

中等专业学校教材

结构力学

黄河水利学校 贺良 主编

水利电力出版社

中等专业学校教材

结 构 力 学

黄河水利学校 贺良 主编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书是根据水利电力部一九八二年十一月颁发的中等专业学校水利水工工程建筑专业教学计划和结构力学课程教学大纲(试行)编写的。

全书分为十章。内容包括:绪论、平面体系的几何组成分析、静定结构内力计算、结构位移计算、力法、无铰拱的计算、位移法、力矩分配法、影响线和矩阵位移法等。

本书为中等专业学校水利水工工程建筑专业、农田水利工程专业结构力学课程的教材,也可作为土建类工业与民用建筑专业职工技术培训的教材,还可供工程技术人员参考。

中等专业学校教材

结构力学

黄河水利学校 贺良 主编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 20印张 450千字

1988年6月第一版 1988年6月北京第一次印刷

印数00001—20080册 定价2.35元

ISBN 7-120-00319-4/TV·84

前 言

本教材是根据水利电力部教育司一九八二年十一月颁发的中等专业学校《结构力学》课程教学大纲，贯彻《中共中央关于教育体制改革的决定》的精神，汲取近几年来教学改革的经验编写而成的。

编写时注意发扬以往有关教材的长处，力求做到由浅入深，突出重点，循序渐进。既保持结构力学基本理论的系统性，又贯彻理论联系实际、少而精的教学原则，特别是注重培养学生具有较强的实践能力。同时，考虑到现代科学技术的发展，适当介绍了矩阵位移法，并附有ForTran算法语言的源程序和计算例题。

为了启发学生思维、加深理解和复习巩固，各章后面附有小结、思考题和习题。为了自学的需要，书后还附有各章习题部分答案。

本书带“*”的部分是选学内容。按照因材施教的原则，在教学过程中根据学生的实际水平和教学的具体情况可决定取舍。

参加本书编写的有黄河水利学校贺良（第一、四、七、十章）、东北水利水电专科学校刘恩济（第二、三、五章）、四川省水利电力学校张学裕（第六、八、九章）等同志，全书由贺良同志主编。

本书由长沙交通学院宋美君同志主审，在编审过程中，水利电力部水利水电专业教研会，工程力学教研组，结构力学教材研究讨论会以及河南周口水利学校张喜升、辽宁省水利学校潘书勇，长沙交通学院周暮等同志，提出了许多宝贵意见。对此表示感谢。

由于编者水平有限，书中可能有缺点错误，希望读者批评指正。

编者

一九八七年五月

目 录

前 言

第一章 绪 论

§ 1-1 结构力学的任务	1
§ 1-2 结构的计算简图	1
§ 1-3 结构的分类	5
§ 1-4 荷载的分类	7
§ 1-5 叠加原理	8

第二章 平面体系的几何组成分析

§ 2-1 概述	9
§ 2-2 自由度的概念	10
§ 2-3 几何不变体系的几何组成规则	11
§ 2-4 瞬变体系的概念	15
§ 2-5 平面体系的几何组成与静定性的关系	18
小结	19
思考题	20
习题	20

第三章 静定结构内力计算

§ 3-1 静定梁的内力计算	22
§ 3-2 静定平面刚架	30
§ 3-3 三铰拱	37
§ 3-4 静定平面桁架	47
* § 3-5 静定结构的一般性质	55
小结	57
思考题	58
习题	59

第四章 结构位移计算

§ 4-1 概述	65
§ 4-2 虚功原理	65
§ 4-3 结构位移计算的一般公式——虚设单位荷载法	72

§ 4-4 静定结构在荷载作用下的位移计算——积分法	75
§ 4-5 图乘法	81
§ 4-6 温度改变、支座移动等引起的位移	87
§ 4-7 弹性结构的几个互等定理	90
小结	93
思考题	93
习题	95

第五章 力 法

§ 5-1 超静定结构概述	100
§ 5-2 力法基本原理	103
§ 5-3 力法基本方程	106
§ 5-4 力法计算超静定结构	108
§ 5-5 对称性的利用	113
§ 5-6 超静定桁架与组合结构	117
§ 5-7 温度改变与支座移动时超静定结构的计算	120
§ 5-8 超静定结构的位移计算	125
§ 5-9 最后内力图的校核	126
* § 5-10 超静定结构的特性	128
小结	131
思考题	132
习题	132

