2004

丛书主编　周益新

本册主编　黄孝银

龙门新教案

学生专用版

在线课堂

空中课堂

纸上教练

合作探究

互动交流

高一数学 下

龍門書局

www.sciencep.com

责任编辑：田　旭　时　娜
封面设计：耕者设计 13701038164

龙门新教案

ISBN 7-80191-221-7
9 787801 912213 >

ISBN 7-80191-221-7
定价：17.00 元

龙门新教案

在线课堂

高一数学(下)

主　　编　黄孝银

撰　　稿　胡金福　车清华

　　　　　夏佑喜　张明灯

龍　門　書　局

北　京

图书在版编目(CIP)数据

龙门新教案．在线课堂．高一数学．下/周益新主编；黄孝银编．—北京：龙门书局，2003

ISBN 7-80191-221-7

Ⅰ．龙…　Ⅱ．①周…②黄…　Ⅲ．数学课－高中－教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 087838 号

责任编辑：田　旭　时　娜　贺丽珍

封面设计：耕者设计工作室

龍門書局出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.longmen.com.cn

北京市东华印刷厂印刷

科学出版社总发行　各地书店经销

*

2003 年 12 月第　一　版　开本：787×1092　1/16

2004 年 10 月第二次印刷　印张：19

印数：25 001－33 000　字数：440 000

定　价：17.00 元

策划者语

致渴望成为优等生的学子们

你苦恼自己的成绩吗？

为什么你也很努力，却总是不能名列前茅？

为什么有人并不刻苦，却总能够取得好成绩？

在学校里，很多同学面临这样的困惑，你是不是也经常为此苦恼呢？

——是你自己太笨，而别人太聪明吗？

心理学家们的科学测算表明，约80%的人智商在中等左右。这也就是说，你和那些优等生在智力上的差别很小，你绝对有机会成为他们当中的一员。

——是自己不努力，学习不够刻苦吗？

其实不尽然。大家在课堂上的时间是一样多的，如果有晚自习的话，那差别就更小。优等生并没有比你更多的学习时间。

问题的关键在哪里？

你会学习吗？

在学习中，你是否存在以下问题：

你上课会不会经常走神？老师讲课有些内容你没有听懂怎么办？

如果你上课经常走神，或者没有听懂老师的讲解，而你又不喜欢问老师问题，那你学习的过程中就会有很多不懂的问题，一个个不懂的问题积攒在一起，形成一片片知识空白，长此以往，你的成绩能提高吗？

因此，你需要一个能够像播放 VCD 一样将老师讲解再现的“纸上课堂”。

你在家里学习，有问题不会怎么办？

老师不在身边，家长帮不上你的忙，问题不会，无处可问，成绩怎样，可想而知。

所以，你需要一个随时可以提问、不受约束的“便携式纸上教练”。

你有一套自己的学习方法吗？

教材你理解透彻了吗？你是不是比较喜欢做有难度的题目，而对那些看似简单的问题不屑一顾呢？这是大多数学生的通病——不会走，怎么能够跑呢？即便可以，也肯定会摔跤。

记住，在你开始大量做题之前，别忘了先问一下自己：教材我理解透了吗？

以上只是你在学习中遇到的问题中很小的一部分，但这些都会导致你的成绩老是徘徊不前。我们策划这套书的初衷，就是为了解决大家在学习中的这些问题——你可以在较短的

时间内学得更多，记得更牢，练得更精。

如何利用本丛书迅速提高学习成绩？

本套丛书是专门为那些渴望成为优等生的同学设计的，它可以用于预习、上课、课后作业时。栏目设计新颖别致，有自己独特的功能，你在使用时一定要特别注意以下几个栏目：

重点解读

你必须完全掌握教材的重要知识点，这是你解决一切问题的基础，也是前提。**千万不要教材知识点还没搞明白就去追难题！**

这一部分就像老师上课一样，帮你透彻理解教材知识点，在此基础上匹配典型例题，加深你对该知识点的理解，老师还为你总结了解题规律、方法技巧、易错点、误区等，然后通过一两个同类变式的练习，检测你是否全面理解与掌握了该知识点。

