

21世纪

高等学校电子信息类规划教材



微波电路基础

董宏发 雷振亚 编著



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

21 世纪高等学校电子信息类规划教材

微波电路基础

董宏发 雷振亚 编著

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了微波电路的基本知识, 主要包括微波传输线理论、常用的微波传输线、微波网络与元件、微波谐振器、微波混频器、上变频器与倍频器、微波晶体管放大器、微波负阻振荡器以及 PIN 管与微波控制电路等。

本书可作为电子工程、通信工程、信息工程、微波技术等专业的教材, 也可作为从事上述专业的工程技术人员的参考用书。

★ 本书配有电子教案, 需要者可登录出版社网站, 免费下载。

图书在版编目(CIP)数据

微波电路基础/董宏发, 雷振亚编著. —西安: 西安电子科技大学出版社, 2010.4

21 世纪高等学校电子信息类规划教材

ISBN 978-7-5606-2372-6

I. 微… II. ①董… ②雷… III. 微波电路—高等学校—教材 IV. TN710

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 236218 号

策 划 戚文艳

责任编辑 许青青 戚文艳

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 西安文化彩印厂

版 次 2010 年 4 月第 1 版 2010 年 4 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 12.5

字 数 287 千字

印 数 1~3000 册

定 价 18.00 元

ISBN 978-7-5606-2372-6/TN·0547

XDUP 2664001-1

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜, 谨防盗版。

前 言

目前, 社会已进入到电子信息时代, 现代通信工程、信息工程和电子工程都与微波有着密不可分的关系, 关于微波电路的基本知识已成为从事这方面工作的工程技术人员的必备知识。本书旨在给出关于微波电路基础知识的系统概念和大体框架, 使读者在此基础上借助有关工具和资料可独立进行与微波电路有关的设计工作。

本书内容可分为两大部分: 除了第1章绪论外, 第2章到第6章为无源电路部分, 主要包括微波传输线理论、常用的微波传输线(如波导、同轴线、带状线、微带线等)、微波网络与元件、微波谐振器等; 第7章到第11章为有源电路部分, 主要包括微波混频器、上变频器与倍频器、微波晶体管放大器、微波负阻振荡器及PIN管与微波控制电路, 主要介绍每一种电路所用的半导体器件的工作原理、技术指标及具体电路的组成等相关知识。

本书作为教材使用时, 系统讲授需60学时左右, 第1章和第11章各两学时, 个别章节如微波滤波器和微波网络的相互联接可以作为参考资料供学生阅读。

本书是根据编者的授课教案编写而成的。由于编者水平有限, 难免存在疏漏之处, 诚恳欢迎各方同行批评、指正, 并多提宝贵意见。

编 者

2010年1月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 微波的概念、特点与应用	1
1.1.1 微波的概念	1
1.1.2 微波的特点	2
1.1.3 微波的应用	2
1.2 微波技术与微波电路	3
思考练习题	4
第 2 章 微波传输线理论	5
2.1 传输线方程与电压、电流的波动性	5
2.1.1 微波传输线的概念	5
2.1.2 双导线的原始参数与分布电气参数	5
2.1.3 传输线方程	6
2.1.4 电压、电流的波动性——传输线方程的解	7
思考练习题	10
2.2 传输线的特性参数与工作参数	10
2.2.1 微波传输线的特性参数	10
2.2.2 微波传输线的工作参数	12
思考练习题	15
2.3 传输线的工作状态分析	15
2.3.1 无耗线的几种典型工作状态	16
2.3.2 有耗线的工作状态、传输功率与效率	19
思考练习题	21
2.4 史密斯圆图及其应用	22
2.4.1 反射系数的图形表示	22
2.4.2 归一化阻抗与归一化导纳	23
2.4.3 史密斯阻抗圆图	23
2.4.4 史密斯导纳圆图	24
2.4.5 圆图的应用与计算步骤	25
2.4.6 圆图应用举例	25
思考练习题	27
2.5 传输线的阻抗匹配	27
2.5.1 源端阻抗匹配	27
2.5.2 负载与传输线的阻抗匹配	27
思考练习题	31
第 3 章 波导传输线	32
3.1 波导的分析方法与普遍特性	32