第六章 无 铰 拱 的 计 算

§ 6-1 无铰拱的概述	136
§ 6-2 用弹性中心法计算无铰拱	137
§ 6-3 总和法	147
* § 6-4 温度改变、支座移动引起的无铰拱内力	150
小结	156
思考题	157
习题	157

第七章 位 移 法

§ 7-1 位移法的基本原理	161
§ 7-2 等截面直杆的转角位移方程	163
§ 7-3 位移法的基本未知量和基本结构	171
§ 7-4 位移法的基本方程	173
§ 7-5 位移法计算荷载作用下无侧移结构	176
§ 7-6 位移法计算有侧移刚架	179
§ 7-7 结构对称性利用	181

* § 7-8 温度改变、支座移动时结构内力的计算	187
* § 7-9 位移法与力法的比较	190
小结	193
思考题	193
习题	193

第八章 力矩分配法

§ 8-1 力矩分配法的基本概念	198
§ 8-2 力矩分配法的基本要素和单结点情况的力矩分配	199
§ 8-3 力矩分配法解连续梁及多结点无侧移刚架	204
* § 8-4 力矩分配法与位移法联合运用的方法	210
* § 8-5 无剪力分配法	213
小结	221
思考题	222
习题	223

第九章 影响线

§ 9-1 影响线的概念	226
§ 9-2 静力法作静定梁影响线	227
§ 9-3 机动法作静定梁影响线	233
§ 9-4 影响线的应用	237
§ 9-5 简支梁的内力包络图和绝对最大弯矩	243
* § 9-6 机动法作超静定梁影响线的概念	247
* § 9-7 连续梁的内力包络图	250
小结	253
思考题	253
习题	253

第十章 矩阵位移法

§ 10-1 基本概念	256
§ 10-2 单元刚度方程	259
§ 10-3 坐标变换矩阵	267
§ 10-4 形成结构刚度矩阵——直接刚度法	272
§ 10-5 矩阵位移法的基本方程和支承条件的引入	275
§ 10-6 等效结点荷载	277
§ 10-7 矩阵位移法计算步骤和举例	280
小结	296
思考题	297
习题	297

附录 I 平面刚架内力计算源程序	299
------------------------	-----

附录 II 部分习题答案	306
--------------------	-----

第一章 绪 论

§ 1-1 结构力学的任务

水利工程中的堤坝、电站、涵闸、渡槽，土木工程中的房屋、桥梁、隧洞等建筑物，通常都称为工程结构，简称结构。确切地说，建筑物是由建筑材料按照一定的方式组成，而结构则是建筑物中用以支承荷载的构件组成的体系，所以结构是建筑物的骨架部分。

结构力学以结构为研究对象，其主要任务是研究结构的组成规律和合理形式，研究结构在荷载以及其它因素影响下的强度、刚度和稳定性的计算原理和方法。结构力学的内容可概括为下列几个方面：

1. 结构组成分析 研究结构的组成规律，保证各个部分不致发生相对运动，而在荷载作用下总是可以维持平衡。
2. 结构强度计算 计算结构在荷载等因素作用下的内力，按强度条件选定或验算构件的截面，保证结构满足安全与经济的要求。
3. 结构刚度计算 计算结构由荷载等因素引起的位移，按刚度条件要求，保证结构不致发生实用上不能允许的过大变形。
4. 结构稳定性分析 分析结构的稳定性，保证结构不致因丧失稳定而遭破坏。
5. 结构合理形式 讨论结构的合理形式，为了有效地使用建筑材料，充分发挥其性能，不断提高经济效益。

本课程主要研究平面杆系结构的计算，对空间结构、薄壁结构和实体结构的计算不作讨论。考虑到电子计算机的广泛应用，介绍结构分析中的矩阵位移法。

结构力学是一门重要的技术基础课程，与其它课程有着密切的联系。它是 以高等数学、理论力学和材料力学等课程的内容为基础。在后续课程的学习中，如钢筋混凝土结构、水工建筑物、水电站等课程，则必须运用结构力学的原理和方法，并为今后分析和解决工程实际问题提供必要的基础知识和计算技能。

学习结构力学要注意理论联系实际，既要掌握结构力学的原理和方法，又要注意结合工程实际培养分析解决问题的能力。特别对中等技术人才来说，要求具有较强的动手能力，就更应该注意培养熟练的结构计算技巧与能力。

§ 1-2 结构的计算简图

在结构设计中，需要对结构进行力学分析，计算结构在荷载等因素作用下的内力和位移。但是结构的组成、荷载的作用、受力的状态是比较复杂的，要完全严格地按照实际结构的复杂情况进行计算，是很困难的，也是不必要的。因此，必须把实际结构进行科学抽