问题研讨　**综合延伸**　**创新探究**

此部分根据重点内容的不同、针对你遇到的问题不同，分为三种情况：

① 你经常容易出错的概念、误区、易错点用"问题研讨"，通过几位同学的讨论让你知道哪里容易出错、为什么会出这样的错，从而避免你在做题的过程中重蹈他们的覆辙。

只要你是聪明人，一定能品位出其中的味道的。

② 对经常会出现综合应用、拓展延伸的重点内容，我们为你设计了"综合延伸"栏目，这部分的例题都有相当的综合性和一定的难度。

你一定要特别关注"延伸总结"栏目，因为它将知识点向何处延伸、发散点等内容总结得十分详尽。吃透此栏目，"举一反三"没问题！

③ 最近的中高考考试大纲都明确提出**"着重考察学生运用知识分析和解决实际问题的能力"**，在高考试题中，**研究性学习的内容不仅是考试热点，而且比重在不断增加。**

为了从一开始就培养你的创新能力和研究性学习的能力，本书特别设计了"创新探究"这一栏目。你可一定要特别注意哦！

要点记忆

在你身边，肯定有很多同学特别喜欢做题，以为做题是取得好成绩的"法宝"。其实不然！我们老祖宗有句古话"磨刀不误砍柴工"，如果你的刀快，那么砍起柴来肯定既快又多又省劲。"要点记忆"这一栏目就是你的磨刀石，它将你最需要掌握的问题全部归纳在一起，尤其是在期中、期末复习时，只要你完全记在心中，相信你一定会取得满意的成绩！

总而言之，本套丛书是龙门书局两年多来的研究成果，也是黄冈重点中学学科带头人的呕心沥血之作，它既是一本可以随时播放的"纸上课堂"，又是一位可随时交流的"纸上教师"，其中"宝藏多多"，善于发掘者一定会"满载而归"。

"世上无难事，只怕有心人。"渴望成为优等生的你，一定要做生活的有心人，那么，开始行动起来吧！

《龙门新教案·在线课堂》
丛书策划组
2003年5月于北京

主编寄语

一本好书能改变你一生的命运

一堂好课可以点燃你创新思维的火花，一位好教师可以带你走进科学的殿堂，一本好书可以改变你一生的命运。任何人都是天生具有一定的潜能，甚至是优秀的潜能，而且这种潜能几乎是无限的（有的学者认为目前大部分人的大脑只开发了10%）。只要学生愿意在教师的指导下积极开发自己的潜能，就可以成为一个富于创造性的人。

现代教学论认为，课堂教学除知识对流的主线外，还有一条情感对流的主线。一种优秀的教学方式，重要的是要创设丰富的教学情境，营造一个轻松、宽容的课堂气氛，结合课堂的具体情境和学生的兴趣，因势利导，激活学生的思维，培养学生创新思维的能力和方法，让学生自己去发现知识、寻找真理、探索规律，全面提高综合能力。

本丛书首次打破了市场上教辅教师对知识、例题一讲到底，忽视学生个性化培养，忽视师生情感交流的局面，将黄冈重点中学一代名师运用全新教学方式开发学生潜能的"同步学案"融化在"同步教案"之中，比教材更详细、更深刻。本丛书与同类书相比，具有突出的特点：

一、课堂教学的真实性

丛书像 VCD 一样再现每一节课教师的精彩讲解，师生双向交流、合作探究的思路贯串教师授课的全部过程。

二、教材讲解的细致性

丛书的语文、英语学科对教材逐字逐词、逐句逐段讲解，细致入微；数学、物理、化学学科对教材重点内容采用"一点、一讲、一例、一练"的方法，即每一个重要知识点对应一段解析、一道典型例题，然后总结这类题目的解题规律、方法技巧、警示误区，并进行变式训练，训练题新颖灵活，步步升级。

三、教育理念的超前性

丛书每一节课的创设意境、导人新课，关注学生的学习兴趣和生活经验，师生互动情感交流，体现了以学生为主体的意识。每一课还根据教材内容选择设置对易错点和易混淆点进行思维诊断的"问题研讨"、对知识进行拓展迁移的"综合延伸"、课外开展研究性学习活动的"创新探究"栏目，体现了倡导学生"主动参与、乐于探究、勤于动手、张扬个性、开发潜能"的现代教育理念。

四、教学风格的务实性

丛书按教育部规定的课时进行教学，课外探究、课题案例应有尽有，真正实现了同步配套课堂教学，逐字逐句逐段讲解教材，点拨解题的方法技巧，课内研讨某一知识点或某一问题的师生双边互动。

新世纪、新教材、新课堂、新的考试模式，对每一个学生都是一种新的感悟、新的考验。读完这本书，你会对新课程理念有更深的体会，从而在全新教育理念营造的新课堂内焕发新的活力。

丛书主编　周益新

2003 年 5 月

编委会

目录

龙门新教案

高一数学(下)

第四章 三角函数

第五章　平面向量

第四章 三角函数

课时一 角的概念的推广

在体操、花样滑冰、跳台跳水比赛中，常常听到"转体三周"（即"转体1080°"）、"转体三周半"（即"转体1260°"）这样的说法.过去我们只学了0°到360°范围内的角，1080°、1260°等都不在此范围中，我们有必要将角的概念进行推广.