3.1.1	波导的分析方法	32
3.1.2	波导的普遍特性	34
	思考练习题	36
3.2	矩形波导	37
3.2.1	矩形波导中的电磁场	37
3.2.2	矩形波导中的电磁场结构	40
3.2.3	矩形波导的传输特性	40
3.2.4	矩形波导中的 TE_{10} 模	41
3.2.5	矩形波导的尺寸	43
	思考练习题	43
3.3	圆波导	43
3.3.1	圆波导中的电磁场	43
3.3.2	圆波导的传输特性	46
3.3.3	圆波导的三种常用模式	47
	思考练习题	49
第4章	其他常用微波传输线简介	50
4.1	同轴线、带状线和微带线	50
4.1.1	同轴线	50
4.1.2	带状线	52
4.1.3	微带线	54
4.1.4	传输线 TEM 模式的特性	59
	思考练习题	59
4.2	耦合传输线与奇偶模参量法	59
4.2.1	耦合线方程	60
4.2.2	奇偶模参量法	61
4.2.3	耦合带状线	62
4.2.4	耦合微带线	64
	思考练习题	65
第5章	微波网络与元件	66
5.1	广义传输线理论与网络的概念	66
5.1.1	广义传输线理论简介	66
5.1.2	波导等效为双导线	66
5.1.3	波导等效为双导线的等效分布参数	67
5.1.4	波导元件等效为集中参数电路	68
5.1.5	微波网络的概念	70
	思考练习题	70
5.2	网络参数	70
5.2.1	二端口网络的 Z 、 Y 、 A 参数	71
5.2.2	二端口网络的散射参数 S 和传输参数 T	73
5.2.3	多端口网络的网络参数	75
	思考练习题	77
5.3	S 参数的提取、变换及应用	77
5.3.1	S 参数的提取方法	77

5.3.2	S 参数与其他参数之间的相互转换	78
5.3.3	S 参数与端口参考面的关系	79
5.3.4	二端口网络 S 参数的特性及其与工作特性的关系	79
5.3.5	多端口网络 S 参数与工作特性的关系	81
思考练习题	82
5.4	微波一、二、三端口元件简介	82
5.4.1	微波一端口元件	82
5.4.2	波导二端口元件	83
5.4.3	微波三端口元件	85
思考练习题	88
5.5	微波四端口元件	88
5.5.1	对称、互易、无耗四端口元件的 S 矩阵	88
5.5.2	常见的微波四端口元件及其 S 矩阵	90
5.5.3	微波定向耦合器	93
思考练习题	95
5.6	微波网络的相互联接	95
5.6.1	二端口元件的联接	95
5.6.2	多端口网络的简化	97
5.6.3	两个多端口网络的任意联接	99
思考练习题	101
5.7	微波滤波器	101
5.7.1	微波滤波器的分类与指标	102
5.7.2	微波滤波器的衰减特性	102
5.7.3	微波滤波器的等效电路、频率变换与低通原型	104
5.7.4	K、J 变换器和变形原型及微波实现	105
5.7.5	两种最常用的微带线滤波器的结构	106
思考练习题	107
第 6 章	微波谐振器	108
6.1	微波谐振器的类型与参数	108
6.1.1	微波谐振器的类型与特点	108
6.1.2	微波谐振器的固有参数	108
6.1.3	微波谐振器的等效电路参数	110
思考练习题	114
6.2	常用微波谐振器简介	114
6.2.1	金属波导谐振器	114
6.2.2	同轴线谐振器	119
6.2.3	带状线和微带线谐振器	119
6.2.4	介质谐振器	120
6.2.5	准光谐振器	120
思考练习题	120
第 7 章	微波混频器	121
7.1	肖特基二极管与混频原理	121
7.1.1	肖特基势垒二极管	121