象和简化, 略去一些次要因素, 反映其主要特点, 用一个简化图形来代替实际结构, 这种简化图形就叫做结构的计算简图。

例如图1-1(a)所示一根横梁, 这是一个最简单的结构。若按其实际情况进行分析, 首先在确定梁的反力时即遇到困难, 因为反力沿墙宽的分布规律是未知的。需要加以抽象, 一般简化为均匀分布, 进而可知反力的合力作用在墙宽的中点。其次考虑墙的摩擦使梁不能左右移动, 而且梁受热后膨胀时仍可伸长, 本来两端支承情况相同, 严格地说应取相同支座, 但是为了简化计算, 通常将其一端简化为铰链支座而另一端则为可动铰支座。梁本身由其轴线代替。这样便得到梁的结构计算简图, 如图1-1(b)所示。

一般说, 选择结构计算简图的原则是:

(1) 尽可能反映实际结构的主要性能和受力特点, 使计算精确可靠。

(2) 略去次要因素, 力求计算简单方便。

根据这些原则选取结构计算简图, 常常遇到对实际结构的三个方面简化工作: 即结构的简化、支座的简化和荷载的简化。

1. 结构的简化 在杆系结构的计算简图中, 杆件用其纵轴线表示。例如梁柱等构件的轴线常为直线, 则用相应的直线表示; 如拱、洞等构件的轴线常为曲线, 则用相应的曲线表示。杆件间的联结用结点表示, 杆件长度用结点间的距离表示。结点根据其实际构造和受力特点, 可简化为铰结点和刚结点两种基本形式。

(1) 铰结点。理想铰结点的几何特征是各杆可以绕结点中心自由转动。它的受力特点是杆端不受转动约束作用, 即不引起杆端弯矩, 只能产生杆端轴力和剪力。在工程结构中, 用铰联结杆件的实例很少, 但从实际构造和受力特点来分析, 许多结点可近似地简化为铰结点。例如图1-2(a)所示木屋架的端结点, 显然这两根杆件并不能任意自由转动。但由于联结不可能十分严密牢固, 杆件可作微小的转动, 所以在计算中可假定为铰结点(图1-2b)。通常木结构和钢结构的结点都简化为铰结点。

(2) 刚结点。刚结点的几何特征是结构变形后各杆不能绕结点作相对的转动, 即交汇于该结点的各杆端之间的夹角保持不变。刚结点的受力状态是结点对杆端有抗转约束作用, 除产生杆端轴力和剪力以外, 还产生杆端弯矩。图1-3(a)示一钢筋混凝土刚架边柱和横梁的结点, 它是两根杆件用钢筋联结并用混凝土浇注在一起, 这种结点的受力和变形情况基本上符合上述特点, 所以在计算中通常当作刚结点(图1-3b)。

2. 支座的简化 结构与基础或其它支承物联结的部分叫做支座。它的作用是将结构的位置固定, 并将结构所受的荷载传递给支承物、基础和地基。支座的实际构造是多种多样的, 就其对结构的约束作用, 常简化为铰链支座、可动铰支座和固定支座三种基本形式。

(1) 铰链支座。铰链支座的几何特征是结构可以绕铰链中心A自由转动, 但A点不能水平移动和竖向移动[图1-4(a)]。它的支座反力有两个未知量, 即水平反力 X_A 和竖向反力 Y_A 。铰链支座的简图可用过铰中心的两根链杆表示。

(2) 可动铰支座。可动铰支座的几何特征是结构可以沿支承面作相对移动, 但不能绕支承点转动。它的支座反力只有一个未知量, 即垂直于支承面的反力 Y_A 。可动铰支座的简图可用一根链杆表示。

(3) 固定支座。固定支座的几何特征是结构不能绕支承点转动, 也不能沿支承面作相对移动。它的支座反力有三个未知量, 即水平反力 X_A 、竖向反力 Y_A 和反力矩 M_A 。固定支座的简图可用两根链杆表示。

