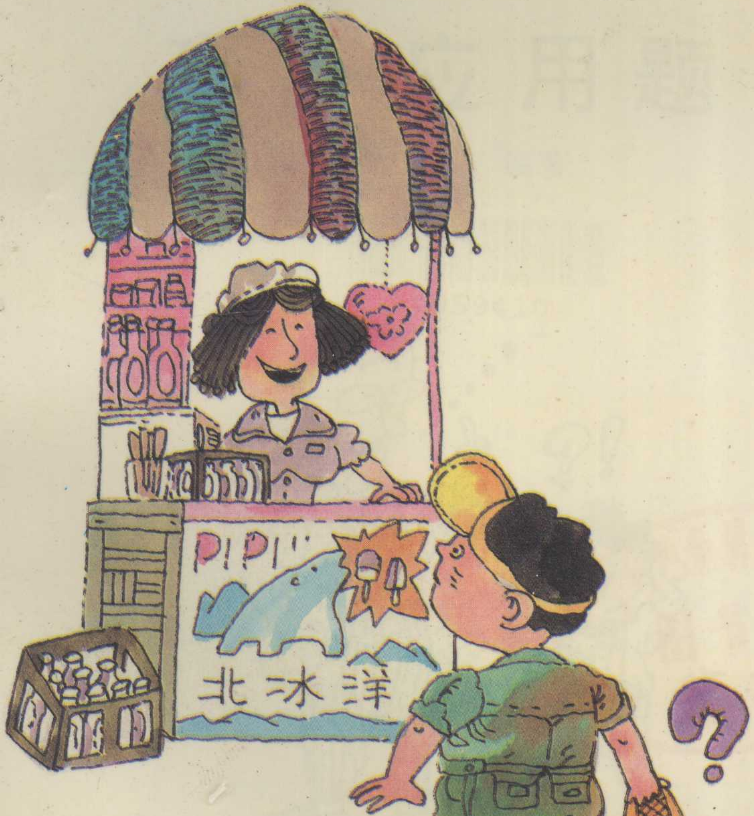
巧解应用题

陈效师 编著



XIAOXUESHENGQIAOXUEQIAOJICONGSHU

小学生巧学巧记丛书

同心出版社

小学生巧学巧记丛书

主编　京夫　江燕

巧解应用题

陈效师　编著

同心出版社

（京）新登字214号

图书在版编目(CIP)数据

巧解应用题/陈效师编著.－北京：
同心出版社，1994.3
（小学生巧学巧记丛书）
ISBN 7－80593－089－9

Ⅰ．巧…Ⅱ．陈…
Ⅲ．数学－小学－教学参考资料 Ⅳ．G624.5

中国版本图书馆CIP数据核字(94)第01104号

同心出版社出版、发行
（100734 北京市东单西裱褙胡同34号）
唐山市兴卫装璜印刷厂印刷　　新华书店经销
1994年4月第1版 1996年7月第6次印刷
787×1092毫米 32开本 4.625印张
字数：79千字　印数：75010－－90010册
定价：3.80元

编者的话

我们既当过教师，又是学生的家长，我们常常看到学校课堂上出现这样的状况：老师在讲台前滔滔不绝满堂灌，小学生们强打精神拼命学；下课后，老师批阅着一摞摞的作业练习，机械地重复劳动——判定对错、打分，排出优劣。小学生孜孜不倦地在家长认真地督促下奋力完成老师当天布置的作业，并期待着得个高分。

在当前，小学生课程作业负担愈来愈重的情况下，哪一位老师抓得不紧，全班学生的成绩就要下降，哪一位家长督促不勤，他的孩子就可能跟不上。形势是那么严峻，而面对激烈的竞争，似乎只有一条路：努力＋拼命，没有什么捷径可走。