7.1.2 微波混频原理与等效三端口网络	124
思考练习题	126
7.2 微波混频器的指标	126
7.2.1 变频损耗 L_m	127
7.2.2 噪声系数 F_m	130
7.2.3 混频器的其他指标	132
思考练习题	133
7.3 微波混频器电路	133
7.3.1 单端混频器电路	133
7.3.2 微波双管平衡混频器电路	134
7.3.3 镜频短路、开路的实现方法与镜频回收问题	138
7.3.4 其他类型混频器	138
思考练习题	138
第8章 上变频器与倍频器	139
8.1 变容管上变频器与倍频器	139
8.1.1 变容二极管	139
8.1.2 门雷-罗威关系式及其应用	140
8.1.3 参量上变频器的实际电路	142
8.1.4 变容管倍频器	143
思考练习题	146
8.2 阶跃管倍频器	147
8.2.1 阶跃恢复二极管	147
8.2.2 阶跃管倍频器的工作原理	148
8.2.3 各部分电路的原理简介	148
8.2.4 设计参数与实际电路	151
思考练习题	152
第9章 微波晶体管放大器	153
9.1 晶体管放大器的器件、 S 参数与增益	153
9.1.1 几种用于微波放大的半导体器件	153
9.1.2 微波三极器件的 S 参数	155
9.1.3 晶体管放大器的增益	156
思考练习题	158
9.2 微波放大器的稳定性和噪声	158
9.2.1 微波小信号晶体管放大器的稳定条件	158
9.2.2 微波小信号放大器的噪声	160
思考练习题	163
9.3 小信号晶体管放大器的设计	163
9.3.1 设计指标和设计步骤	163
9.3.2 常用的设计方法	163
9.3.3 等增益圆简介	166
思考练习题	167
9.4 阻抗匹配网络的设计	167
9.4.1 阻抗匹配网络的设计方法	168

9.4.2 设计举例	169
思考练习题	173
第 10 章 微波负阻振荡器	174
10.1 常用的半导体负阻器件	174
10.1.1 碰撞雪崩渡越时间器件(Impatt 件)	174
10.1.2 转移电子器件——体效应管(GUNN 器件)	176
思考练习题	178
10.2 负阻振荡器和功率合成技术	179
10.2.1 负阻振荡器的分析模型与起振、稳定和平衡条件	179
10.2.2 负阻振荡器的实际电路	180
10.2.3 负阻振荡器的调谐与频率稳定	180
10.2.4 功率合成技术简介	181
思考练习题	182
第 11 章 PIN 管与微波控制电路	183
11.1 PIN 管的结构与特性	183
11.2 PIN 微波开关	183
11.3 PIN 电调衰减器与限幅器	185
11.4 PIN 电调移相器	186
思考练习题	188
参考文献	189

第1章 绪 论

随着社会的进步和科学技术的发展,电子技术、信息科学、通信技术的地位日趋重要,现代电子、信息、通信等无不与微波有密切的关系,微波技术在科学技术中的地位也在不断提高。对于每一个从事电子、信息和通信工程相关专业的科技工作者,微波电路知识是其必备的基本功。

1.1 微波的概念、特点与应用

1.1.1 微波的概念

电磁波谱按频率由低到高(波长由长到短)的次序排列如表1-1-1所示。

表 1-1-1 电磁波谱的划分

波段	工频	音频	长波	中波	短波	超短波	微波	光波	粒子波
频率/Hz	几十~ 几百	几百~ 几万	30~ 300 k	300 k~ 3 M	3~ 30 M	30~ 300 M	300 M~ 3000 G		
波长/m			1000~ 10 000	100~ 1000	10~ 100	1~10	10^{-4} ~1		

从长波到微波统称为无线电波。微波处在无线电波高端,其上端与光波的远红外线衔接。光波包括红外线、可见光和紫外线。粒子波包括X射线和 γ 射线。

微波的频率范围为300 MHz~3000 GHz,波长为0.1 mm~1 m。微波频带内又可进一步细分,如表1-1-2所示。

表 1-1-2 微波频带的细分

波段名称	分米波	厘米波	毫米波	亚毫米波
频率/Hz	300 M~3 G	3~30 G	30~300 G	300~3000 G
波长/m	1~0.1	0.1~0.01	0.01~ 10^{-3}	10^{-3} ~ 10^{-4}

广播覆盖长、中、短、超短波频段,电视1~12频道覆盖米波(波长为1~10 m)频段,13频道以上已延伸到微波频段。移动通信、卫星通信、微波通信使用的频率都处在微波频段。