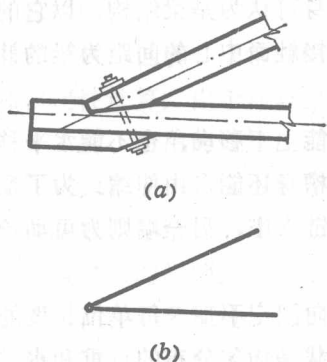


图 1-2

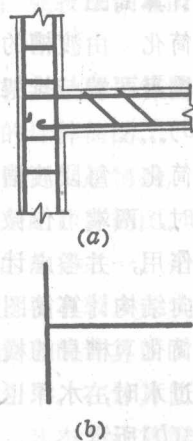


图 1-3

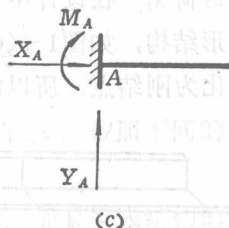
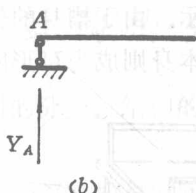
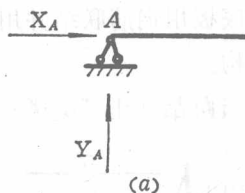


图 1-4

(2) 可动铰支座。可动铰支座的几何特征是结构可绕铰中心 A 自由转动,并可沿支承面水平移动,但不能竖向移动,如图1-4(b)。它的支座反力只有一个未知量,即竖向反力 Y_A 。可动铰支座的简图常用竖向链杆表示。

(3) 固定支座。固定支座的几何特征是结构与支座联结处既不能发生转动,又不能发生移动。它的反力有三个未知量,即水平反力 X_A , 竖向反力 Y_A 和反力偶 M_A 。固定支座的简图如图1-4(c)。

上述三种支座,都假定支座本身是刚性的,所以叫做刚性支座。若在结构计算中须考虑支座本身的变形,则叫做弹性支座。

3. 荷载的简化 实际结构上的荷载,有结构自重、水压力、土压力、人群重量以及附属物的重量等,一般分为体积力和表面力两大类。体积力是作用在结构杆件内各点的荷载,如结构自重、惯性力等;表面力是作用在结构表面的荷载,如水压力、土压力等。在杆系结构中,杆件用其纵轴线表示,因此不管是体积力还是表面力,都是分布在杆件轴线上的线荷载。依其分布状况,通常分为集中荷载(集中力、力偶)和分布荷载(均匀分布、直线分布、曲线分布等)。

现在举例进一步说明结构计算简图的选取方法。

图1-5(a)示一钢筋混凝土渡槽,槽身为U形截面,由若干排架支承。在设计中,常将槽身分为纵向计算和横向计算,因而它的计算简图分别选取如下:

一、纵向计算简图

1. 结构的简化 由渡槽的实际构造和受力性质, 槽身可认为是梁结构, 以它的纵轴线表示, 当每段槽身两端与排架接触面不大时, 可取其两接触面中心的间距为梁的计算跨度 l , 如图1-5(b)。

2. 支座的简化 每段渡槽两端搁置在排架上, 既不能上下移动, 也不能水平移动。当渡槽承受荷载时, 两端可作微小转动。当温度变化时, 槽身还能自由伸缩。为了反映排架对槽身的约束作用, 并考虑计算的简便, 一端简化为铰链支座, 另一端则为可动铰支座。所以槽身的纵向结构计算简图为一简支梁。

3. 荷载的简化 槽身的横截面为U形, 沿其轴线方向固定不变, 每单位长度的重量为常量。当渡槽过水时, 水深也不变。所以渡槽承受的荷载是均匀分布的自重和水重, 以 q 表示, 如图1-5(b)所示。

二、横向计算简图

1. 结构的简化 在设计中常用两个垂直于纵轴线的平面从槽身中截取单位长度一段, 这是一个U形结构, 如图1-5(c)所示。由于槽身的侧壁和底板用钢筋联结并用混凝土浇筑在一起, 简化为刚结点, 所以渡槽本身则成为U形刚架结构。

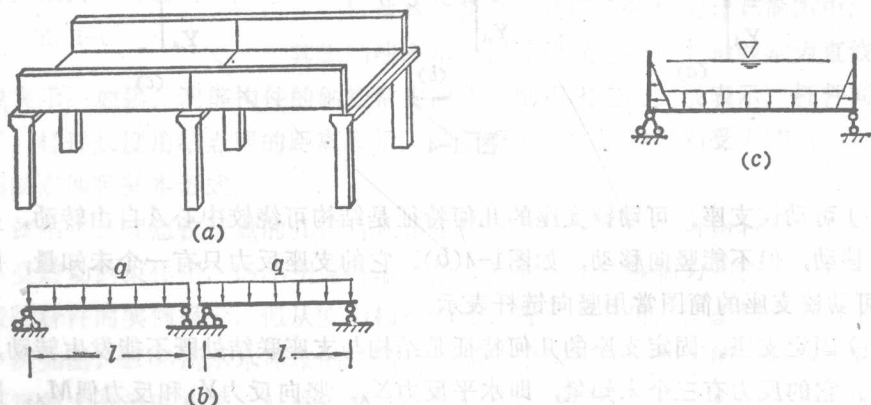


图 1-5

2. 支座的简化 每段槽身是整个槽身的一部分, 每段槽身上的竖向荷载靠整个槽身横截面上的竖向剪力来支承, 实际上主要为两侧壁内的竖向剪力来支持。因此用图1-5(c)中的两侧支座来代替, 所以横向计算简图为简支的U形刚架。

3. 荷载的简化 除槽身的重量外, 所承受主要荷载为水压力, 在底板上为均匀分布, 在两侧壁上则为三角形分布, 如图1-5(c)所示。

由以上两例可知, 遵循选取结构计算简图的原则, 用计算简图代替实际结构, 虽然存在着一定差异, 但这是科学的抽象。在结构设计中, 突出结构最本质的属性, 忽略一些次要因素, 这样就能更深入地了解问题的实质, 认识事物的内在规律。

另外, 结构计算简图的选择, 还受到许多因素的影响。其主要因素有:

1. 结构的重要性 对重要的结构应采取比较精确的计算简图。

2. 设计阶段 在初步设计阶段可使用较粗略的计算简图；在技术设计阶段再使用比较精确的计算简图。

3. 计算问题的性质 通常对结构的静力计算，可使用比较复杂的计算简图；对于结构的动力和稳定性计算，由于计算比较复杂，要采用比较简单的计算简图。

4. 计算工具 使用的计算工具越先进，采用的计算简图就可以越精确，若用计算尺，则计算简图应力求简单；应用电子计算机，则可采用比较复杂的计算简图。

恰当地选取实际结构的计算简图，是正确进行结构计算的前提之一，是结构设计中十分重要而比较复杂的问题。要求不仅要掌握选取的原则，而且要有较多的实践经验。对一些新型结构，往往还要通过反复实验和实践，才能获得较为合理的计算简图。不过，对于常见的结构，前人已积累了许多宝贵的经验，我们可以直接引用。在计算简图选定之后，作结构设计时，应采取相应的构造措施，以使实际结构的受力状态与计算简图的构思设想相符合。

§ 1-3 结构的分类

结构的分类实际上是结构计算简图的分类。结构的类型很多，按照不同的特征可以有不同的分类。

(1) 按照空间观点，结构可分为平面结构与空间结构。如果组成结构的所有杆件的轴线和荷载都在同一平面内，则这种结构叫做平面结构（图1-6）。否则便是空间结构。实际上，工程中的结构都是空间结构，不过，在许多情况下，根据结构的组成特点以及荷载传递方式，可以近似分解为若干个平面结构。但是，并不是任何结构都可以这样分解的，如图1-7所示塔架结构，具有明显的空间特征，则必须作为空间结构来研究。

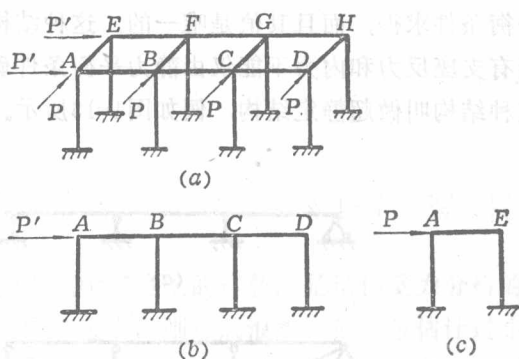


图 1-6

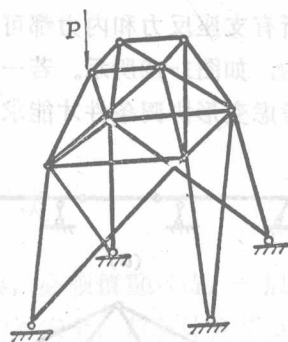


图 1-7

(2) 按照几何观点，结构可分为杆系结构、薄壁结构和实体结构。杆件的基本特征在于它的长度远大于截面的宽度和高度，杆系结构就是由若干根杆件所组成。薄壁结构是它的厚度远小于其它两个尺度的结构。当它为平板状形式时，叫做薄板（图1-8）；当它为若干块薄板所围成时，叫做褶皱板结构（图1-9）；当它是曲面形状时，叫做薄壳结

