

人民教育出版社中学数学室 策划组编

# 高考数学目标解析

GAOKAO SHUXUE  
MUBIAO JIEXI

(上册)

人民教育出版社

# 高考数学目标解析

---

(上册)

人民教育出版社中学数学室 策划组编

人民教育出版社

·北京·

**图书在版编目 (CIP) 数据**

高考数学目标解析. 上册/人民教育出版社中学数学  
室策划组编. —北京: 人民教育出版社, 2004  
ISBN 7-107-18017-7

I. 高…

II. 人…

III. 数学课—高中—升学参考资料

IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 094135 号

人民教育出版社 出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京四季青印刷厂印装 全国新华书店经销

2004 年 10 月第 1 版 2004 年 10 月第 1 次印刷

开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张: 24.5

字数: 517 千字 印数: 0 001~5 000 册

定价: 30.90 元

## 《高考数学目标解析》 编委会

主 编：郭慧清

---

|   |    |     |     |     |     |     |     |     |
|---|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 编 | 委： | 杨树春 | 吴捷坚 | 周万林 | 吴新华 | 廖燕芳 | 朱跃荣 | 郭玉竹 |
|   |    | 郭胜宏 | 郭本龙 | 贺险峰 | 张振国 | 史 强 | 周德山 | 周裕金 |
|   |    | 张泽雄 | 刘斌直 | 李先勋 | 黄大华 | 戴争平 | 平光宇 | 曾楚君 |
|   |    | 周晓波 | 王红玲 | 李湖南 | 李德明 | 邓正德 | 张雅斌 | 张英哲 |
|   |    | 赵跃生 | 伟钢洪 | 崔海友 | 郑军强 | 肖功军 | 熊学明 | 朱建国 |
|   |    | 宋 刚 | 洪 飞 | 周润玲 | 董幼奎 | 马敢飞 | 宋 群 | 纪希刚 |
|   |    | 苏建民 | 梁世锋 | 李宏伟 | 陈 杰 | 马安华 | 江玉军 | 周颖武 |
|   |    | 叶建华 | 邢 焕 | 张中华 | 朱国平 | 钱耀周 | 罗苑华 | 黄艳敏 |
|   |    | 周鸿高 | 王宗祥 | 谭柏连 | 陈旭武 | 董 磊 | 黄军华 |     |

---

责任编辑：章建跃 王 嵘

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与出版社联系调换。

(联系地址：北京市方庄小区芳城园三区13号楼 邮编：100078)

## 本书说明

《高考数学目标解析》以2002年4月教育部颁发的《全日制高中数学教学大纲》及最新的《数学科考试说明》（新课程版）为依据，人民教育出版社中学数学室编著的《全日制普通高级中学教科书·数学》（第一册（上）、（下）；第二册（上）、（下）；第三册（选修Ⅱ））为基础，近四年高考试题（特别是新教材版的高考试题）为参照系进行编写。

### 1. 针对性

本书是为学习过空间向量（9B）和选修（Ⅱ）的学生参加高考而编写的高考数学复习用书。全书充分关注数学思想与方法的提炼，重视解决数学问题的通性通法的概括与总结，将高考可能涉及的知识点、数学思想与方法及可能考察的数学能力分解成一系列的学习目标，为使用本书进行高考复习的考生设计高效的复习进程。

### 2. 联系性

全书以高中数学知识的内在联系为主线，以学生学习高中数学的实际过程为背景，对整个高中数学内容进行了适应学生有效学习的重新组合。比如，函数的极限、函数的连续性、函数的导数等等与函数都是紧密相联的，因此，在内容安排上就把这些内容与函数归在一起了。又如，数列的极限、数学归纳法与数列联系紧密，因此把这些内容与数列归在了一起。

在本书的编写中，充分关注学生复习内容与教材的联系。设置“阅读与理解”栏目，不仅为学生提供了利用教材掌握基本问题的途径，同时也让学生增加了进一步体会教材上的典型问题的机会，使高考考题“源于课本”的理念变成学生理解数学本质的重要方式。

