

受驗準備用書

平面三角法要覽

商務印書館發行

受 驗 準 備 用 書

面 三 角 法 要 覽

匡 文 濤 編 譯
駱 師 曾 校 訂

商 務 印 書 館 發 行

中華民國二十八年五月初版
中華民國二十四年七月國難後第二版

(51113)

平面三角法要覽一冊

每冊定價大洋貳角伍分 S

外埠酌加運費匯費

編譯者 匡文濤

校訂者 駱師曾

發行兼印刷者 商務印書館
上海河南路

發行所 商務印書館
上海及各埠

版權所有翻印必究

(本書校對者胡達聰)

例 言

- 一是書以日本研究社所發行之中等教科新力一卜式參考書爲藍本而斟酌本國制度及習慣特爲譯補以資參考
- 一是書供學校生徒自修溫習小學教員檢定考試參考之用
- 一是書雖爲便於記憶之書然與他書有別可利用最短之時間便於少量之記憶
- 一是書裏面連續讀之可作教科書用而其表面則採應用問題故前者便於學習後者便於檢查
- 一是書網羅各科教科書之項目殆悉盡無遺而紙數之少形狀之小尤便於研究
- 一是書代數幾何三角均譯自原文而問題間爲改正約十之二三惟算術則纂改稍多且次序亦略爲更動如單複利息算前後相連而體求積法移置在後特誌之以示區別
- 一是書譯自都門半肩行李無書可稽腹儉時促謬訛必多尙望愛讀諸君有以正之幸甚

泰和匡文濤自識時在民國六年三月

平面三角法要覽

目次

	頁		頁
角.....	1	二倍角之正弦餘弦.....	27
三角函數相互之關係.....	3	二倍角之正切餘切.....	29
三角恆等式之證明(其一).....	5	三倍角之三角函數.....	31
,, (其二).....	7	倍角之三角函數之問題.....	33
,, (其三).....	9	變正弦及餘弦之積爲和及差.....	35
餘角及特別角之三角函數.....	11	變正弦之和及差爲積之形狀.....	37
任意之角.....	13	分角之三角函數(其一).....	39
三角函數值之變化.....	15	,, (其二).....	41
二角之三角函數之關係(其一).....	17	正弦(或餘弦)之積與差之關係.....	43
,, (其二).....	19	對數之意義及公式.....	45
二角和之正弦餘弦.....	21	常用對數之意義及指標假數.....	47
二角差之正弦餘弦.....	23	有真數求對數之法.....	49
二角和及差之正切餘切.....	25	有對數求真數之法.....	51

	頁		頁
有角度求三角函數之對數.....	53	測量問題(其四).....	91
用對數解直角三角形之法.....	55	,, (其五).....	93
三角形邊角之關係(其一).....	57	逆三角函數(其一).....	95
,, (其二).....	59	,, (其二).....	97
,, (其三).....	61	,, (其三).....	99
三角形邊角關係之應用問題.....	63	,, (其四).....	101
三角形半角與邊之關係.....	65	三角方程式問題(其一).....	103
三角形之面積.....	67	,, (其二).....	105
三角形之外接圓.....	69	,, (其三).....	107
三角形之內切圓及傍切圓之半徑.....	71	,, (其四).....	109
三角形之中線及角之二等分線.....	73	,, (其五).....	111
任意三角形之解法(其一).....	75	,, (其六).....	113
,, (其二).....	77	,, (其七).....	115
,, (其三).....	79	消去法問題(其一).....	117
,, (其四).....	81	,, (其二).....	119
,, (其五).....	83	,, (其三).....	121
測量問題(其一).....	85	恆等式問題(其一).....	123
,, (其二).....	87	,, (其二).....	125
,, (其三).....	89	,, (其三).....	127