构,例如连拱坝的拱、水池等[图1-10(a)、(b)]。实体结构是指三个方向的尺度大约为同量级的结构,例如重力坝、挡土墙、基础等[图1-11(a)、(b)]。

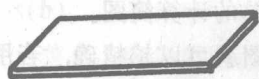


图 1-8

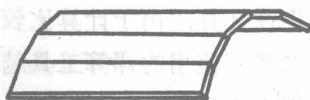
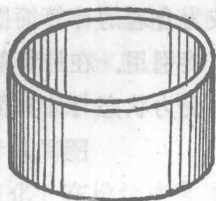
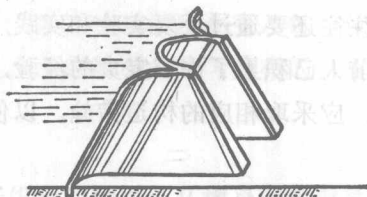


图 1-9

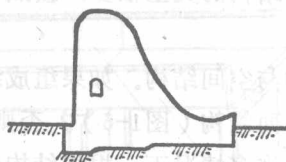


(a)

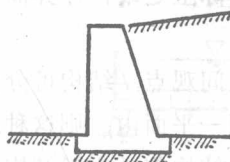


(b)

图 1-10



(a)



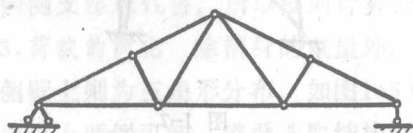
(b)

图 1-11

(3) 按照计算方法,结构又可分为静定结构和超静定结构。当一结构在承受任何荷载时,所有支座反力和内力都可由静力平衡条件求得,而且其值是唯一的,这种结构叫做静定结构,如图1-12所示。若一结构的所有支座反力和内力不能仅由静力平衡条件确定,还必须考虑变形协调条件才能求得,则这种结构叫做超静定结构,例如图1-13所示。

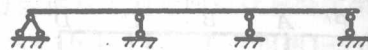


(a)

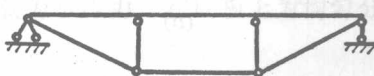


(b)

图 1-12



(a)



(b)

图 1-13

(4) 平面杆系结构的分类。常见的平面杆系结构有下列几种类型:
梁 梁是一种最常见的结构,它是以弯曲变形为主,在竖向荷载作用下,梁只产生

弯矩和剪力[图1-14(a)]。拱的轴线多为曲线[图1-14(b)]，它的受力特点是在竖向荷载作用下，不仅产生竖向反力，而且还产生水平反力。这种水平反力将使拱内弯矩减小，拱的内力一般有弯矩、剪力和轴力，而主要是轴力。

刚架 刚架是由直杆组成的，结点为刚结点[图1-14(c)]。平面刚架是以弯曲变形为主的结构，它的内力一般为弯矩、剪力和轴力。

桁架 桁架由直杆组成，各结点假设为铰结点，当只承受结点荷载时，各杆只产生轴向变形和轴力，如图1-14(d)所示。

组合结构 组合结构是桁架和梁，或桁架和刚架组合在一起的，也叫做混合结构[图1-14(e)]。其中有些杆件只承受轴力，而另一些杆件除轴力外还同时承受弯矩和剪力。

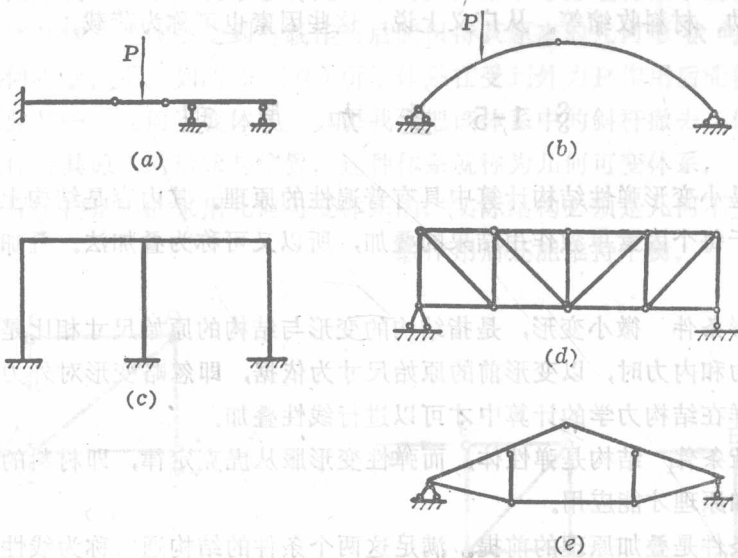


图 1-14

§ 1-4 荷载的分类

合理确定结构上的荷载，是结构受力分析的又一前提，必须慎重对待。一般情况下，如荷载估计过大，则造成浪费；如荷载估计过小，则结构不安全。荷载计算是结构设计中的重要内容。在确定荷载时，通常要参考有关“荷载规范”，对特殊结构还要进行荷载实验和研究。