在军事领域,惯用特定字母代表指定的微波频段,如表1-1-3所示。

表 1-1-3 军事领域的频段划分

代表字母	L	S	C	X	Ku	K	Ka	U	V	W
频率范围 /GHz	1~2	2~4	4~8	8~12	12~18	18~27	27~40	40~60	60~80	80~100
波长范围 /cm	30~15	15~7.5	7.5~ 3.75	3.75~ 2.5	2.5~ 1.67	1.67~ 1.11	1.11~ 0.75	0.75~ 0.5	0.5~ 0.375	0.375~ 0.3

1.1.2 微波的特点

微波具有如下特点：

(1) 微波具有独特的大气传播特性，在大气中的衰减比光波小，在雨、雪、尘、烟、雾环境中衰减也较小。此外，还有几个衰减很小的窗孔频段和高衰减频段适于不同用途。

(2) 比起长、中、短波，微波容易定向集中地把大功率能量传到远方或容易探测到远方的微弱信号。

(3) 微波能够很容易地穿透大气中的电离层，即使在原子弹爆炸产生大量等离子体和不均匀气团的环境下，某些微波频率照样能够正常传播。

(4) 微波是无线电波中频率最高的波段。作为通信载波，微波的信息容量大，虽然光波可承载更大容量的信息，但在空间无线传播中无法取代微波。

(5) 微波的波长和地球上大部分物体为同一数量级，散射作用强烈，是定位、探测中最广泛应用的频段。

(6) 微波能和物质在分子量级上强烈作用，而不改变物质的物理特性，在加热、保鲜、干燥、治疗、杀菌等方面具有独特优势。

(7) 在自然界中几乎没有微波大功率源，全靠采用现代高技术手段制造的特殊设备产生微波。

1.1.3 微波的应用

由于具有以上特点，微波在国民经济特别是通信和军事领域应用广泛且发展迅速。

(1) 雷达是微波应用的传统领域。今天的雷达已不单单用于探测飞机，在机场、港口、飞机、轮船，甚至汽车、医疗等方面都有各种雷达在执行特定的任务。

(2) 宇宙通信、微波通信、移动通信、卫星通信等凡是与无线电通信有联系的所有通信手段无不与微波相联系。

(3) 测量遥远星空的射电天文望远镜、天气预报的大气动向监测、遥感地面作物长势及森林火情、水下暗礁及冰山的测量、人体内部病灶的探测与治疗等都是微波所涉足的领域。

(4) 军事上除雷达、通信外，干扰与反干扰的电子战、飞行导弹的精确导引和引爆以及精确定位跟踪等都离不开微波。

(5) 微波加热、微波保鲜、微波干燥、微波杀菌等越来越多的新领域为微波的更广泛应用提供了新的发展机遇与美好的未来。

1.2 微波技术与微波电路

微波技术是开发和利用微波为人类服务的科学理论和技术的总称,包括微波的产生、传输变换(包括幅度、频率、频谱)、测量、辐射、传播及利用等的一切理论和方法。除了辐射由天线实现,空间传播属电波理论的研究范畴外,其他技术均与微波电路有关。

导引微波信号(能量)沿一定方向在规定范围内传输的设备称为微波传输线。微波传输线是微波频率下的电路导线。由于微波的特点,其传输线的种类很多。其中,双导线只适用于米波波段;同轴线是分米波波段的最佳传输线;厘米波波段最实用的传输线是波导;小功率无源电路以带状线为最佳;小功率、小体积有源电路则是微带线的应用领域;应用于毫米波频率以上的传输线还有介质波导、镜像线、波束传输线等;有源和无源电路中还用悬带线、鳍线、共面线、槽线等;光纤属于介质传输线。因此,微波传输线的第一个特点是种类繁多,结构差异大且互相不可替代。其次,微波传输线虽然绝对长度一般不大,但由于微波频率高,波长短,其长度和波长可比拟,即等于、小于、大于波长,其电长度 l/λ 很大,故微波传输线都是“长线”。第三,微波传输线在导引信号沿线传输时,周围空间同时存在电磁波。所以,电磁波存在的空间及媒质也是传输线的组成部分,不给周围空间媒质留出电磁波的传输空间的微波传输线是不存在的。空间媒质中的电磁波和线上的电荷变化服从麦克斯韦方程组的旋度关系及边界条件,因此与电场相关的分布电容和与磁场相关的分布电感对传输线的特性起决定性作用。第四,微波频率的信号或能量沿传输线在传播方向上是波动式行进的,即线上的电荷变化和与它联系的电磁场以波动方式传播,每一个截面上的电场、磁场、电压、电流都不相同且随时间变化。综上所述可知,发生在微波传输线上的物理现象远比传统导线复杂得多,所以,传输线理论是微波技术的理论基础。