其实学习是有捷径的，而且路也很多。“巧学、巧记”就是一条极为近便的路。很多人走了这条路，学习、娱乐两不误，乃至成为栋梁之材。

那么，为什么不让更多的学生也都走这条

近路呢？

于是，我们便萌发了编辑这套丛书的想法，后来与几位同志一说，大家一拍即合，不久，就编写出了这套书。

当然，任何事物大都是仁者见仁，智者见智，更何况我们的水平有限，所拿出来的东西并不成熟，错误也在所难免。那么，它究竟怎么样，只有请广大读者去评判。

书中的谬误，敬请广大读者批评指正。

1994年2月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook

目　　录

死鱼也是鱼

——善于从变中抓住不变

王老师是位受欢迎的老师。同学们都盼望王老师给高年级数学课外小组上课。

这是王老师上的第一节课。

“今天，先给大家出一道抢答题。”王老师扫视了小组中每一个成员。

这句话，使全组同学的每一根神经立即被调动起来，他们跃跃欲试。

王老师说：“鱼缸里有 9 条鱼，死了 4 条，还剩几条。”

这时，同学们的紧张情绪立刻松弛下来，他们怀疑这位王老师是不是备错了课或者是走错了门。

一位性子急的同学——卫华，抢先举手，站起来说：“老师，还剩 5 条。”

他的回答引起了哄堂大笑。他们笑什么呢？是笑老师捉弄他们，还是笑卫华太傻冒了？

一位叫李强的同学并没有笑，他素以爱动脑筋而闻名。他说：“答案应当仍是 9 条。”

王老师满意地点了点头，说:“鱼缸里的活鱼部分变为死鱼，情况确实发生了变化。但是，死鱼也是鱼，鱼的条数没变。题中，鱼是个实实在在的不变量，当然是9条了。”

这时，同学们恍然大悟。这才知道王老师的葫芦里卖的是什么药。

王老师为了让同学们理解不变量在解题中的作用，又出了几道有趣的数学题。

1. 王红喝了一杯奶

王红倒满一杯牛奶。他喝了一杯牛奶的$\frac{1}{6}$，然后加满了水，又喝了一杯牛奶的$\frac{1}{3}$，再倒满后又喝了半杯，又加满了水，最后把一杯都喝了。问王红喝的牛奶多，还是水多？

这道题的通常算法是，算出每次喝了多少牛奶，多少水。这样，问题就复杂了。就是学过百分比浓度的同学也要费不少劲了。

其实，只要冷静地审题，就会发现，题中有一句至关重要的话：王红“最后把一杯都喝了”。至此，也就是说，王红实实在在地喝了一杯牛奶。这是本题中的一个重要的不变量。于是，问题就变得得单一了：求王红喝了多少水。

这道题中，共倒了三次水：第一次倒了$\frac{1}{6}$杯水，第二次倒了$\frac{1}{3}$杯水，第三次倒了$\frac{1}{2}$杯水。总共倒了：$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=1$(杯)。

答案有了：王红喝了一杯牛奶、一杯水，喝的牛奶和水同样多。

从题目的纷纭变化中，一定要抓住不变量。这是化难为易的思维捷径。

2. 思路不要跟狗跑

有一年，苏步青教授去德国访问。有一次，一个数学家在电车里给他出了一道题：“一个甲，一个乙，相对而行，他们相距 50 千米，甲每小时走 3 千米，乙每小时走 2 千米。甲带着一只狗，狗每小时跑 5 千米，狗跑得比人快，它同甲一起出发，碰到乙的时候向甲跑去，碰到甲的时候又向乙跑去。问这只狗一共跑了多少千米路？”

苏教授没下车之前就解出来了。你知道，他是怎么想的吗？

这道题最让人迷惑不解的是那只狗。如果你的思路跟着狗跑，那就肯定上当了。

当狗在做变向跑动的同时，人在相向而行。甲、乙两人之间的距离（50 千米）、他们的速度（甲每小时走 3 千米，乙每小时走 2 千米）都是已知的，相遇时间就是一个不变量。

