项式本身,而在于所讨论的数的范围不同.

提取公因式法(1)

教学目标

1. 使学生明确多项式各项的公因式的概念,会运用提取公因式法分解形如 $ma+mb+mc$ (m 为单项式)的多项式;
2. 培养学生观察、分析、概括的能力和逆向思维方式.

教学重点和难点

重点:理解提取公因式法的依据,掌握运用提取公因式法把多项式因式分解.

难点:确定多项式中各项的公因式和理解因式分解的意义.

教学过程设计

一、导入新课

请同学分别观察下列各式的结构有什么特点?

$$(1) 5 \times 3 + 5 \times 2.4 + 5 \times 2;$$

$$(2) 2\pi R + 2\pi r;$$

$$(3) ax + ay;$$

$$(4) ma + mb + mc.$$

答:各式中的各项都含有一个公共的因数或因式,它们分别是 $5, 2\pi, a, m$.

如果多项式 $ma+mb+mc$ 中各项都含有一个公共的因式 m ,则我们把因式 m 叫做这个多项式各项的公因式. 如多项式 $ak+bk-ck$ 中各项的公因式是 k .

问: n 是否为多项式 $na-nb+c$ 各项的公因式? 为什么?

答: n 不是多项式 $na-nb+c$ 各项的公因式. 因为 n 虽然是第一、第二项的公因式,但不是第三项的因式,所以 n 不是多项式 $na-nb+c$ 的公因式.

为了进一步学习代数式的化简、解方程和代数运算,现在介绍提取多项式的公因式的方法.

请用简便方法计算 $9999 \times 168 + 9999 \times 723 + 9999 \times 109$.

答:根据式子的结构特点,先不直接进行计算,而是把各项的公因式提出后再计算.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 9999 \times (168 + 723 + 109) \\ &= 9999 \times 1000 \\ &= 9999000. \end{aligned}$$

二、讲授新课

把单项式 m 乘以多项式 $a+b+c$,运用乘法分配律,得到

$$m(a+b+c) = ma + mb + mc,$$

由于这是一个等式,因此可以把它反过来写,即

$$ma + mb + mc = m(a+b+c).$$

就是说,多项式 $ma+mb+mc$ 各项中都含有公因式 m ,可以把公因式 m 提到括号外面,把多项式 $ma+mb+mc$ 写成因式 m 与 $a+b+c$ 乘积的形式. 我们把这种分解因式的方法叫做提公因式法.

例 1 把 $8a^3b^2 - 12ab^3c$ 分解因式.

问:多项式中的各项都含有的公共因式是什么?公共因式的系数及各字母以及各字母的指数是怎样确定的?

答:多项式中各项都含有的公共因式是 $4ab^2$. 公因式的系数应取各项系数的最大公约数, 字母取各项的相同的字母, 而且各字母的指数取次数最低的.

解 $8a^3b^2 - 12ab^3c = 4ab^2 \cdot 2a^2 - 4ab^2 \cdot 3bc = 4ab^2(2a^2 - 3bc)$.

指出:从中还可以看出,用公因式 $4ab^2$ 去除多项式 $8a^3b^2 - 12ab^3c$, 所得的商式 $2a^2 - 3bc$ 作为一个因式, 公因式 $4ab^2$ 作为另一个因式, 写成积的形式, 就是因式分解的结果.

例2 把 $3x^2 - 6xy + x$ 分解因式.

问:这个多项式的各项是否都含有公共的因式? 若有, 请指出.

答:多项式中各项都含有的公因式是 x .

问:另一个因式是什么?

答:另一个因式是 $3x - 6y + 1$.

解 $3x^2 - 6xy + x = x \cdot 3x - x \cdot 6y + x \cdot 1 = x(3x - 6y + 1)$.

指出:把原多项式提取公因式 x 之后, 另一个因式不是 $3x - 6y$, 而是 $3x - 6y + 1$. “1”作为项的系数通常可以省略, 但如果单独成一项时, 它在因式分解时不能漏掉.

练习一

1. 指出下列各多项式的公因式: (口答)

(1) $8x^2y - 12xy^2$; (2) $12xy^2z - 9yz$; (3) $6a^3bc + 18a^2c^2 - 9a^2b^2c^3$.

2. 填空:

(1) $15a^2 - 25ab^2 = 5a(\quad)$;

(2) $\frac{1}{3}x^2y^2 + xy = (\quad)(xy + 3)$;

(3) $a^2b^2c - \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ab(\quad)$.

3. 把下列各式分解因式:

(1) $4ax - 6a^2x$; (2) $12x^2y - 4xy^2 + 6xy$;

(3) $6a^3x^4 - 8a^2x^5 + 14ax^6$; (4) $\frac{1}{2}m^2n - \frac{1}{4}mn^2 + \frac{1}{8}mn$.