重点解读

教材重点

重点1 角的概念与分类 ★★★

(1)角：角可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的.旋转开始时的射线叫做角α的始边，旋转终止时的射线叫做角α的终边，射线的端点叫做角α的顶点.

(2)角的分类：按逆时针方向旋转所成的角叫做正角，按顺时针方向旋转所成的角叫负角.当一条射线没有作任何旋转时，我们也认为这时形成了一个角，并把这个角叫做零角.

(3)象限角与轴线角：①角的终边在第几象限，就说这个角是第几象限的角（或说这个角属于第几象限）.这里强调，以"角的顶点为原点，角的始边为x轴的非负半轴"为前提，否则就不能从终边的位置来判断某角属于第几象限；②如果角的终边在坐标轴上（始边为x轴的非负半轴），就说这个角不属于任何象限，简称轴线角.

在线课堂

(1)掌握角的概念应注意到角的三要素：顶点、始边、终边.现在所说的角实际上是初中平面几何中"角是从一点出发的两条射线所组成的图形"的概念的推广，更强调角是"由一条射线绕着它的端点旋转而成的"这一运动的观点；角可以是任意大小的.

(2)正角、负角是用来表示具有相反意义的旋转量的，零角无正负.这里强调角的旋转方向.例如：时钟里的时针，经过一小时所成的角为$-\frac{360^\circ}{12}=-30^\circ$（注意顺时针方向旋转为负角）.又例如：390°、−390°的几何意义不同（见图4-1-1）：

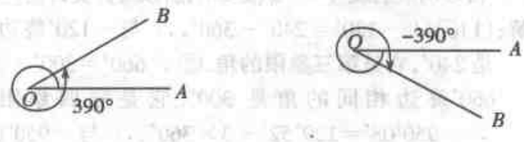


图4-1-1

要熟练掌握并能迅速写出各象限角的取值范围：

第一象限角 α：$k\cdot360^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+90^\circ(k\in\mathbf{Z})$；

第二象限角 α：$k\cdot360^\circ+90^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+180^\circ(k\in\mathbf{Z})$；

第三象限角 α：$k\cdot360^\circ+180^\circ<\alpha<k\cdot360^\circ+270^\circ(k\in\mathbf{Z})$；

第四象限角 α：$k\cdot360^\circ+270^\circ<\alpha<(k+1)\cdot360^\circ(k\in\mathbf{Z})$.

[例1] 下列说法中，正确的是 （ ）

A. 第一象限的角是锐角　　B. 锐角是第一象限的角

C. 小于90°的角是锐角　　D. 0°到90°的角是锐角

思维点拨

师：先将4个选择支对应角的集合用不等式表示出来，再作比较.

用α表示第一象限的角，则α满足$k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°+90°(k\in \mathbf{Z})$；

用β表示锐角，则$0°<\beta<90°$；

再γ表示小于$90°$的角，则$\gamma<90°$；

用δ表示$0°$到$90°$的角，则$0°\leqslant\delta<90°$.

由此可见{锐角}是第一象限角的子集(当$k=0$时)，A、C、D的说法都不正确，应选B.

想一想

1. 用描述法分别写出第一、二、三、四象限角的集合，其表述方法惟一吗？

重点2　终边相同的角　★★★

所有与角α终边相同的角，连同角α在内，可以构成一个集合$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360°,k\in \mathbf{Z}\}$.

即与α终边相同的角的一般形式为$\alpha+k\cdot 360°$.说明如下：

(1)$k\in \mathbf{Z}$;

(2)α是任意角，终边相同的角有无限多个，它们相差$360°$的整数倍；

(3)终边相同的角不一定相等，但相等的角的终边一定相同.

[例2]　(1)在$0°\sim 360°$间，找出与下列各角终边相同的角，并判定它们是第几象限的角：

①$-120°$；　②$660°$；　③$-950°08'$.

(2)求终边落在直线$y=-x$上的角的集合(角的始边为x轴的非负半轴).

练一练

2. 写出终边落在直线$y=x$上的角的集合.

3. 写出终边落在$y=\pm x$的图象上的角的集合.

思维点拨

师：(1)列草式如下：

$$\begin{array}{r|l} & -1 \\ 360° & -120° \\ & -360° \\ \hline & 240° \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} & 1 \\ 360° & 660° \\ & 360° \\ \hline & 300° \end{array}\qquad \begin{array}{r|l} & -3 \\ 360° & -950°08' \\ & -1080° \\ \hline & 129°52' \end{array}$$

(2)终边落在直线$y=-x$上，终边可能为射线$y=-x(x\geqslant 0)$或射线$y=-x(x\leqslant 0)$，所以应分类讨论再求并集.

解：(1)①$\because -120°=240°-360°$，$\therefore$与$-120°$终边相同的角是$240°$，它是第三象限的角.②$\because 660°=300°+360°$，$\therefore$与$660°$终边相同的角是$300°$，它是第四象限的角.③$\because -950°08'=129°52'-3\times 360°$，$\therefore$与$-950°08'$角终边相同的角是$129°52'$，它是第二象限角.

解题规律

草式写在草稿纸上，正的角度除以$360°$，按通常除法进行，负的角度除以$360°$，商是负数，它的绝对值应比被除数为其相反数时相应的商大1，以使余数为正值.

解：(2)在$0°\sim 360°$范围内满足条件的角为$135°$和$315°$，

$\therefore$终边落在直线$y=-x$的集合为

$\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+135°,k\in \mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+315°,k\in \mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=2k\cdot 180°+135°,k\in \mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=(2k+1)\cdot 180°+135°,k\in \mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=n\cdot 180°+135°,n\in \mathbf{Z}\}$

重点 3 等分角所在象限的确定 ★★

可以用分类讨论的方法.

已知角 α 所在的象限,用分类讨论的方法可以得出 $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\alpha}{3}$, …, $\frac{\alpha}{n}$ 分别是第几象限的角($n\in \mathbf{N}_+$).

[例 3] 若 α 是第二象限的角,试分别确定 2α, $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\alpha}{3}$ 的终边所在位置.

思维点拨

师:欲知角 θ 在哪个象限,只需把 θ 改写成 $\theta_0+k\cdot 360°$,其中 $0°\leqslant\theta_0<360°$.

解:∵ α 是第二象限的角

∴ $k\cdot 360°+90°<\alpha<k\cdot 360°+180°(k\in \mathbf{Z})$

(1)∵ $2k\cdot 360°+180°<2\alpha<2k\cdot 360°+360°$

故 2α 是第三或第四象限的角,或角的终边在 y 轴的非正半轴上.

(2)∵ $k\cdot 180°+45°<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180°+90°(k\in \mathbf{Z})$

当 $k=2n(n\in \mathbf{Z})$ 时,$n\cdot 360°+45°<\frac{\alpha}{2}<n\cdot 360°+90°$;

当 $k=2n+1(n\in \mathbf{Z})$ 时,$n\cdot 360°+225°<\frac{\alpha}{2}<n\cdot 360°+270°$.

∴ $\frac{\alpha}{2}$ 是第一或第三象限的角.

(3)∵ $k\cdot 120°+30°<\frac{\alpha}{3}<k\cdot 120°+60°$

当 $k=3n(n\in \mathbf{Z})$ 时,$n\cdot 360°+30°<\frac{\alpha}{3}<n\cdot 360°+60°$;

当 $k=3n+1(n\in \mathbf{Z})$ 时,$n\cdot 360°+150°<\frac{\alpha}{3}<n\cdot 360°+180°$;

当 $k=3n+2(n\in \mathbf{Z})$ 时,$n\cdot 360°+270°<\frac{\alpha}{3}<n\cdot 360°+300°$.

∴ $\frac{\alpha}{3}$ 是第一或第二或第四象限的角.

解题规律

分类讨论要做到不重不漏.

问题研讨

会表示给定区域内角的集合是后继学习的必要.试分析甲、乙两位同学对例 4 的解答有无错误,并给出标准解答.

[例 4] 试分别写出终边落在图 4-1-2 所示两阴影范围内的角的集合(不含虚线).