根据我们学过的知识，求得

$$50\div(3+2)=10(\text{小时})。$$

也就是说，尽管狗在甲、乙两人之间跑来跑去，它所用的时间是固定的——10 小时。显然，狗一共跑了

$$5\times10=50(\text{千米})。$$

这个题的巧妙之处在于，狗跑的时间是借助于甲、乙两人相向而行间接给出的。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook

你是否还发现，狗跑的距离正好是甲、乙相距的距离，正好是 50 千米。

3. 男工人数不变中有变

某车间有 400 人，其中男工占 12.5%，调走一部分女工后，男工占全车间的 20%，问调走多少名女工？

这个题中，显然男工人数是个不变量。这个题目的复杂性在于，尽管男工人数没变，但男工在车间人数中所占的百分比变了。

这个变化是由女工人数减少造成的。女工人数减少，说明车间总人数（整体 1）发生了变化，于是，男工人数占总人数的比例由 12.5%变为 20%。

既然男工人数是个不变量，可以把男工人数先求出来：$400\times12.5\%=50$（人）。由于女工调走一部分后，50 人占车间总人数的 20%，这时车间人数为 $50\div20\%=250$（人）。于是可求出女工调走的人数为 $400-250=150$（人）。列综合式为 $400-400\times12.5\%\div20\%$。

这种问题要求我们不仅要善于找出不变量，还要观察不变量在变化的数量关系中的变化。

“特别特”也是方法

——极端化方法

在今天的数学课上，王老师聊起了家常。

“你们都知道，北京西单有个‘特别特’。据说，很早以前，香港就有了以这个名字命名的商店。这个名字从左到右和从右到左都一样。现在，我问，这个名字是什么意思？”王老师侃侃而谈。

赵聪和张明争先发言。

赵聪说：“特别特就是说，他们的商品很有特色，比特别的还特别。”

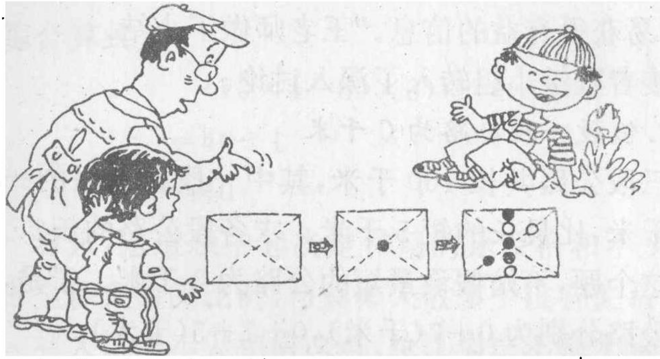
张明说：“特别特就是特特别。”

王老师笑着说：“张明总结得好。其实，不光是商品，有时候，数学中也需要‘特特别’。我们把问题的条件进行极端化的改造，常常使题中的数量关系变得更清楚，其中的规律一目了然。”

接着，王老师出了一道智力竞赛题：

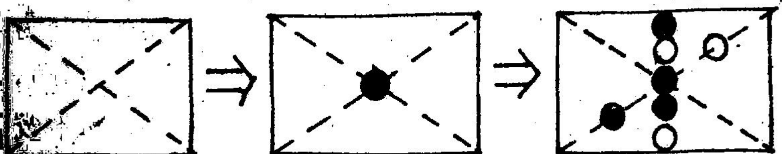
两个人利用围棋子在棋盘上做游戏。他们相继往棋盘上放上一枚棋子，棋子可以挨着，不许重叠，这样下去，最后棋盘上只剩下一个位置时，谁放下最后一

枚，谁就算胜了。请问先放的胜还是后放的胜？



这时，数学小组的同学们互相争论起来。有的说，下棋总是先手占先，我想先放棋子的为胜方。有的说，这可不一定，这只能试一试才能见分晓。

王老师说："这是一个由来已久的难题，可一旦先考虑它的极端情况，就能看见胜利属于谁了。如果这张棋盘非常小，小到只能放下一枚棋子，那么显然先放者必获胜。为了保证这种先手的优势，放第一枚棋子相当重要。现在，再把棋盘放大。由于长方形棋盘的对称中心是两条对角线的交点，所以，先放者在对称中心放下第一枚棋子，往后与对手一直保持对称放子，最后肯定是先放者获胜（见下图）。"