微波电路是各种微波设备的核心,它是由各种微波网络用传输线联系而组成的。微波网络是完成特定信号变换作用的电路功能块,如滤波器、混频器、放大器、功分器、阻抗匹配器、定向耦合器等。微波网络的最基本单元是各种微波元件,如匹配负载、波导膜片、销钉与窗孔以及各种谐振器、环行器、微波分支电桥等。微波元件和微波网络都是以对外联接端口数来分类的,如一端口、二端口、三端口、四端口等。描述网络特性的方法是定义网络参数。微波网络的参数除了确定电压和电流关系的阻抗、导纳和转换参数外,还有确定端口入射波和反射波关系的散射参数和传输参数。

最复杂的微波电路是微波系统。微波系统的组成框图如图 1-2-1 所示。从该图中可以清楚地看出微波电路在设备系统中的核心作用以及微波电路本身的内容。除电真空器件部分外,微波电路的所有其他部分都是本书所涉及的内容。双导线虽然是传输线理论的分析模型,但实际主要应用在米波频段,所以在微波传输线中未将其列入。其他微波传输线如介质传输线、波导鳍线、共面线、悬带线、槽线等,本书没有仔细研究,也没有列入。但它们的参数与常用传输线有共同之处。只要熟练掌握了传输理论,结合其他参考资料,实用设计知识也不难掌握和运用。

微波电路按其是否需要电源又分为有源电路和无源电路两大类。微波振荡器、放大器、混频器、变频器、控制电路(开关、衰减、移相、调制等)都属于有源电路,也叫微波电子线路。有源电路的共同特点是必须有需要供电的核心电真空或半导体元件,也称微波电

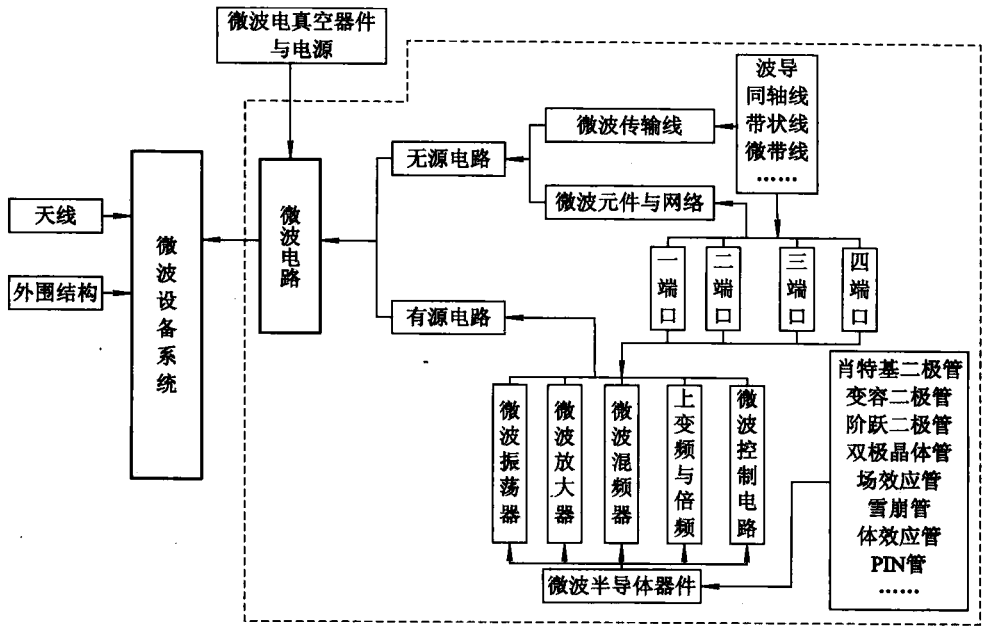


图 1-2-1 微波系统的组成框图(虚线框内为本书介绍的微波电路部分)