### 3. 滚动性

本书不仅重视高中数学的逻辑顺序，而且重视学生数学学习的即时状态；不仅关注学生所处学习阶段中的数学内容，而且关注学生在整个学习历程中所经历的数学知识、数学方法与数学思想。这些“关注”的重要表现就是内容安排中知识与方法的“滚动性”，即改变只关注当前学习的数学内容的做法，让学习过的内容（特别是重要内容）在学习的过程中不断地重现。比如，学生学

习完选修(Ⅱ)的内容后就进入了复习,我们在安排刚开始复习的函数内容时,就让选修(Ⅱ)的内容(不仅仅是与函数有关的内容)在函数的复习内容中有机会不断重现.又如,在学生复习“直线和圆”时,已经复习了“函数”“不等式”“数列与数学归纳法”“三角函数”“平面向量”等内容,编写时尽可能地让这些内容的重要部分在“直线与圆”的复习内容中重现.同时,本书的“滚动性”还表现在与本书配套的“每周一练”及“每月一考”中.

全书分上、下两册,以课时为构成单位,每课时由“内容与目标”“阅读与理解”“问题解析”“测试与练习”“本课后记”五部分组成.另配有三十套“每周一练”(滚动性练习),五套“每月一考”(综合模拟试卷),并提供全书全部问题的答案及解析的光盘.

本书由教材编写人员精心设计与制作,参加编写的作者是高中数学教学一线的学科带头人、特级教师、高级教师.由于作者的水平有限,请使用本书的老师与同学多提宝贵意见.

《高考数学目标解析》编委会

# 目 录

## 一 集合与逻辑

|   |          |    |
|---|----------|----|
| 1 | 集合基础     | 1  |
| 2 | 简易逻辑     | 6  |
| 3 | 命题及其条件类型 | 11 |

## 二 函数

|    |           |     |
|----|-----------|-----|
| 4  | 函数的概念     | 17  |
| 5  | 函数的表示     | 23  |
| 6  | 简单函数的值域   | 30  |
| 7  | 函数的奇偶性    | 37  |
| 8  | 导数与函数的单调性 | 44  |
| 9  | 变化率与导数    | 50  |
| 10 | 二次函数      | 58  |
| 11 | 指数与对数     | 65  |
| 12 | 指数函数与对数函数 | 70  |
| 13 | 函数的反函数    | 75  |
| 14 | 函数图象的变换   | 81  |
| 15 | 导数与函数的极值  | 87  |
| 16 | 函数的最值     | 94  |
| 17 | 函数的极限     | 101 |
| 18 | 函数的连续性    | 107 |
| 19 | 函数的应用 (1) | 113 |
| 20 | 函数的应用 (2) | 120 |

## 三 不等式

|    |            |     |
|----|------------|-----|
| 21 | 不等式的基本性质   | 128 |
| 22 | 不等式的证明 (1) | 133 |
| 23 | 不等式的证明 (2) | 138 |



|                       |                      |     |
|-----------------------|----------------------|-----|
|                       | 24 有理不等式的解法 .....    | 143 |
|                       | 25 含绝对值的不等式 .....    | 149 |
|                       | 26 不等式的应用 (1) .....  | 155 |
|                       | 27 不等式的应用 (2) .....  | 162 |
| <b>四 数列、极限与数学归纳法</b>  |                      |     |
|                       | 28 等差、等比数列 (1) ..... | 168 |
|                       | 29 等差、等比数列 (2) ..... | 173 |
|                       | 30 数列求和 .....        | 178 |
|                       | 31 数学归纳法 .....       | 183 |
|                       | 32 归纳、猜想与证明 .....    | 189 |
|                       | 33 数列的极限 .....       | 195 |
|                       | 34 数列的应用 (1) .....   | 201 |
|                       | 35 数列的应用 (2) .....   | 208 |
| <b>五 三角函数</b>         |                      |     |
|                       | 36 三角函数的概念 .....     | 216 |
|                       | 37 同角关系与求值 .....     | 222 |
|                       | 38 三角式的恒等变形 .....    | 228 |
|                       | 39 三角函数的性质 .....     | 234 |
|                       | 40 三角函数的图象 .....     | 240 |
|                       | 41 已知三角值求角 .....     | 248 |
|                       | 42 三角形中的三角问题 .....   | 254 |
|                       | 43 三角函数的最值 .....     | 260 |
| <b>六 平面向量</b>         |                      |     |
|                       | 44 平面向量的基本运算 .....   | 265 |
|                       | 45 平面向量的坐标表示 .....   | 272 |
|                       | 46 平面向量的数量积 .....    | 277 |
|                       | 47 图象平移 .....        | 283 |
|                       | 48 平面向量的应用 .....     | 289 |
| <b>七 直线和圆及简单的线性规划</b> |                      |     |
|                       | 49 直线的方程 .....       | 296 |
|                       | 50 两条直线的位置关系 .....   | 302 |