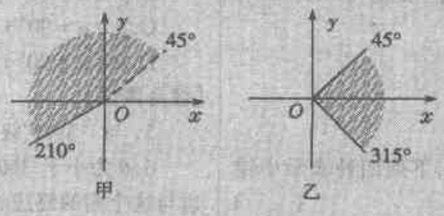


图 4-1-2

甲生

解:(1) 在图甲中,0°~360°范围内,终边落在指定区域内的角是$45°<\alpha\leqslant 210°$,故满足条件的角的集合为:

$\{\alpha|k\cdot 360°+45°<\alpha\leqslant k\cdot 360°+210°,k\in\mathbf{Z}\}$.

诊断:______

乙生

解:(2) 仿照甲生对(1)的解法,满足条件的角的集合为:

$\{\beta|k\cdot 360°+315°\leqslant\beta\leqslant k\cdot 360°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$

诊断:______

师评

甲生解答正确、乙生解答错误.

在图乙中,要注意315°角的终边的角的选取,若选315°,且45°角不变,则写出的不等式不成立,乙生写出的为空集,故应将315°角的终边的角写为$-45°$(若第一象限的终边写45°,则第四象限只能写$-45°$).再仿照甲生的解法,(2)中角的范围为:

$$\{\beta|k\cdot 360°-45°\leqslant\beta\leqslant k\cdot 360°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$$

重点记忆

1. 角的概念推广以后,角的大小可以是任意的.角有两种分类方法:

角$\begin{cases}正角\\负角\\零角\end{cases}$　　角$\begin{cases}象限角\\特殊角(轴线角)\end{cases}$　　(★★★)

2. 所有与角α终边相同的角,连同角α在内,可构成一个集合$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$,即任一与角$\alpha$终边相同的角,都可以表示成角$\alpha$与整数个周角的和.

创新作业

[基础演练]

1. 终边与坐标轴重合的角α的集合是　(　　)

A. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 180°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 90°,k\in\mathbf{Z}\}$

2. 若角α与β终边相同,则一定有　(　　)

A. $\alpha+\beta=180°$

B. $\alpha+\beta=0°$

C. $\alpha-\beta=k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$

D. $\alpha+\beta=k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$

3. 对于第四象限角的集合,下列四种表示中错误的是　(　　)

A. $\{\theta|k\cdot 360°+270°<\theta<k\cdot 360°+360°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\theta|k\cdot 360°-90°<\theta<k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\theta|k\cdot 360°+270°<\theta<k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\theta|k\cdot 360°+630°<\theta<k\cdot 360°+720°,k\in\mathbf{Z}\}$

4. 在直角坐标系中,若α与β终边互相垂直,则α与β的关系是　(　　)

A. $\beta=\alpha+90°$

B. $\beta=\alpha\pm 90°$

C. $\beta=\alpha+90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$

D. $\beta=\alpha\pm 90°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$

[综合测试]

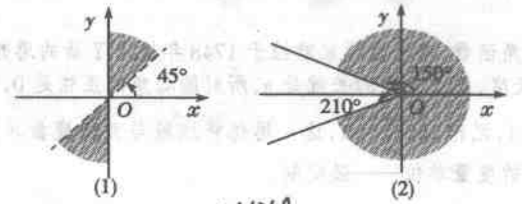
5. 与$-3920°$终边相同的最小正角是______.

6. θ为小于360°的正角,这个角的7倍角的终边与这个角的终边相同,则$\theta=$______.

7. 集合$A=\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=$

$\{\beta|\beta=k\cdot720°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{\gamma|\gamma=k\cdot180°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$，那么集合 A、B、C 的关系是______.

8. 写出终边在下列各图中阴影部分的角的集合(虚线表示不含边界，实线表示含边界).



$k\cdot360°+45°<\alpha<k\cdot360°+135°$
图 4-1-3

9. 试写出终边在直线 $y=-\sqrt{3}x$ 上所有角的集合，并写出该集合中介于 $-180°$ 和 $180°$ 之间的角.

10. 填表：

角 α 所在象限	一	二	三	四
角 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限				
角 2α 所在象限(不必考虑轴线角)				

[探究升级]

11. 将钟表上的时针作为角的始边，分针作为终边，那么当钟表显示 8:05 时，时针与分针构成的角度是______(假若时针转一周要 12 小时).

12. (**2003 年湖北省部分学校期中联考试题**)若集合 $A=\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+30°<\alpha<k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{\beta|k\cdot360°+315°<\beta<k\cdot360°+405°,k\in\mathbf{Z}\}$，求 $A\cap B$.