子器件，如肖特基势垒二极管、变容管、阶跃管、雪崩管、体效应管、PIN管、双极晶体管、场效应管、高电子迁移率晶体管(HEMT 器件)等。微波无源元件简称为微波元件，如匹配负载、短路活塞、各种波导电抗元件(膜片、窗孔、销钉、螺钉)、衰减器、移相器、阻抗匹配器、各种转换器、滤波器、谐振器、功率分配器、环行器、隔离器、各种定向耦合器等。它们起低频电路中电阻、电感、电容、电位器、继电器等基本无源元件的作用，但其功能及发生在元件内的物理过程远比低频元件复杂得多。微波元件的最主要特点是分布参数，虽然有些微波元件在一定条件下可用集中参数元件等效，但其基本理论体系是建立在微波传输线理论基础上的另一套全新体系。微波电路的最大魅力在于：同一网络功能的电路与元件可以用不同种类的传输线和各种不同的元器件组合实现，因而其成本、性能、结构差异非常大。在市场经济中，如何在特定应用的设备中用最低成本实现最佳性能存在激烈的技术竞争，因而设计人员的能力与水平非常重要。

微波电真空器件在大功率、高频率方面至今仍占独特优势，如磁控管、回旋管、行波管、速调管、奥罗管等。它们集元件、电路、供电系统于一身，自成独立的复杂系统。

思考练习题

1. 什么是微波？微波有什么特点？
2. 常用微波传输线有哪些类型？它们有什么共同特点？
3. 微波电路如何构成？有源电路和无源电路如何区分？列举几种有源半导体器件和无源元件的名称。

第2章 微波传输线理论

微波传输线理论是以双导线为模型,以电压、电流为基本物理量而建立的一套用于描述微波传输线上波动现象及阻抗变化规律的理论体系。它所引入的概念、参数、公式、圆图是微波技术的理论基础,也是理解分布参数影响、波动式传播、反射现象等微波电路特有现象的重要途径。

2.1 传输线方程与电压、电流的波动性

本节研究由分布参数和等效电路建立的波动方程,并求解和分析解的含义。

2.1.1 微波传输线的概念

微波传输线是把微波信号或能量从一处导引到另一处的装置。由于微波频率高,频段覆盖范围宽,功率电平差异大,在不同频率范围,不同电平都有最适合于其具体情况的特殊结构传输线,因而微波传输线的种类繁多,结构各异且互相不可替代。但它们都具有如下几个特点:

(1) 它们都是微波频率电磁波的导引机构,沿线电荷变化和空间媒质中的电磁场都以波动形式传播,在不同媒质交界面满足时变场边界条件。

(2) 传输特性由媒质(包括导体、介质和空气)的分布参数决定。

(3) 微波传输线为电尺寸(几何长度与波长之比)长线。

正是由于这几点共性,由双导线模型建立的传输线理论可以推广到一切微波传输线而成为广义传输线理论。

2.1.2 双导线的原始参数与分布电气参数

双导线结构如图2-1-1所示。图中,两根直径为 d 的导线平行放置,间距为 D ,且满足条件 $\lambda \gg D \gg d$ 。媒质一般为空气,参数为 μ_0 、 ϵ_0 。导线表面电导率为 σ 。 D 、 d 、 μ_0 、 ϵ_0 、 σ 为双导线的原始参数。以下四个参数为分布电气参数。

(1) 分布电感 L 。在微波频率下,线上电流极快速交变,空间磁场也极快速交变,虽然单位长度分布电感 L 不大,但感应反电势 $\epsilon = L \frac{di}{dt} = \omega L i$ 可以很大,对电压的影响很大。经计算,双导线的单位长度分布电感为

$$L = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{2D}{d} \quad (\text{H/m}) \quad (2-1-1)$$

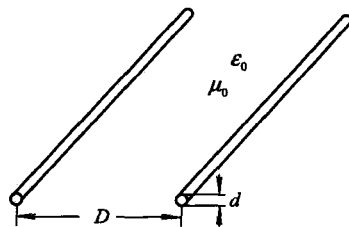


图2-1-1 双导线的结构

(2) 分布电容 C 。线上电荷和线间电场同样以微波频率快速交变，位移电流对线上电流的分流作用为 $C \frac{du}{dt} = \omega Cu$ ，其影响作用即使在 C 很小的情况下也不可忽略。经计算，双导线单位长度的分布电容为

$$C = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2D}{d}} \quad (\text{F/m}) \quad (2-1-2)$$