|    |                 |     |
|----|-----------------|-----|
| 51 | 圆的方程 .....      | 308 |
| 52 | 直线与圆的位置关系 ..... | 314 |
| 53 | 简单的线性规划 .....   | 321 |

## 八 圆锥曲线

|    |                   |     |
|----|-------------------|-----|
| 54 | 椭圆 .....          | 329 |
| 55 | 双曲线 .....         | 335 |
| 56 | 抛物线 .....         | 341 |
| 57 | 直线与圆锥曲线 (1) ..... | 347 |
| 58 | 直线与圆锥曲线 (2) ..... | 354 |
| 59 | 圆锥曲线的几何性质 .....   | 361 |
| 60 | 轨迹 .....          | 368 |
| 61 | 坐标法的应用 .....      | 374 |

## 1.

## 集合基础

## 一、内容与目标

## 1. 知识方法

集合与元素, 全集、子集与补集, 交集与并集.

## 2. 学习目标

(1) 理解集合、子集与补集、交集与并集的概念.

(2) 了解空集和全集的意义.

(3) 了解属于、包含、相等关系的意义.

(4) 掌握有关集合的符号与术语, 并会用它们正确表示一些简单的集合.

## 二、阅读与理解

第一册(上)P1~13; P7 习题第 1、3 题, P10 习题第 3 题, P14 习题第 5、7 题, P43B 组第 1、2 题.

## 三、问题解析

## 选择题

1. 下列表示方法中正确的是( ).

- (A)  $0 \in \emptyset$       (B)  $0 \cup \emptyset = \{0\}$       (C)  $0 \subseteq \{0\}$       (D)  $\emptyset \subseteq \{0\}$

(目标: 区别数 0、空集  $\emptyset$ 、含有元素 0 的单元集合  $\{0\}$ .)

【答案】D.

【解析】空集是任何非空集合的真子集.

2. 集合  $M = \{x \mid x \leq 1\}$ ,  $N = \{x \mid x > p\}$ , 若  $M \cap N \neq \emptyset$ , 则  $p$  的取值范围是( ).

- (A)  $p > 1$       (B)  $p \geq 1$       (C)  $p < 1$       (D)  $p \leq 1$

(目标: 理解交集概念, 会利用数轴解题.)

【答案】C.

【解析】注意当  $p=1$  时,  $M \cap N = \emptyset$ .

3. 全集  $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$ ,  $A = \{|a + 7|, 2\}$ ,  $\complement_U A = \{5\}$ , 则实数  $a$  的值是( ).

- (A) 2, -4      (B) -2, 4      (C) 2      (D) -4

(目标: 会用全集、子集与补集的概念解题.)

【答案】D.

【解析】解题的关键在于理解  $\complement_U A = \{5\}$  的意义.

4. 若全集  $I = \mathbf{R}$ ,  $f(x)$ 、 $g(x)$  均为  $x$  的二次函数,  $P = \{x \mid f(x) < 0\}$ ,  $Q = \{x \mid g(x) \geq 0\}$ , 则不等式组  $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0 \end{cases}$  的解集用  $P$ 、 $Q$  表示为\_\_\_\_\_.

(A)  $P \cap (\complement_{\mathbf{R}} Q)$  (B)  $Q \cap (\complement_{\mathbf{R}} P)$  (C)  $P \cap Q$  (D)  $P \cup Q$

(目标: 用全集、补集、交集的意义处理不等式问题.)

【答案】A.

【解析】从集合角度看不等式的解的问题.

填空题

5. (1) 用列举法表示集合  $A = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbf{Z}, |x| \leq 1\}$  为\_\_\_\_\_;

(2) 用列举法表示集合  $B = \{(x, y) \mid y = x^2, x \in \mathbf{Z}, |x| \leq 1\}$  为\_\_\_\_\_.

(目标: 关注集合中代表元的作用, 会将集合的描述法转化为列举法.)

【答案】(1)  $\{0, 1\}$ ; (2)  $\{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$ .

【解析】 $A$  中元素是实数, 而  $B$  中的元素是有序数对(或看成点).

6. 已知集合  $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$ , 区间  $B = [m+1, 2m-1]$ , 若  $B \cup A = A$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

(目标: 理解  $B \cup A = A$  与  $B \subseteq A$  的等价性, 注意区间左右端点的大小关系.)

【答案】 $2 < m \leq 3$ .

【解析】注意“ $m+1 < 2m-1$ ”“ $m+1 \geq -2$ ”“ $2m-1 \leq 5$ ”要同时成立.

7. 集合  $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4\}$ ,  $B = \{(x, y) \mid (x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2, r > 0\}$ , 若  $A \cap B$  中有且只有一个元素, 则  $r$  的值是\_\_\_\_\_.

(目标: 点集  $A$ 、 $B$  与圆对应、 $A \cap B$  与两圆相切对应, 实现知识的相互转化.)

【答案】3, 7.

【解析】首先要将  $A$ 、 $B$  看成圆上的点集, 其次将“ $A \cap B$  中有且只有一个元素”转化为两圆内切或外切, 最后得到关于  $r$  的方程.

解答题

8. 已知全集  $S = \{1, 3, x^3 + 3x^2 + 2x\}$ ,  $A = \{1, |2x-1|\}$ , 如果  $\complement_S A = \{0\}$ , 那么这样的实数  $x$  是否存在? 若存在, 求出  $x$ ; 若不存在, 说明理由.

(目标: 理解全集、子集、补集的意义及集合的确定性与互异性.)

【解析】 $\complement_S A = \{0\}$  的充要条件为  $A \subseteq S$ ,  $0 \in S$ ,  $0 \notin A$ , 即  $|2x-1| \in S$ ,  $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$ ,  $|2x-1| \neq 1$  (互异性) 且  $|2x-1| \neq 0$ , 所以  $x = -1$ .

9. 集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - mx + 2 = 0\}$ , 若  $A \supseteq B$ , 讨论实数  $m$  的取值情况.

(目标: 理解包含关系, 会按  $B$  的各种情况分类讨论.)

【解析】 $A = \{1, 2\}$ .

①若  $B=\emptyset$ , 则  $x^2-mx+2=0$  中  $\Delta<0$ , 那么  $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$ .

②若  $B=\{1\}$ , 则  $x^2-mx+2=0$  有且仅有一个根 1,  $1\times 1=2$  与  $1+1=m$  同时成立, 不可能.

③若  $B=\{2\}$ , 则  $x^2-mx+2=0$  有且仅有一个根 2,  $2\times 2=2$  与  $2+2=m$  同时成立, 不可能.

④若  $B=\{1, 2\}$ , 则  $x^2-mx+2=0$  有两个根 2 与 1,  $\Delta>0$ ,  $1\times 2=2$ ,  $1+2=m$ , 所以  $m=3$ .

综上,  $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$  或 3.

10. 已知函数  $f(x)=4x^2-2(p-2)x-2p^2-p+1$  在区间  $[-1, 1]$  上至少存在一个实数  $c$ , 使  $f(c)>0$ , 求实数  $p$  的取值范围.

(目标: 用集合中补集的思想解决“至少”“至多”等问题.)

【解析】这个看似与集合无关的问题, 可以用集合中补集的思想得到比较简单的解法.

设所求  $p$  的范围是集合  $A$ , 则其补集  $\complement_{\mathbb{R}}A=\{p \mid \text{在} [-1, 1] \text{上 } f(x)\leq 0 \text{ 恒成立}\}$ .

又抛物线开口向上, 所以  $\complement_{\mathbb{R}}A$  等价于  $\complement_{\mathbb{R}}A=\{p \mid f(1)\leq 0, \text{ 且 } f(-1)\leq 0\} =$

$\{p \mid p\leq -3 \text{ 或 } p\geq \frac{3}{2}\}$ , 取其补集  $A=(-3, \frac{3}{2})$ , 即  $-3<p<\frac{3}{2}$ .

#### 四、测试与练习

##### 选择题

11. 下列五种表达形式中, 错误的个数( ).

①  $1\in\{0, 1, 2\}$       ②  $\{1\}\in\{0, 1, 2\}$       ③  $\{0, 1, 2\}\subseteq\{0, 1, 2\}$

④  $\emptyset\subsetneq\{0, 1, 2\}$       ⑤  $\{0, 1, 2\}=\{2, 1, 0\}$

(A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

12. 已知集合  $A=\{x \mid x^2-1=0\}$ ,  $B=\{x \mid ax-1=0, a\in\mathbb{R}\}$ ,  $A\cup B=A$ , 则  $a$  的值为( ).

(A) 0      (B) 1, 0      (C) -1, 0      (D) 1, -1, 0

13. 集合  $A=\{x \mid -1<x<1\}$ ,  $B=\{x \mid x\leq a\}$ ,  $A\cap B=\emptyset$ ,  $A\cup B=\{x \mid x<1\}$ , 则  $a$  取值情况为( ).

(A) -1      (B) 1      (C)  $a\leq 1$       (D)  $a\leq -1$

14. 已知集合  $S$  满足四个条件: ①  $S$  中有三个元素, ② 若  $m\in S$ , 则  $\frac{1}{1-m}\in S$ , ③  $1\notin S$ , ④  $2\in S$ , 那么集合  $S=($  ).

(A)  $\{-1\}$       (B)  $\{-1, 2\}$

(C)  $\left\{-1, 2, \frac{1}{2}\right\}$       (D)  $\left\{-1, 2, \frac{2}{3}\right\}$

15. 某地区高中分三类, A 类校共有学生 4 000 人, B 类校共有学生 2 000 人, C 类校共有学生 3 000 人. 现欲抽样分析某次考试的情况, 若抽取 900 份试卷进行分析, 则从 A 类校抽取的试卷份数应为( ).

- (A) 450 (B) 400 (C) 300 (D) 200

16. 从黄瓜、白菜、油菜、扁豆 4 种蔬菜品种中选出 3 种, 分别种在不同土质的三块土地上, 其中黄瓜必须种植. 不同的种植方法共有( ).

- (A) 24 种 (B) 18 种 (C) 12 种 (D) 6 种

17. 已知直线  $y=kx+1$  与曲线  $y=x^3+ax+b$  切于点  $(1, 3)$ , 则  $b$  的值为( ).

- (A) 3 (B) -3 (C) 5 (D) -5

18. 若数列  $\{a_n\}$  的通项公式是  $a_n = \frac{3^{-n}+2^{-n}+(-1)^n(3^{-n}-2^{-n})}{2}$ ,  $n=1, 2, \dots$  则

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = ( )$ .

- (A)  $\frac{11}{24}$  (B)  $\frac{17}{24}$  (C)  $\frac{19}{24}$  (D)  $\frac{25}{24}$

### 填空题

19. 已知集合  $P_n = \{x \mid 2^n < x < 2^{n+1} \text{ 且 } x=7m+1, m, n \in \mathbf{N}\}$ , 则  $P_6$  中各元素之和等于\_\_\_\_\_.

20. 集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 3x + 4 = 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x+1)(x^2 + 3x - 4) = 0\}$ , 则满足  $A \subsetneq P \subseteq B$  的集合  $P$  中元素为\_\_\_\_\_.

21. 已知  $S = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $A = \{x \mid x^2 - px + q = 0\}$ , 若  $\complement_S A = \emptyset$ , 则  $p+q =$ \_\_\_\_\_.

22. 下面四种说法:

- (1) 离散型随机变量  $\xi$  的期望  $E\xi$  反映了  $\xi$  取值的概率的平均值;
- (2) 离散型随机变量  $\xi$  的方差  $D\xi$  反映了  $\xi$  取值的平均水平;
- (3) 离散型随机变量  $\xi$  的期望  $E\xi$  反映了  $\xi$  取值的平均水平;
- (4) 离散型随机变量  $\xi$  的方差  $D\xi$  反映了  $\xi$  取值的概率的平均值.

其中正确说法的序号是\_\_\_\_\_.

23. 某国际科研合作项目成员由 11 个美国人、4 个法国人和 5 个中国人组成. 现从中随机选出两位作为成果发布人, 则此两人不属于同一个国家的概率为\_\_\_\_\_. (结果用分数表示)

24.  $\left(x^2 - \frac{1}{2x}\right)^9$  展开式中  $x^9$  的系数是\_\_\_\_\_.

### 解答题

25. 已知  $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ .

命题  $P$ : 函数  $y = \log_a(x+1)$  在  $(0, +\infty)$  内单调递减;

命题  $Q$ : 曲线  $y=x^2+(2a-3)x+1$  与  $x$  轴交于不同的两点.

若  $P$  与  $Q$  中有且只有一个正确, 求  $a$  的取值范围.

(1) 请用集合符号和术语表示上述问题;

(2) 请用集合的观点求解.

26. 集合  $A=\{x \mid x^2+4x=0\}$ ,  $B=\{x \mid x^2+(2a+2)x+a^2-1=0\}$ . 若  $A \cap B=B$ , 求实数  $a$  的值.

27. 已知集合  $A=\{x \in \mathbf{R} \mid ax^2+2x+1=0, a \in \mathbf{R}\}$ .

(1) 若  $A=\emptyset$ , 求  $a$ ;

(2) 若  $A$  中有且只有一个元素, 求  $a$ ;

(3) 若  $A$  中至多有一个元素, 求  $a$ .

## 五、本课后记

集合是近代数学的基本概念之一, 集合的观点渗透于数学的各个方面, 集合符号在数学中有广泛应用, 我们不仅要学会利用集合符号进行正确表述, 而且还要主动地运用集合观点思考有关问题.

## 2. 简易逻辑

### 一、内容与目标

#### 1. 知识方法

逻辑联结词, 简单命题, 复合命题, 真值表, 反证法.

#### 2. 学习目标

理解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义; 能判断复合命题的真假; 理解反证法.

### 二、阅读与理解

第一册(上)P25~28, P32 例 3、例 4, P28 第 1 题, P29 第 1 题、第 2 题、第 4 题, P33 练习 2.

### 三、问题解析

#### 选择题

1. 已知  $p: \emptyset \subseteq \{0\}$ ,  $q: \{1\} \in \{1, 2\}$ , 由它们构成的“ $p$  或  $q$ ”“ $p$  且  $q$ ”“非  $p$ ”形式的命题中, 真命题有( ).

- (A) 1 个                      (B) 2 个                      (C) 3 个                      (D) 4 个

(目标: 会判断复合命题的真假.)

【答案】A.

【解析】 $\because p$  真,  $q$  假.  $\therefore$  “ $p$  或  $q$ ”真, “ $p$  且  $q$ ”假, “非  $p$ ”假.

2. 已知全集  $U = \mathbb{N}$ ,  $A \subseteq U$ ,  $B \subseteq U$ , 如果命题  $p: 0 \in A \cap B$ , 则命题“非  $P$ ”是( ).