工程中常见的荷载，根据其不同的特征，分类如下：

(1) 按荷载作用时间的久暂，可分为恒载和活荷载。

恒载是长期作用在结构上的不变荷载，如结构自重、土压力以及长期停放在结构上的附属设备的重量等。这些荷载的大小、方向和位置均不变化。

活荷载是暂时作用在结构上的可变荷载，如人群、列车、风、雪等荷载。活荷载根据其位置是否变化又可分为定位荷载和移动荷载。有些活荷载作用在结构上的位置是固定的，这种荷载叫做定位荷载，如风、雪荷载等。而有些活荷载，如列车、汽车、吊车等，在结构上的位置是移动的，这种荷载叫做移动荷载。

(2) 按荷载作用性质可分为静力荷载和动力荷载。

静力荷载是指缓慢施加在结构上的荷载，不致使结构产生显著的振动，因而可略去惯性力的影响。如结构自重及其它恒载，都是静力荷载的实例。

动力荷载是突然施加在结构上的荷载，使结构产生显著的振动，发生不可忽视的加速度，必须考虑惯性力的影响。如动力机械的振动、爆炸的冲击和地震等都是动力荷载。

本书只研究静力荷载对结构的作用。

除了承受上述荷载外，还有其它因素的影响，也可能使结构产生内力和变形，如温度改变、支座移动、材料收缩等。从广义上说，这些因素也可称为荷载。

§ 1-5 叠 加 原 理

叠加原理是小变形弹性结构计算中具有普遍性的原理。其内容是结构上各个因素共同作用的结果等于每个因素单独作用结果的叠加，所以又可称为叠加法。叠加原理必须满足下列条件：

1. 微小变形条件 微小变形，是指结构的变形与结构的原始尺寸相比是微小的，因而计算结构的反力和内力时，以变形前的原始尺寸为依据，即忽略变形对外力的方向和作用点的影响。这样在结构力学的计算中才可以进行线性叠加。

2. 线性弹性条件 结构是弹性体，而弹性变形服从虎克定律，即材料的应力与应变成正比，这样叠加原理才能应用。

上述两个条件是叠加原理的前提。满足这两个条件的结构通常称为线性弹性结构，本书所研究的结构都是这种结构。

第二章 平面体系的几何组成分析

§ 2-1 概 述

结构力学中所研究的杆系结构都是由若干杆件按一定规则组合而成的杆件体系。对于大多数工程结构来说还必须与地基联成一个整体。当体系上受一定荷载作用时，体系中的杆件将产生应变，体系也将产生变形，在杆件的应力不超过材料的比例极限时，杆件的应变是很小的，因此整个体系的变形也将是很小的。如果不考虑这种微小的变形，即可把结构抽象化为刚体结构。当体系受到荷载作用后能保持其原来的几何形状与位置时，这种体系就称为几何不变体系。如图 2-1(a) 所示体系在受到外力 P 作用后能保持其原来的形状与位置，因此是一个几何不变体系。如果我们把该体系中的斜杆撤去，体系就会产生相对运动，不能保持其原来的形状与位置，这种体系就称为几何可变体系，如图 2-1(b) 所示。显然，工程结构是不能采用几何可变体系的，实际结构必须是几何不变体系，当受荷载作用后还能维持平衡。