測角之種類	角之單位	各單位間之關係	問題
六十分法	一直角九十等分之一名一度 用此爲角之單位 $1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ (注意) $^\circ$ $'$ $''$ 爲度分秒之記號	某角以弧度法測之其測度爲 θ 以六十分法測之其測度爲 D 則有次之關係 $\frac{\theta}{\pi} = \frac{D}{180^\circ}$ $\theta = \pi \times \frac{D}{180^\circ}$	(1) 0.65 直角爲幾度 (2) $97^\circ 5' 15''$ 爲幾直角 (3) 正三角形, 正五角形, 正六角形之一角各有幾度 (4) 某度數以弧度法表之則其數之二倍與某度數之和爲
弧度法	於任意之圓等於其半徑之弧上所立之中心角名半徑角用此爲角之單位 $1 \text{ 半徑角} = \frac{2 \text{ 直角}}{\pi}$ $= 57^\circ 17' 44'' .8$	$D = 180^\circ \times \frac{\theta}{\pi}$	$23\frac{2}{7}$ 度求其數如何 但 π 爲 $\frac{22}{7}$ (5) 內角爲等差級數最小角爲 120° 公差爲 5° 問此是幾邊形

(平面三角法 2)

角之問題解答

(1) $90^\circ \times 0.65 = 58.5^\circ$

$60' \times 0.5 = 30'$

答 $58^\circ 30'$

(2) $97^\circ 5' 15'' \div 90^\circ$

$= 349515'' \div 324000''$

$= 1.07875$

答 1.07875 直角

(3) $180^\circ \div 3 = 60^\circ$ 此乃正三角形之一角

而正五角形之一角為

$180^\circ - 360^\circ \div 5 = 108^\circ$

正六角形之一角為

$180^\circ - 360^\circ \div 6 = 120^\circ$

(4) 令所求之度數為 x 度

此以弧度表之則為 $\frac{x}{180} \pi$

由題得 $x + \frac{2x\pi}{180} = 23\frac{2}{7}$

令 $\pi = \frac{22}{7}$

則 $x \left(1 + \frac{1}{90} \times \frac{22}{7} \right) = 23\frac{2}{7}$

$\therefore x = 22^\circ \frac{1}{2}$

答 $22^\circ 30'$

(5) 令此多角形為 n 邊形則

外角之和 $= 360^\circ$

最大外角 $= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

由等差級數之和之公式得

$\frac{n}{2} \{ 2 \times 60 - (n-1) \times 5^\circ \} = 360^\circ$

$\therefore n = 16$ 或 9

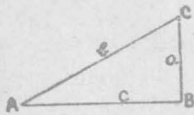
令 $n = 16$ 則最小外角為

$60^\circ - 15 \times 5^\circ = -15^\circ$

是 16 不適用

$\therefore n = 9$

答 九邊形

定 義	基 本 公 式	問 題
次之六個曰三角函數  設 $B=90^\circ$ 則 $\sin A = \frac{a}{b} = \frac{\text{垂線}}{\text{斜邊}} = \angle A \text{ 之正弦}$ $\cos A = \frac{c}{b} = \frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}} = \angle A \text{ 之餘弦}$ $\tan A = \frac{a}{c} = \frac{\text{垂線}}{\text{底邊}} = \angle A \text{ 之正切}$ $\cot A = \frac{c}{a} = \frac{\text{底邊}}{\text{垂線}} = \angle A \text{ 之餘切}$ $\sec A = \frac{b}{c} = \frac{\text{斜邊}}{\text{底邊}} = \angle A \text{ 之正割}$ $\operatorname{cosec} A = \frac{b}{a} = \frac{\text{斜邊}}{\text{垂線}} = \angle A \text{ 之餘割}$	逆數關係 $\left\{ \begin{array}{l} \sin A \operatorname{cosec} A = 1 \dots\dots\dots(1) \\ \cos A \sec A = 1 \dots\dots\dots(2) \\ \tan A \cot A = 1 \dots\dots\dots(3) \end{array} \right.$ 相除關係 $\left\{ \begin{array}{l} \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \dots\dots\dots(4) \\ \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} \dots\dots\dots(5) \end{array} \right.$ 平方關係 $\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 A + \cos^2 A = 1 \dots\dots\dots(6) \\ 1 + \tan^2 A = \sec^2 A \dots\dots\dots(7) \\ 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A \dots\dots\dots(8) \end{array} \right.$	(1) $\triangle ABC$ 其 $\angle B$ 爲直角 BC, AB 各爲 3, 4 試求 A 之三角函數 (2) 設 $\sin A = \frac{2}{3}$ 試求 A 之他三角函數但 A 爲銳角 (3) 設 $\tan A = t$ 試求 A 之他三角函數 (4) 設 $\cos A = \frac{12}{13}$ 試求 A 之他三角函數 (5) 設 $\tan A = 2 + \sqrt{3}$ 則 A 之他三角函數如何

(平面三角法 4) 三角函數相互關係之問題解答

$$(1) \quad BC=3, AB=4, AC=\sqrt{BC^2+AB^2}=5$$

$$\therefore \sin A = \frac{3}{5}, \quad \cos A = \frac{4}{5}$$

$$\tan A = \frac{3}{4}, \quad \cot A = \frac{4}{3}$$

$$\sec A = \frac{5}{4}, \quad \operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}$$

$$(2) \quad \sin A = \frac{2}{3}, \quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{3}{2}$$

$$(3) \quad \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{t}$$

$$\sec A = \sqrt{1 + \tan^2 A} = \sqrt{1 + t^2}$$

$$\cos A = \frac{1}{\sec A} = \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}}$$

$$\sin A = \tan A \cos A = t \times \frac{1}{\sqrt{1 + t^2}} = \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{\sqrt{1 + t^2}}{t}$$

$$(4) \quad \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{5}{13} \times \frac{13}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{12}{5}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{13}{12}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{13}{5}$$

(5) 與(3)同樣得

$$\cot A = 2 - \sqrt{3}, \quad \sec A = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}, \quad \sin A = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\operatorname{cosec} A = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

證	法	問	題
(1) 變複雜一邊之形等於他一邊之法		試證明次之恆等式	
例 試證明下式		(1) $\frac{1+\sin \theta - \cos \theta}{1+\sin \theta + \cos \theta} + \frac{1+\sin \theta + \cos \theta}{1+\sin \theta - \cos \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$	
$\tan^2 A + \cot^2 A - (\sin^2 A \tan^2 A + \cos^2 A \cot^2 A) = 1$		(2) $(\tan A + \sec A)^2 = \frac{1+\sin A}{1-\sin A}$	
(證) 左邊 $= \tan^2 A - \sin^2 A \tan^2 A + \cot^2 A$		(3) $(p \cos A + q \sin A)^2 + (q \cos A - p \sin A)^2 = p^2 + q^2$	
$- \cos^2 A \cot^2 A$		(4) $2(\sin^6 A - \cos^6 A) - 3(\sin^4 A + \cos^4 A) + 1 = 0$	
$= \tan^2 A (1 - \sin^2 A) + \cot^2 A (1 - \cos^2 A)$		(5) $\operatorname{cosec} a \sec^2 a + \sin a \tan^2 a - 2 \tan a \sec a = \operatorname{cosec} a - \sin a$	
$= \tan^2 A \cos^2 A + \cot^2 A \sin^2 A$			
$= \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \cos^2 A + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} \sin^2 A$			
$= \sin^2 A + \cos^2 A$			
$= 1$			

(平面三角法 6) 三角恆等式證明問題之解答(其一)

$$(1) \text{ 左邊} = \frac{(1 + \sin \theta - \cos \theta)^2 + (1 + \sin \theta + \cos \theta)^2}{(1 + \sin \theta)^2 - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{2\{(1 + \sin \theta)^2 + \cos^2 \theta\}}{1 + 2 \sin \theta + \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{2(2 + 2 \sin \theta)}{2 \sin \theta + 2 \sin^2 \theta} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

$$(2) \text{ 左邊} = \left(\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} \right)^2 = \left(\frac{\sin A + 1}{\cos A} \right)^2$$

$$= \frac{\sin^2 A + 2 \sin A + 1}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 A + 2 \sin A + 1}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{2(1 + \sin A) - \cos^2 A}{1 - \sin^2 A}$$

$$= \frac{2(1 + \sin A) - (1 - \sin^2 A)}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}$$

$$= \frac{(1 + \sin A)\{2 - (1 - \sin A)\}}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}$$

$$= \frac{(1 + \sin A)(1 + \sin A)}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}$$

$$= \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}$$

$$(3) \text{ 左邊} = p^2 \cos^2 A + q^2 \sin^2 A + q^2 \cos^2 A + p^2 \sin^2 A$$

$$= p^2(\cos^2 A + \sin^2 A) + q^2(\sin^2 A + \cos^2 A)$$

$$= p^2 + q^2$$

$$(4) \text{ 左邊} = 2(\sin^2 A + \cos^2 A)(\sin^4 A - \sin^2 A \cos^2 A + \cos^4 A) - 3(\sin^4 A + \cos^4 A) + 1$$

$$= 2\{(\sin^2 A + \cos^2 A)^2 - 3 \sin^2 A \cos^2 A\}$$

$$- 3\{(\sin^2 A + \cos^2 A)^2$$

$$- 2 \sin^2 A \cos^2 A\} + 1$$

$$= 2(1 - 3 \sin^2 A \cos^2 A)$$

$$- 3(1 - 2 \sin^2 A \cos^2 A) + 1$$

$$= 2 - 6 \sin^2 A \cos^2 A - 3 + 6 \sin^2 A \cos^2 A + 1$$

$$= 3 - 3 = 0$$

$$(5) \text{ 左邊} = \frac{1}{\sin a \cos^2 a} + \frac{\sin a \sin^2 a}{\cos^2 a} - \frac{2 \sin a}{\cos^2 a}$$

$$= \frac{1 - 2 \sin^2 a + \sin^4 a}{\sin a \cos^2 a} = \frac{(1 - \sin^2 a)^2}{\sin a \cos^2 a}$$

$$= \frac{\cos^4 a}{\sin a \cos^2 a} = \frac{\cos^2 a}{\sin a} = \frac{1 - \sin^2 a}{\sin a}$$

$$= \frac{1}{\sin a} - \sin a = \operatorname{cosec} a - \sin a$$

三角恆等式之證明(其二) (平面三角法 7)

證 法	問 題
(2) 分別變化兩邊之形而比較其結果之法 例 $\sin^4 A + \cos^4 A = 1 - 2 \sin A \cos^2 A$ 試證之 (證) $\sin^4 A + \cos^4 A = \sin^4 A + (\cos^2 A)^2$ $= \sin^4 A + (1 - \sin^2 A)^2$ $= \sin^4 A + 1 - 2 \sin^2 A + \sin^4 A$ $= 1 - 2 \sin^2 A + 2 \sin^4 A$ $1 - 2 \sin^2 A \cos^2 A = 1 - 2 \sin^2 A (1 - \sin^2 A)$ $= 1 - 2 \sin^2 A + 2 \sin^4 A$ 故所設之式之兩邊相等	試證明次之各等式 (1) $(2 - \cos^2 A)(1 + 2 \cot^2 A)$ $= (2 + \cot^2 A)(2 - \sin^2 A)$ (2) $(\sin A + \cos A)(\tan A + \cot^2 A)$ $= \sec A + \operatorname{cosec} A$ (3) $(1 + \sin A + \cos A)^2 = 2(1 + \sin A)(1 + \cos A)$ (4) $(2 - \cos^2 A)(1 + 2 \cot^2 A)$ $= (2 + \cot^2 A)(2 - \sin^2 A)$

(平面三角法 8) 三角恆等式證明問題之解答(其二)

(1) 左邊 $= (2 - \cos^2 A)(1 + 2 \cot^2 A)$

$$= (2 - \cos^2 A) \left(1 + \frac{2 \cos^2 A}{\sin^2 A} \right)$$

$$= (1 + \sin^2 A) \frac{\sin^2 A + 2 \cos^2 A}{\sin^2 A}$$

$$= \frac{(1 + \sin^2 A)(1 + \cos^2 A)}{\sin^2 A}$$

右邊 $= \left(2 + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} \right) (1 + \cos^2 A)$

$$= \frac{2 \sin^2 A + \cos^2 A}{\sin^2 A} (1 + \cos^2 A)$$

$$= \frac{(1 + \sin^2 A)(1 + \cos^2 A)}{\sin^2 A}$$

故原式之左右相等

(2) 左邊 $= (\sin A + \cos A) \left(\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} \right)$

$$= (\sin A + \cos A) \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A}$$

$$= \frac{\sin A + \cos A}{\sin A \cos A}$$

$$\text{右邊} = \frac{1}{\cos A} + \frac{1}{\sin A} = \frac{\sin A + \cos A}{\sin A \cos A}$$

故原式之左右相等

(3) 左邊 $= 1 + \sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A + 2 \cos A + 2 \sin A \cos A$

$$= 1 + 1 + 2 \sin A + 2 \cos A + 2 \sin A \cos A$$

$$= 2(1 + \sin A + \cos A + \sin A \cos A)$$

右邊 $= 2(1 + \sin A + \cos A + \sin A \cos A)$

故原式之左右相等

(4) 左邊 $= (2 - \cos^2 A)(1 + 2 \cot^2 A)$

$$= (1 + \sin^2 A)(2 \operatorname{cosec}^2 A - 1)$$

$$= (1 + \sin^2 A) \left(\frac{2}{\sin^2 A} - 1 \right)$$

$$= \frac{2}{\sin^2 A} + 2 - 1 - \sin^2 A$$

$$= \frac{2}{\sin^2 A} + \cos^2 A$$

右邊 $= (2 + \cot^2 A)(2 - \sin^2 A) = (1 + \operatorname{cosec}^2 A)(1 + \cos^2 A)$

$$= 1 + \frac{1}{\sin^2 A} + \cos^2 A + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} = \frac{2}{\sin^2 A} + \cos^2 A$$

∴ 左邊 = 右邊

證	法	問	題
(3) 變公式之形作一新式又變新式之形作一既知之恆等式之法		試證次之恆等式	
例 1. $1 + \sec^4 A - \tan^4 A = 2 \sec^2 A$ 試證之		(1)	$\operatorname{cosec}^4 A + \cot^4 A$
(證) 公式 $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$			$= 1 + 2 \operatorname{cosec}^2 A \cot^2 A$
$\therefore 1 - \sec^2 A = -\tan^2 A$		(2)	$\tan^2 x \sin^2 x = \tan^2 x - \sin^2 x$
$\therefore 1 - 2 \sec^2 A + \sec^4 A = \tan^4 A$		(3)	$\frac{\tan^2 A - \cot^2 A}{\sec A + \operatorname{cosec} A} = \sec A - \operatorname{cosec} A$
$\therefore 1 + \sec^4 A - \tan^4 A = 2 \sec^2 A$		(4)	$\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} = (\tan \theta + \sec \theta)^2$
例 2. $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A + \cot A}$ 試證之			
(證) 欲證此恆等式但證次式可也			
$(\operatorname{cosec} A - \cot A)(\operatorname{cosec} A + \cot A) = 1$			
$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$			
$\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$			
然此爲公式			
故原式之兩邊相等			

(平面三角法 10) 三角恆等式證明問題之解答(其三)

(1) $\operatorname{cosec}^4 A + \cot^4 A = 1 + 2 \operatorname{cosec}^2 A \cot^2 A$

證上式但證次式可也

$$\operatorname{cosec}^4 A + \cot^4 A - 2 \operatorname{cosec}^2 A \cot^2 A = 1$$

$$(\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A)^2 = 1$$

$$(1 + \cot^2 A - \cot^2 A)^2 = 1$$

$$1 = 1$$

此足證原式之左右相等

(2) $\tan^2 x \sin^2 x = \tan^2 x - \sin^2 x$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$$

$$\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}$$

∴ 原式成立

(3) 變其形爲

$$\tan^2 A - \cot^2 A = \sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A$$

$$(1 + \tan^2 A) - (1 + \cot^2 A) = \sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A$$

$$\sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A = \sec^2 A - \operatorname{cosec}^2 A$$

此足證明原式之左右相等

(4) $\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} = (\tan \theta + \sec \theta)^2$

變其形爲

$$\frac{(1 + \sin \theta)^2}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} = (\tan \theta + \sec \theta)^2$$

$$\frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta} = (\tan \theta + \sec \theta)^2$$

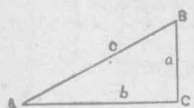
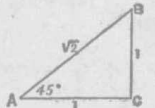
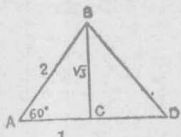
$$\frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta} = (\tan \theta + \sec \theta)^2$$

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = (\sec \theta + \tan \theta)^2$$

$$(\sec \theta + \tan \theta)^2 = (\sec \theta + \tan \theta)^2$$

∴ 原式成立

餘角及特別角之三角函數 (平面三角法 11)

餘角之公式	45°之三角函數	60°, 30°之三角函數	問 題
 命 $C=90^\circ$ 則 $B=90^\circ-A$ $\sin B = \frac{b}{c}$ $\therefore \sin(90^\circ-A) = \frac{b}{c}$ 又 $\cos A = \frac{b}{c}$ $\therefore \sin(90^\circ-A) = \cos A$ 又 $\cos(90^\circ-A) = \sin A$ $\tan(90^\circ-A) = \cot A$ $\cot(90^\circ-A) = \tan A$ $\sec(90^\circ-A) = \operatorname{cosec} A$ $\operatorname{cosec}(90^\circ-A) = \sec A$	 $C=90^\circ$ $A=45^\circ$ 設 $AC=1$ 則 $AB=\sqrt{2}$ $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\tan 45^\circ = 1$ $\cot 45^\circ = 1$ $\sec 45^\circ = \sqrt{2}$ $\operatorname{cosec} 45^\circ = \sqrt{2}$	 $\triangle ABC$ 為正三角形 令 $AC=CD=1$ 則 $AB=2, BC=\sqrt{3}$ $\angle BAC=60^\circ \angle ABC=30^\circ$ $\therefore \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$ $\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \cot 30^\circ$ $\cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$ $\sec 60^\circ = 2 = \operatorname{cosec} 30^\circ$ $\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} = \sec 30^\circ$	(1) 試求次式之值 $(\sin 30^\circ + \sin 45^\circ)$ $\times (\tan 60^\circ + \cot 30^\circ)$ $- 4 \sec 45^\circ (\operatorname{cosec} 60^\circ$ $- \sec 30^\circ)$ (2) 試求次式之值 $\sin^2(A+45^\circ) \sin^2(45^\circ-A)$ (3) 試證下式 $\cot 60^\circ (1 + \cos 30^\circ + \sin 30^\circ)$ $= \cos 60^\circ + \sin 60^\circ$ (4) 試化簡下式 $\sin(90^\circ-A) \cot(90^\circ-A)$ (5) 試求下式中 x 之值 $\sin 30^\circ = x \cot 60^\circ$