- (A)  $0 \in A$                       (B)  $0 \in \complement_U B$   
(C)  $0 \in A \cup B$                       (D)  $0 \in (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

(目标: 理解逻辑联结词“非”的含义.)

【答案】D.

【解析】 $\because$  非  $p$  就是  $0 \notin A \cap B$ , 那么  $0 \in \complement_U (A \cap B)$ .  $\therefore 0 \in (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

3. 已知命题  $p: 0 \geq 0$ , 命题  $q: 2 \geq 1$ , 下列选项正确的是( )

- (A) “ $p$  或  $q$ ”为真, “ $p$  且  $q$ ”为假, “非  $p$ ”为假  
(B) “ $p$  或  $q$ ”为真, “ $p$  且  $q$ ”为真, “非  $p$ ”为假  
(C) “ $p$  或  $q$ ”为真, “ $p$  且  $q$ ”为真, “非  $p$ ”为真  
(D) “ $p$  或  $q$ ”为假, “ $p$  且  $q$ ”为假, “非  $p$ ”为真

(目标: 会判断复合命题的真假, 理解逻辑联结词“或”的含义.)



【答案】B.

【解析】因为  $p$  真,  $q$  真, 所以“ $p$  或  $q$ ”真, “ $p$  且  $q$ ”真, “非  $p$ ”假.

4. 如果命题“ $p$  或  $q$ ”为真命题, 命题“ $p$  且  $q$ ”为假命题, 那么

- (A) 命题  $p$  和  $q$  都是真命题 (B) 命题  $p$  和  $q$  都是假命题  
(C) 命题  $p$  与命题  $q$  同真假 (D) 命题  $p$  与命题“非  $q$ ”同真假

(目标: 会根据复合命题的真假判断构成它的简单命题的真假.)

【答案】D.

【解析】因为“ $p$  或  $q$ ”为真命题, 则  $p$ 、 $q$  中至少有一真命题.

“ $p$  且  $q$ ”为假命题, 则  $p$ 、 $q$  中至少有一假命题.

所以  $p$ 、 $q$  一真一假.

$p$  真,  $q$  假, 则“非  $q$ ”真, 或  $p$  假,  $q$  真, 则“非  $q$ ”假.

填空题

5. 有下列命题:

- (1) 方程  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$  的解是  $x=1$  或  $y=-1$ ;  
(2) 1 是偶数或 1 是奇数;  
(3) 命题“正三角形的三边相等”的否定;  
(4) 不等式  $x^2 + x + 1 > 0$ 、 $x^2 - x > 0$  的解集都是  $\mathbf{R}$ .

其中假命题是\_\_\_\_\_.

(目标: 理解逻辑联结词的含义, 了解复合命题的具体表述形式.)

【答案】(1)(3)(4).

【解析】方程  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$  的解是  $x=1$  且  $y=-1$ . 所以(1)为假命题.

$p$ : 1 是偶数(假);  $q$ : 1 是奇数(真), “ $p$  或  $q$ ”为真命题. 所以(2)为真命题.

$p$ : 正三角形的三边相等(真); “非  $p$ ”: 命题“正三角形的三边相等”的否定(假). 所以(3)为假命题.

$p$ : 不等式  $x^2 + x + 1 > 0$  解集是  $\mathbf{R}$ (真),  $q$ : 不等式  $x^2 - x > 0$  的解集是  $\mathbf{R}$ (假).

“ $p$  且  $q$ ”为假命题. 所以(4)为假命题.

6. 命题  $p$ : “当  $AB=AC$  时,  $\triangle ABC$  是等腰三角形”, 那么非  $p$ : \_\_\_\_\_.

(目标: 掌握非  $p$  的正确表示的方法.)

【答案】“当  $AB=AC$  时,  $\triangle ABC$  不是等腰三角形”.

【解析】非  $p$  是否定的结论, 而不是条件.

7. 用反证法证明: “若  $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ , 则  $x \neq 1$  且  $x \neq 2$ ”时, 应该假设\_\_\_\_\_.

(目标: 了解反证法的步骤, 会正确假设.)