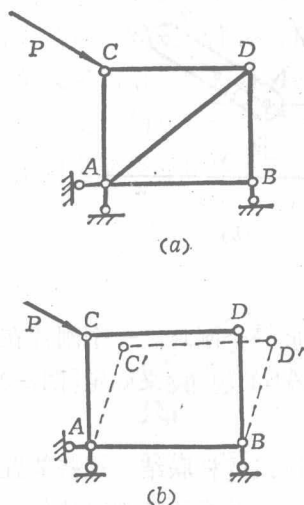


图 2-1

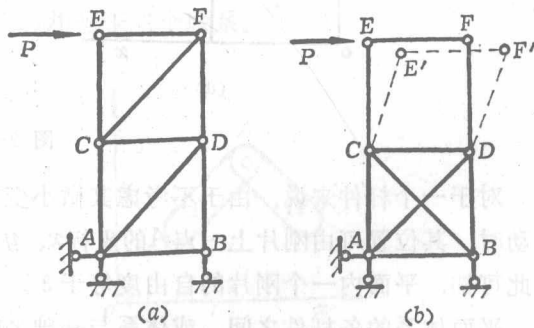


图 2-2

再考察图 2-2(a) 所示体系，该体系受外力作用后能保持原来的几何形状与位置，因而是几何不变体系。如果将该体系中一根斜杆 CF 移到下部 CB 的位置上，如图 2-2(b) 所示，则可看出该体系也变成一个几何可变体系了。从上面的分析可以看出，虽然一个体系的杆件的数目可能使体系成为几何不变的，但如果杆件的布置不合理也会使体系成为几何可变的。

由于工程结构必须选用几何不变体系，因此在设计结构或选择计算简图时首先要分析研究它的几何性质，判别其是否几何不变。对体系进行几何性质的分析就称为体系的几何

组成分析, 或机动分析。

对体系进行几何组成分析, 一方面是判别一个体系是否几何不变, 能否作为工程结构。另一方面是通过研究几何不变体系的几何组成规则使所设计的结构不但具有足够的杆件数目, 而且各杆件的布置与联结也必须符合一定规律。

在对体系进行几何组成分析时由于不考虑杆件的变形, 这就可以把一根杆件、一根链杆、几何不变的局部杆件体系以及基础等都看作一个刚体, 平面内的刚体称为刚片。

§ 2-2 自由度的概念

为了对体系进行几何组成分析, 首先要研究体系的自由度。所谓体系的自由度, 就是一个体系在运动时用来确定其位置所需的独立变化的几何参变数的数目。由于杆件体系都是由结点与杆件组成的, 所以首先分析一个点与一根杆件的自由度。

设平面内有一点 A , 无论 A 点在平面内运动到什么地方, 要确定 A 点的位置只需知道 A 点的两个坐标变量 x 与 y 即可[图 2-3(a)]。 x 与 y 是两个独立变化的几何参变数。这就说明在平面内一个点的自由度等于 2。

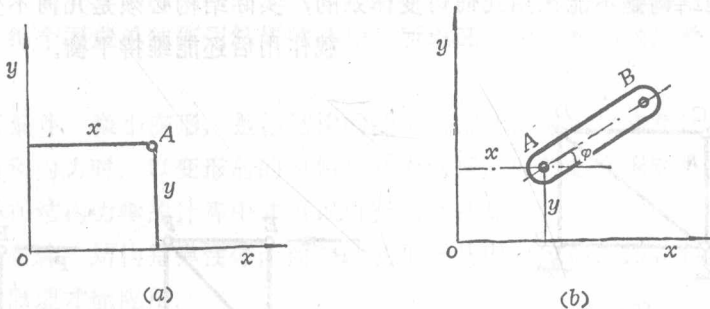


图 2-3

对于一个杆件来说, 由于不考虑其微小变形而把它看成一个刚片, 一个刚片在平面内运动时, 其位置可由刚片上一点 A 的坐标 x 、 y 和任一直线 AB 的倾角 φ 来确定[图 2-3(b)]。由此可知, 平面内一个刚片的自由度等于 3。

平面体系的各杆件之间, 或体系与基础之间有时用铰链或链杆联结, 这些装置称为联系或约束。在结构力学中, 联系主要指理想铰与刚性链杆。联系或约束都可使体系减少一定的自由度, 凡减少一个自由度的装置就称为一个联系。下面就来讨论链杆、铰链等减少的自由度。

一、链杆

图 2-4(a) 示一刚片用一根链杆与基础相联结, 这时刚片只能绕 A 点转动或同 A 点一起绕 B 点转动。刚片上的 A 点不能沿链杆 AB 的轴线方向运动。所以刚片的自由度由三个减为两个。这就说明一根链杆就是一个联系, 减少一个自由度。同理, 图 2-4(b) 所示两个刚片 I、II 用一根链杆相联结, 这两个刚片在未联结前共有六个自由度, 如果假定刚片 I 仍然可以在平面内自由运动的话, 当然刚片 I 还有三个自由度, 而刚片 II 已用链杆与刚片 I 联