(3) 分布电阻 R 。微波频率极高，集肤厚度 $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ 很小，电流只在导体表面流动，而表面金属晶体结构又不如内部均匀，机加工又导致表面微观结构粗糙化。微波频率的导线电阻比直流和低频大得多，双导线的单位长度分布电阻为

$$R \geq \frac{2}{\pi d} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \quad (\Omega/\text{m}) \quad (2-1-3)$$

(4) 分布电导 G 。传输线周围介质存在漏电导时，存在相关的漏电流，双导线对应的单位长度分布电导为

$$G = \frac{\pi\sigma_d}{\ln \frac{2D}{d}} \quad (\text{S/m}) \quad (2-1-4)$$

式中， σ_d 为介质漏电导。

这四个分布参数本身在低频下照样存在，但 L 和 C 在低频下几乎没有影响。在微波频率下， L 和 C 对传输线的影响是最主要的，电压和电流的波动性就是因为它们的影响而显现出来的。

2.1.3 传输线方程

对于截面形状尺寸和媒质参数沿长度方向无变化的均匀传输线，只要研究其一小段上的电压、电流变化规律，便可导出相应的微分方程。均匀双导线上的电压、电流及其一小段 Δz 上的等效电路如图 2-1-2 和图 2-1-3 所示。

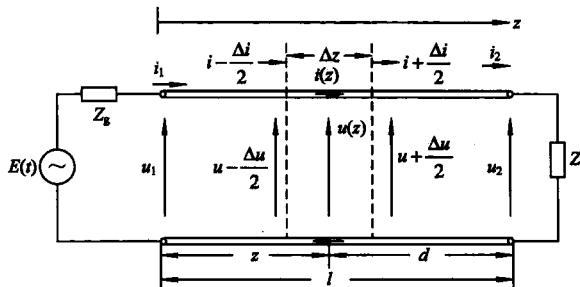


图 2-1-2 双导线上的坐标及电压、电流

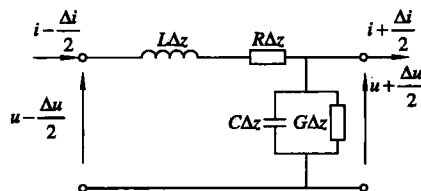


图 2-1-3 双导线 Δz 段的等效电路

把传输线靠近信号源的地方取为直线坐标 z 轴的起点, 任一截面位置由 z 唯一确定。任一点的电压和电流均为位置和时间的函数, 记为 $u(z, t)$ 和 $i(z, t)$ 。以 z 为中心取一小段 Δz 。由于分布参数的存在, 该 Δz 段的等效电路如图 2-1-3 所示。电压和电流在 Δz 段的变化量为 Δu 和 Δi , 则有

$$\left(u - \frac{\Delta u}{2}\right) - \left(u + \frac{\Delta u}{2}\right) = R\Delta zi + L\Delta z \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2-1-5(a))$$

$$\left(i - \frac{\Delta i}{2}\right) - \left(i + \frac{\Delta i}{2}\right) = G\Delta zu + C\Delta z \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2-1-5(b))$$

用 Δz 除两边, 并令 $\Delta z \rightarrow 0$, 有

$$-\frac{\partial u}{\partial z} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2-1-6(a))$$

$$-\frac{\partial i}{\partial z} = Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2-1-6(b))$$

该式即为电压和电流的瞬时值在均匀传输线上的微分方程, 称为传输方程或电报方程。

对于以正余弦规律变化的电压和电流, 有

$$u(z, t) = U_m(z) \cos[\omega t + \varphi_u(z)] \quad (2-1-7(a))$$

$$i(z, t) = I_m(z) \cos[\omega t + \varphi_i(z)] \quad (2-1-7(b))$$

其复数形式为

$$\dot{U}(z, t) = U_m(z) e^{j[\omega t + \varphi_u(z)]} = U_m(z) e^{j\varphi_u(z)} e^{j\omega t} \quad (2-1-8(a))$$

$$\dot{I}(z, t) = I_m(z) e^{j[\omega t + \varphi_i(z)]} = I_m(z) e^{j\varphi_i(z)} e^{j\omega t} \quad (2-1-8(b))$$

定义电压和电流的复振幅为

$$\dot{U}(z) = U_m(z) e^{j\varphi_u(z)} \quad (2-1-9(a))$$

$$\dot{I}(z) = I_m(z) e^{j\varphi_i(z)} \quad (2-1-9(b))$$

时间变化规律由 $e^{j\omega t}$ 表示, 称为时谐因子。复振幅只与位置有关, 它包括了瞬时值的振幅和相位信息。求导 $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$, 对复振幅乘以 $e^{j\omega t}$ 后再取实部便是瞬时值。今后我们只关注复振幅的变化规律即可。为了方便, 将复振幅上面一点去掉, 只写 $U(z)$ 和 $I(z)$ 也不会造成误解。传输线上电压、电流的复振幅方程为

$$-\frac{dU(z)}{dz} = (R + j\omega L)I(z) = ZI(z) \quad (2-1-10(a))$$

$$-\frac{dI(z)}{dz} = (G + j\omega C)U(z) = YU(z) \quad (2-1-10(b))$$

Z 和 Y 分别为传输线单位长度的分布阻抗和分布导纳。

2.1.4 电压、电流的波动性——传输线方程的解

1. 通解

将式(2-1-10)两边对 z 求导并代入另一式的关系得

$$\frac{d^2 U}{dz^2} - \gamma^2 U = 0 \quad (2-1-11(a))$$

$$\frac{d^2 I}{dz^2} - \gamma^2 I = 0 \quad (2-1-11(b))$$

式中:

$$\gamma^2 = ZY = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \quad (2-1-12)$$

式(2-1-11)二阶微分方程的解为

$$U(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$$

$$I(z) = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z}$$

考虑到式(2-1-10)中 U 和 I 的关系有 $B_1 = \frac{A_1}{Z_0}$, $B_2 = -\frac{A_2}{Z_0}$, 则

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2-1-13)$$

所以, 电压和电流复振幅的通解为

$$U(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z} \quad (2-1-14(a))$$

$$I(z) = \frac{A_1}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{A_2}{Z_0} e^{\gamma z} \quad (2-1-14(b))$$

γ 是一个复数, 设 $\gamma = \alpha + j\beta$, 相应的瞬时值为

$$u(z, t) = \text{Re}[U(z)e^{j\omega t}] = |A_1| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_1) + |A_2| e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_2) \quad (2-1-15(a))$$

$$i(z, t) = \text{Re}[I(z)e^{j\omega t}] = \left| \frac{A_1}{Z_0} \right| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_3) - \left| \frac{A_2}{Z_0} \right| e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_4) \quad (2-1-15(b))$$

式(2-1-15)表示: 在一般情况下, 传输线上存在一个向 $+z$ 方向传播的入射电压波和电流波与一个向 $-z$ 方向传播的反射电压波和电流波。若 $\alpha \neq 0$, 则这两个波在各自的传输方向是衰减的。任一点的总电压和总电流的瞬时值是这两个波叠加的结果, 而且电流反射波和电压反射波在同一点总是反相的(相位差为 π)。在电压相同时, 沿相反方向传输的电流在同一截面上的流动方向相反。式(2-1-15)中的 φ_1 、 φ_2 、 φ_3 、 φ_4 分别表示复数 A_1 、 A_2 、 $\frac{A_1}{Z_0}$ 、 $\frac{A_2}{Z_0}$ 的辐角。

2. 特解

由边界条件把常数 A_1 和 A_2 确定后, 通解转化为特解。

1) 终端边界条件

已知 $U|_{z=l} = U_2$, $I|_{z=l} = I_2$, 可得

$$\begin{cases} U_2 = A_1 e^{-\gamma l} + A_2 e^{\gamma l} \\ I_2 = \frac{A_1}{Z_0} e^{-\gamma l} - \frac{A_2}{Z_0} e^{\gamma l} \end{cases}$$

解出:

$$A_1 = \frac{U_2 + I_2 Z_0}{2} e^{\gamma(l-z)} \quad (2-1-16(a))$$

$$A_2 = \frac{U_2 - I_2 Z_0}{2} e^{-\gamma(l-z)} \quad (2-1-16(b))$$