【答案】“ $x=1$  或  $x=2$ ”.

【解析】要证明  $p$  为真, 应假设  $p$  为假, 即非  $p$  为真.

## 解答题

8. 已知全集  $U=\mathbf{R}$ , 集合  $P=\{x|x^2-2x-3\geq 0\}$ , 若  $x\in P\cap\mathbf{Z}$  与  $x\notin\mathbf{Z}$  都是假命题, 求  $x$  的值.

(目标: 会根据复合命题的真假表分析  $p$ 、 $q$  的真假.)

【解析】因为  $x\in P\cap\mathbf{Z}$  是假命题, 即  $x\notin P\cap\mathbf{Z}$ , 所以  $x\notin P$  或  $x\notin\mathbf{Z}$ .

又因为  $x\notin\mathbf{Z}$  是假命题, 所以  $x\in\mathbf{Z}$  真, 从而可知  $x\notin P$ .

那么  $x^2-2x-3<0$  且  $x\in\mathbf{Z}$ , 故  $x$  的取值为: 0、1、2.

9. 已知“ $p$  或  $q$ ”为真, “ $p$  且  $q$ ”为假, 若  $p: x^2+ax+1=0$  有两个不等的负根,  $q: 4x^2+4(a-2)x+1=0$  无实根, 求  $a$  的取值范围.

(目标: 会应用简易逻辑的知识解决方程或不等式的问题.)

【解析】因为  $x^2+ax+1=0$  有两个不等的负根  $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=a^2-4>0, \\ -a<0 \end{cases} \Leftrightarrow a>2$ ,

所以  $p: a>2$ .

$q: 4x^2+4(a-2)x+1=0$  无实根  $\Leftrightarrow \Delta=16(a-2)^2-16<0 \Leftrightarrow 1<a<3$ .

由  $p$  或  $q$  为真, 即  $a>2$  或  $1<a<3$  为真, 也就是  $a>1$  为真.

由  $p$  且  $q$  为假, 即  $\begin{cases} a>2, \\ 1<a<3 \end{cases}$  为假  $\Leftrightarrow 2<a<3$  为假  $\Leftrightarrow a\leq 2$  或  $a\geq 3$ .

所以  $a$  的取值范围是  $1<a\leq 2$  或  $a\geq 3$ .

10. 已知  $m, n$  都是奇数, 证明方程  $x^2+mx+n=0$  没有整数解.

(目标: 掌握反证法证明命题的步骤.)

【解析】假设  $x^2+mx+n=0$  有整数解  $\alpha$ , 那么

$$\alpha=2k \text{ 或 } \alpha=2k+1, k\in\mathbf{Z}.$$

若  $\alpha=2k$ , 则  $(2k)^2+m(2k)+n=0$ , 即  $n=-(4k^2+2mk)$ , 这与  $n$  是奇数矛盾.

若  $\alpha=2k+1$ , 则  $(2k+1)^2+m(2k+1)+n=0$ , 即  $n=-(4k^2+2mk+4k+m+1)$ . 因为  $m$  是奇数, 所以  $-(4k^2+2mk+4k+m+1)$  是偶数, 这与  $n$  是奇数矛盾.

综上所述, 可知方程  $x^2+mx+n=0$  没有整数解.

## 四、测试与练习

## 选择题

11. 若命题  $p: -2$  是偶数, 命题  $q: 1$  是质数, 则下列命题中真命题是( ).

(A)  $p$  且  $q$  (B)  $p$  或  $q$  (C) 非  $p$  (D) 非  $p$  且非  $q$

12. 下列各组命题中, “ $q$  或  $p$ ”形式的复合命题为假命题的是( ).

(A)  $p$ : 函数  $y=\tan x$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数;  $q$ : 函数  $y=\sin x$  在  $\mathbf{R}$  上连续

(B)  $p$ : 导数为零的点一定是最大值点;  $q$ : 最大值点的导数一定为零

(C)  $p$ : 互斥事件一定是对立事件;  $q$ : 对立事件一定是互斥事件