答案:

1. (1) $4xy$; (2) $3yz$; (3) $3a^2c$. 2. (1) $3a - 5b^2$; (2) $\frac{1}{3}xy$; (3) $2abc - 1$.

3. (1) $2ax(2 - 3a)$; (2) $2xy(6x - 2y + 3)$; (3) $2ax^4(3a^2 - 4ax + 7x^2)$;

(4) $\frac{1}{8}mn(4m - 2n + 1)$.

在多项式的因式分解中, 有时会遇到有关添括号的问题, 因此我们在这里复习整式加、减法的运算中的添括号法则.

练习二

把多项式 $3a - 2b + c$ 添上括号, 要求:

(1) 把它放在前面带“+”号的括号里;

(2) 把它放在前面带“-”号的括号里.

答案:

(1) $3a - 2b + c = +(3a - 2b + c)$; (2) $3a - 2b + c = -(-3a + 2b - c)$;

问:在整式运算中, 添括号的法则是什么?

答:把整式添括号后, 如果括号前面是“+”号, 括号里的各项都不变号; 如果括号前面是

“-”号,括号里的各项都改变符号.

今后,在多项式的因式分解中,如果遇到有关添括号的问题,要正确运用添括号法则.

例3 把下列各式分解因式:

$$(1) -4m^3 + 16m^2 - 26m; \quad (2) -\frac{1}{2}a^2b^3 - a^3b^3 + 2a^4b^4c.$$

分析:这两个多项式的各项都有公因式,而且第一项的系数都是负数,首先要提出“-”号,使括号内的第一项的系数是正的,在提出“-”号时,根据添括号法则,括号里的各项都要变号.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \quad & -4m^3 + 16m^2 - 26m \\ & = -(4m^3 - 16m^2 + 26m) \\ & = -2m(2m^2 - 8m + 13). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & -\frac{1}{2}a^2b^3 - a^3b^3 + 2a^4b^4c \\ & = -\left(\frac{1}{2}a^2b^3 + a^3b^3 - 2a^4b^4c\right) \\ & = -\frac{1}{2}a^2b^3(1 + 2a - 4a^2bc). \end{aligned}$$

结合例3请同学概括,当多项式的第一项的系数是负数时,分解因式的步骤是什么?

答:首先,把“-”号提到括号外,括号里的多项式的各项都要改变符号;第二步,把多项式各项的公因式提到括号外面,如果多项式中有分数系数,则把分数提到括号外,使括号内的各项的系数是整数,如例3的第(2)小题.

三、课堂练习

把下列各式分解因式:

$$(1) -3x^3 - 6x^2; \quad (2) -5a^3 - 10a^2 + 15a;$$

$$(3) -xy + \frac{2}{3}x^2y + xy^2; \quad (4) -2\pi k + 4\pi - 4\pi r^2;$$

$$(5) -\frac{1}{2}ab + abc - \frac{1}{4}ac.$$

答案:

$$(1) -3x^2(x+2); \quad (2) -5a(a^2+2a-3);$$

$$(3) -\frac{1}{3}xy(3-2x-3y); \quad (4) -2\pi(k-2+2r^2);$$

$$(5) -\frac{1}{4}a(2b-4bc+c).$$

四、小结

1. 运用提取公因式法把多项式因式分解的方法是,先找出多项式的公因式,提出公因式后,把原多项式写成整式乘积形式.

2. $ma+mb+mc=m(a+b+c)$ 可以看作是提取公因式法的公式. 如果把一个多项式运用提取公因式法分解因式时,可以把多项式进行适当的变换,纳入上述公式,即可把多项式因式分解. 如把多项式 $3x^2-6xy+x$ 因式分解,首先把原式变形为 $x \cdot 3x - x \cdot 6y + x \cdot 1$, 这里 $m=x, a=3x, b=6y, c=1$, 可纳入上述公式,得

$$3x^2-6xy+x=x \cdot 3x - x \cdot 6y + x \cdot 1 = x(3x-6y+1).$$

遵循这种方法,常可把问题由难变易.

3. 因式分解与整式乘法的关系是

整式积 $\xrightleftharpoons[\text{因式分解}]{\text{整式乘法}}$ 多项式.

通过整式乘法运算,把几个整式的积转化为多项式;而通过因式分解,把多项式转化为几个整式积的形式.

提取公因式法的依据是整式的乘法.

五、作业

1. 把下列各式分解因式:

- (1) $cx - cy + cz$; (2) $px - qx - rx$; (3) $12abc - 18bc^2$;
 (4) $-4x^2y + xy^2$; (5) $-16x^4 + 32x^3 - 56x^2$; (6) $-4a^3b^3 + 6a^2b - 2ab$;
 (7) $-\frac{3}{4}x^2y - xy^2 + 2x^2y^2$; (8) $\frac{1}{5}x^2y^2 - x^2y + \frac{2}{5}x^2y^2z$.

2. 填空:

- (1) $14abx - 8ab^2x + 2ax = 2ax(\quad)$;
 (2) $-7ab - 14abx + 49aby = -7ab(\quad)$;
 (3) $-\frac{1}{4}abc + \frac{1}{2}a^2b - \frac{1}{8}ab^2 = (\quad)(2c - 4a + b)$.

3. 利用因式分解计算:

- (1) $21 \times 3.14 + 62 \times 3.14 + 17 \times 3.14$;
 (2) $2.186 \times 1.237 - 1.237 \times 1.186$.

4. 已知公式 $V = IR_1 + IR_2 + IR_3$, 当 $R_1 = 19.7$, $R_2 = 32.4$, $R_3 = 35.9$, $I = 2.5$ 时, 求 V 的值.

答案:

1. (1) $c(x - y + z)$; (2) $x(p - q - r)$; (3) $6bc(2a - 3c)$;
 (4) $-xy(4x - y)$; (5) $-8x^2(2x^2 - 4x + 7)$; (6) $-2ab(2a^2b - 3a + 1)$;
 (7) $-\frac{1}{4}xy(3x + 4y - 8xy)$; (8) $\frac{1}{5}xy(xy - 5x + 2xyz)$.
 2. (1) $7b - 4b^2 + 1$; (2) $1 + 2x - 7y$; (3) $-\frac{1}{8}ab$.
 3. (1) 314; (2) 1.237.
 4. $V = I(R_1 + R_2 + R_3) = 2.5 \times (19.7 + 32.4 + 35.9) = 220$.

课堂教学设计说明

1. 提取公因式法是把多项式因式分解的最基本的,也是最重要的方法. 由于今后还要向学生介绍其它方法,因此在讲授例题时,要引导学生观察多项式的结构特点,找出多项式各项的公因式.

2. 本节课的教学设计,力求体现出在教师引导下,师生共同讨论、分析、归纳,运用提公因式法把多项式因式分解. 通过课堂练习让学生在课堂上达到巩固所学知识的目的.

3. 通过向学生说明提公因式的依据,培养学生不仅要掌握顺向思维的方式,还应运用逆向思维去考虑问题. 由于多项式的因式分解和整式乘法是目标不同,方向相反的恒等变形,可以借此机会训练学生双向思维,特别是逆向思维方式.

提取公因式法(2)

教学目标

1. 使学生理解公式 $am+bm+cm=m(a+b+c)$ 中的 m 不仅可以表示单项式,也可以表示多项式,并能较熟练地找出公因式;
2. 通过把形如 $a(x+m)+b(x+m)$ 的多项式分解因式,介绍设辅助元的方法,把问题化归为公因式是单项式的题型,渗透化归的思想方法.

教学重点和难点

重点:公因式为多项式的提取公因式法.

难点:在确定公因式时符号的变换.

教学过程设计

一、复习

1. 把下列各式分解因式:

$$(1) 2am-3m;$$

$$(2) 100a^2b-25ab^2;$$

$$(3) 27m^2n^2-9m^3n^3+3m;$$

$$(4) -\frac{1}{5}x^2y-0.4x^2y^2.$$

2. 用乘法分配律计算下列各题:

$$(1) a(2b-3c);$$

$$(2) -4b(m-n+3);$$

$$(3) (m+n)(a+b);$$

$$(4) (2a-3)(m-n).$$

答案:

$$1. (1) m(2a-3);$$

$$(2) 25ab(4a-b);$$

$$(3) 3m(9mn^2-3m^2n^3+1);$$

$$(4) -\frac{1}{5}xy(x+2xy).$$

$$2. (1) a(2b-3c)=2ab-3ac;$$

$$(2) -4b(m-n+3)=-4bm+6bn-12b;$$

$$(3) (m+n)(a+b)=a(m+n)+b(m+n)=am+an+bm+bn;$$

$$(4) (2a-3)(m-n)=m(2a-3)-n(2a-3)=2am-3m-2an+3n.$$

我们从第2题的第(3)小题可看出,

$$(m+n)(a+b)=a(m+n)+b(m+n).$$

如果把这个等式的左式和右式对调,我们得到

$$a(m+n)+b(m+n)=(m+n)(a+b).$$

这实际上就是把多项式 $a(m+n)+b(m+n)$ 进行因式分解了.

二、讲授新课

对于多项式 $a(m+n)+b(m+n)$,如果设 $c=m+n$,那么这个式子就变为 $ac+bc$. 我们就可以用提取公因式法因式分解了.

例1 把 $2a(b+c)-3(b+c)$ 分解因式.

分析:这个多项式中的 $b+c$ 是二项式,如果设 $b+c=m$,则原式可变为

$$2a(b+c)-3(b+c)=2am-3m.$$

这样,就把问题归结为公因式是单项式的因式,可以用提取公因式法进行因式分解了.