答案点拨

[重点解读]

1. 不惟一 [点拨：可参考本节创新作业第 3 题.]

2. $\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$

3. $\{\beta|\beta=k\cdot90°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$

[创新作业]

1. D

2. C

3. C [点拨：$\{\theta|k\cdot360°+270°<\theta<k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$ 为空集.]

4. D [点拨：将角 α 的终边按逆(或顺)时针旋转 90°得 $\alpha\pm90°$ 与 β 终边重合.]

5. 40° [点拨：$-3920°=-11\times360°+40°$.]

6. 60°，120°，180°，240°，300° [点拨：$\because 7\theta=k\cdot360°+\theta,k\in\mathbf{Z},0°<\theta<360°$.]

7. $B\subsetneqq A\subsetneqq C$

8. (1) $\{\alpha|k\cdot180°+45°<\alpha\leqslant k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$

(2) $\{\beta|k\cdot360°-150°\leqslant\alpha\leqslant k\cdot360°+150°,k\in\mathbf{Z}\}$ [点拨：可参考例 4.]

9. $\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+120°,k\in\mathbf{Z}\}$，其中介于 $-180°$ 和 $180°$ 间的角有 $-60°$、$120°$ [点拨：可参考例 2(2).]

10.

角 α 所在象限	一	二	三	四
角 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限	一、三	一、三	二、四	二、四
角 2α 所在象限(不必考虑轴线角)	一、二	三、四	一、二	三、四

11. $k\cdot360°+212.5°,k\in\mathbf{Z}$ [点拨：应从任意角的概念出发，研究时针与分针所构成的角，其中有正角、负角，共有无穷多个角.

要求这无穷多个角，根据图 4-1-4，可先求出负角中最小的角.

应为 $-\left(4+\frac{11}{12}\right)\times30°=-147.5°$.

$\therefore$ 所有负角可以表示为 $-k\cdot360°-147.5°(k\in\mathbf{N})$，在 0°～360° 内最小正角为 $360°-147.5°=212.5°$.

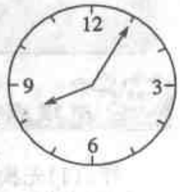


图 4-1-4

$\therefore$ 所有正角可以表示为 $k\cdot360°+212.5°(k\in\mathbf{N})$

综上，所有角可表示为 $k\cdot360°+212.5°(k\in\mathbf{Z})$.]

12. 解：$B=\{\beta|k\cdot360°-45°<\beta<k\cdot360°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$.

数形结合，在直角坐标平面内，分别寻找出集合 A 和集合 B 中的角的终边所在的区域，终边在这两个区域的公共部分内的角的集合就是 $A\cap B$，可以求得：

$A\cap B=\{\alpha|30°+k\cdot360°<\alpha<45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

课时二 弧度制(一)

在18世纪以前,人们一直用线段的长度来定义三角函数,瑞士数学家欧拉于1748年提出了新的思想,即弧度制思想,他认为如果把半径作为1的一个单位长度,那么半圆的长就是π,所对圆心角的正弦是0,即$\sin\pi=0$.同理,圆的$\frac{1}{4}$的长是$\frac{\pi}{2}$,所对圆心角的正弦是1,记作$\sin\frac{\pi}{2}=1$,这一思想将线段与弧的度量单位统一起来,简化了某些三角公式及计算,产生了新的角的度量单位——弧度制.

重点解读

教材重点

重点1 ★★★

(1)定义:把长度等于半径的弧长所对应的圆心角叫做1弧度的角.

(2)结论:圆心角的弧度数等于它所对应的弧的度数.

在线课堂

(1)弧度制与角度制都是度量角的单位制,角的大小是与半径无关的定值,因为当圆心角一定时,它所对的弧的长度与半径的比值是一定的.

(2)用弧度为单位表示角时"弧度"可以省略,但如果以度(°)为单位表示角时,度(°)就不能省去.

(3)注意$\sin 1$与$\sin 1^\circ$的区别.

[例1] (1)已知$\alpha\in(0,6\pi)$,且角α与$-\frac{2}{3}\pi$的角的终边相同,求α的值,并指出α所在的象限.

(2)若$\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$,$\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,求$\alpha+\beta$、$\alpha-\beta$的范围,并指出它所在的象限.

思维点拨

师:(1)先找出与$-\frac{2}{3}\pi$的角终边相同的角,再由$\alpha\in(0,6\pi)$确定k的值.(2)由于同向不等式只能相加,故先要求出$-\beta$的范围.

解:(1)因为α与$-\frac{2}{3}\pi$的角终边相同,所以

$\alpha=2k\pi-\frac{2}{3}\pi(k\in\mathbf{Z})$

又因$\alpha\in(0,6\pi)$,故应取$k=1,2,3$,即得到$\alpha_1=\frac{4}{3}\pi$,$\alpha_2=\frac{10}{3}\pi$,$\alpha_3=\frac{16}{3}\pi$,它们都在第三象限.

(2)依题设,有 $-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$ ①

$0<\beta<\frac{\pi}{2}$ ②

①+②即得 $-\frac{\pi}{2}<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$,$\alpha+\beta$在第一象限或第四象限,或$\alpha+\beta$的终边在$x$轴正半轴上,

由②得 $-\frac{\pi}{2}<-\beta<0$, ③

①+③即得 $-\pi<\alpha-\beta<0$,$\alpha-\beta$在第三象限或第四象限,或$\alpha-\beta$的终边在x轴的负半轴上.

练一练

1. 在半径为20cm的圆中,求下列弧长所对应的圆心角的弧度数:(1)20cm;(2)30cm;(3)40cm;(4)40πcm.

2. 已知$\alpha\in\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\pi\right)$,$k\in\mathbf{Z}$,则$\frac{\alpha}{3}$可能在哪几个象限?

重点2　弧度数公式　★★★

$|\alpha|=\frac{l}{r}$,其中 l 是以角 α 作为圆心时所对应的弧长,r 是圆的半径.

正角的弧度数是正数,负角的弧度数是负数,零角的弧度数是0;角 α 的弧度数的绝对值 $|\alpha|=\frac{l}{r}$;其变式为 $l=|\alpha|\cdot r$,及 $r=\frac{l}{|\alpha|}(|\alpha|\neq 0)$,运用这两个公式时,如果已知角为"度"应化为弧度后再计算.

[例2]　如图4-2-1,弦 AB 的长为 l,圆心角 $\angle AOB=\frac{2}{3}\pi$,半径 $OC\perp AB$,OC 与 AB 交于 D,求 CD 的长及劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的弧长.

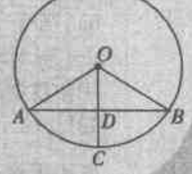


图4-2-1

思维点拨

师:由于 $\triangle OAB$ 为等腰三角形,且 $\angle AOB=\frac{2}{3}\pi$,则 $\angle OAB=\angle OBA=\frac{\pi}{6}$,先求出圆的半径 OA 及 OD,问题即解.

解:因为 $\angle OAB=\angle OBA$,$\angle AOB=\frac{2}{3}\pi$,$\angle AOB+\angle OAB+\angle OBA=\pi$,故 $\angle OAB=\frac{\pi}{6}$

$OA=\frac{AD}{\cos\frac{\pi}{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}l$,$OD=AD\cdot\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

$\therefore CD=OA-OD=\frac{\sqrt{3}}{6}$

由于 $|\alpha|=\frac{l}{r}$,故 $l=|\alpha|\cdot r$,所以 $\overset{\frown}{AB}=\frac{2}{3}\pi\cdot OA$

即劣弧 $\overset{\frown}{AB}=\frac{2}{3}\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}l=\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi l$.故劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的弧长为 $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi l$.

练一练

3.已知一扇形的中心角是 α,所在圆的半径是 R

(1)若 $\alpha=\frac{\pi}{3}$,$R=10\text{cm}$,求扇形的弧长.

(2)若 $\alpha=\frac{\pi}{4}$,弧长 $l=\frac{\pi}{3}$,求半径 R.

重点3　角度制与弧度制的互化

$360^\circ=2\pi\text{rad}$

$180^\circ=\pi\text{rad}$

$1^\circ=\frac{\pi}{180}\text{rad}\approx 0.01745\text{rad}$

$1\text{rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ\approx 57^\circ18'$

因为周角的弧度数是 2π,而在角度制下它是 360°,所以就得到了角度制与弧度制的互化.

请记住表中的特殊角的弧度数:

角度	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°
弧度	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

角度	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
弧度	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

[例3]　已知四边形的四个内角之比是1:3:5:6,分别用角度和弧度将这些内角的大小表示出来.