“极端化不是目的而是手段，问题经过极端化处理后，容易获得有益的信息。”王老师做了小结。

接着数学小组转入了深入讨论。

1. 假设一段公路为 0 千米

三段公路共长 100 千米，其中一段比最短的一段长 7 千米，比最长的短 5 千米。求各段公路的长？

这个题，不妨假设最短的公路为 0 千米。于是，另两段公路分别为 $0+7$(千米)，$0+7+5$(千米)。

这三段公路的总长为 $0+7+12=19$(千米)。它和实际长相差：$100-19=81$(千米)。为什么差这么多？原因是最短的不是 0，而是 $81\div3=27$(千米)。

于是，最短的公路为 27 千米，其他两段分别是 $27+7=34$(千米)，$34+5=39$(千米)。

2. 只有 4 个人的班级

一次考试，全班的平均分数为 70 分。其中$\frac{3}{4}$及格，他们的平均分数为 80 分，问不及格的人的平均分数是多少？

这个问题的难度在于不知道班上有多少人。为了简化题中的各种关系，不妨假设这个班只有 4 个人。显然，及格的人数是 3，不及格的人数是 1。全班总分为 $70\times4=280$(分)，及格人的总分为 $80\times3=240$(分)，所以不及格人的总分是 $280-240=40$(分)。因为不及

格的人仅 1 人，这个总分就是不及格人的平均分数。列出综合算式

$$
\begin{aligned}
&(70\times4-80\times3)\div(4-3)\\
=&40\div1\\
=&40
\end{aligned}
$$

看来，这道题中起决定作用的是及格和不及格人数占全班人数的比例，与具体人数多少没有关系。

有人可能不大相信这点，总认为这不是实际情况。这里我们不妨借用一个字母 K。

假设及格人数为 $3K$，不及格人数为 K。

这样做与原题交待的及格人数占全班人数的$\frac{3}{4}$相吻合。列出综合算式为

$$
\begin{aligned}
&(70\times4K-80\times3K)\div(4K-3K)\\
=&40K\div K\\
=&40
\end{aligned}
$$

这个算式与上面算式实质上是一致的，区别只不过是被除数除数统统扩大了 K 倍，自然商不会改变。

全班人数为 4 最简单，这种极端情况并不影响计算的结果。

3. 弟弟还没有出生

前苏联教育心理学家克鲁捷茨基曾出过一道测试题：

一个家庭由丈夫、妻子、女儿和儿子组成，他们的年龄和是 73 岁。丈夫比妻子大 3 岁，女儿比儿子大 2 岁。4 年前这个家庭成员的年龄和是 58 岁。请问：这个家庭成员现在年龄各是多少岁？

这道题并不难解。“4 年前”，这是个很关键的条件。4 年前，4 个家庭成员，每个人减少 4 岁，一共减少 4×4＝16(岁)。4 年前这个家庭成员的年龄之和应为 73－16＝57(岁)，而题目中告诉我们这个年龄和为 58 岁。为什么差了 1 岁呢？

至此，有的人认为此题无解，因为原题自相矛盾。事实上，这是解题人陷入了误区，认为 4 年前这个家庭仍是 4 口人。他们忽略了这样一种极端情况——弟弟还没有降生。

按照这道题的逻辑，4 年前弟弟是 0 岁，换句话说，今年，家庭中年龄最小的成员刚刚 3 岁。

根据“女儿比儿子大 2 岁”可知，女儿今年 5 岁。

从而知道丈夫和妻子现在的年龄和是 73－(5＋3)＝65 岁，又由“丈夫比妻子大 3 岁”可知，妻子的年龄是(65－3)÷2＝31 岁，丈夫的年龄是 31＋3＝34(岁)。

看来极端化不仅是一种化繁为简的方法，而且也是一种重要的解题思想。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook