波动光学

董守荣 编著

华中理工大学出版社

波动光学

董守荣 编著

华中理工大学出版社

内容摘要

本书以光的电磁理论为基础，全面地论述光在各向同性和各向异性介质中的传播规律。

第一、二章是本书的预备知识，论述了描述光波的数学方法和它的理论基础；

第三章论述了单一波场在介质界面和介质-金属表面的传播行为；

第四章论述了两个和多个波场在均匀介质中传播时的相互作用；

第五章论述了光波的波阵面受到限制和改变时所产生的现象；

第六章论述了光与物质的相互作用，从经典理论讨论了光的吸收、散射和吸收现象；

第七章论述了光在各向异性介质中传播的规律和它的技术应用。

本书是光学专业本科生“物理光学”课的主要教学参考书，也可作为有关的研究生，教学工作人员和工程技术人员参考书使用。

波动光学

董守荣　编著

责任编辑　常江南

*

华中理工大学出版社出版发行

（武昌喻家山）

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷

•

开本：787×1092　1/16　　印张：20　字数：47 0000

1988年7月第1版　　1988年7月第1次印刷

印数：1—3000

ISBN　7-5609-0178-6/O·23

定价：3.40元

前　言

本书是编著者自1980年以来在为华中工学院光学系光仪和光电子学专业本科生讲授“物理光学”的讲稿基础上整理而成。

宏观电磁场理论是编写本书的基础。除第六章部分内容涉及光辐射和光与物质相互作用的过程外，其它全部内容都是讨论光波的传播规律，即讨论在各向同性均匀透明介质、各向异性均匀透明介质和吸收介质之中，以及在它们界面上光波的传播规律。基于此，将本书取名为波动光学。

本书从波场运动和互相作用的角度讨论了光波场的传播规律。因此，对某些问题的提法，本书与一般教科书和文献有所区别。例如，在讨论光的干涉问题时，没有使用双光束或多光束的概念，而使用了双（光）波场或多(光)波场的概念，并将光波场的概念，贯穿全书的始终。这样做，概念更准确，体系更完整。

随着光学技术的发展，各向异性介质制作的光学元件使用得日益广泛，为此本书适当地扩大了“晶体光学”的篇幅。

在成书过程中，曾得到“电子物理与器件”教材编审委员会“激光与红外”编审小组以及院教务处、教材科、工程光学教研室和阮玉教授、叶嘉雄、兰信钜副教授等各级领导和有关同志的热情帮助和支持。曾昭宏同志多次将成书前的“物理光学”讲义选作授课教材，并对本书提过不少有益的意见，在此一并深表谢意。由于编著者水平有限，错误之处在所难免，热忱欢迎读者指正。

编著者

1987.6.24

目录

绪论

人是凭借自己的感官逐步认识客观世界的，统计资料表明：人的感觉器官中，眼睛从周围环境摄取的信息量最多。因此光是人类认识客观世界的一种主要媒介，研究光现象的光学在自然科学领域中占有重要位置。

整部光学发展史，可看成是人类对光本性认识的历史。17世纪以前，人们通过实际观察和直接实验得到了几个光学基本定律：

光的直线传播定律；

诸光束的独立传播定律；

光的反射和折射定律。

这几个基本定律是实践经验的总结，都未涉及光的本性。直至17世纪下半叶，由于物理学基础理论已发展到相当高的水平，当时人们已经知道：不但粒子能传递能量，而且象水波那样的波动也能传递能量。既然“光”能刺激人的视觉，它必定携有能量。为了解释已经发现的光现象，人们有时求助“粒子”的形象；有时又求助“波动”的形象。因而在17世纪末期，对光本性的解释出现了两种假说：“微粒说”和“波动说”。

牛顿(I. Newton, 1642-1727)是伟大的物理学家，经典力学的奠基人。他在研究力学时形成的一些观点影响到对光本性的认识。他注意到了光传播的直线性，认为光是一股粒子流，这使他成了“微粒说”的代表人物。基于这一观点，他认为光的反射，似如弹性小球与光滑平面弹性碰撞，遵守能量守恒与动量守恒原理，故可推出：

入射角等于反射角；

入射光线、反射光线分居法线两侧；

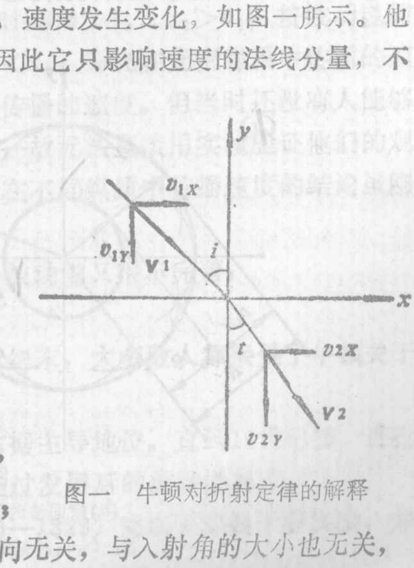
入射光线、反射光线和法线共平面。

他与笛卡儿(R. Descartes, 1596-1650)一样，用折射媒质对光微粒的吸引力来解释折射。这种力的作用，使光微粒从第一种媒质进入第二种媒质时，速度发生变化，如图一所示。他假设这种吸引力的方向沿着两种媒质分界面的法线方向，因此它只影响速度的法线分量，不影响速度的切线分量。

设：v_1，v_2分别为光在两媒质内的传播速度，则有

$$\begin{cases} v_{1x} = v_{2x} \\ v_{1x} = v_1 \sin i \\ v_{2x} = v_2 \sin t \end{cases}$$

$$\therefore \quad \frac{\sin i}{\sin t} = \frac{v_2}{v_1}$$



图一　牛顿对折射定律的解释

分析这个式子就可看到：

1．除折射角$t=\sin^{-1}\left(\frac{v_1}{v_2}\sin i\right)$外，与反射定律一样，入射线、折射线也分居法线两侧，且与法线一起三者共平面；

2．在各向同性均匀介质中，单一颜色光的速度与方向无关，与入射角的大小也无关，

因此比值$\sin i/\sin t=$常数。该常数随光的颜色改变而改变；

3．该常数在数值上等于两种媒质折射率n_2，n_1的比值

$$\frac{\sin i}{\sin t}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_2}{n_1}=n$$

显然，若$n_2>n_1$，即光从光疏媒质射入光密媒质时，有

$$n>1,\quad v_2>v_1$$

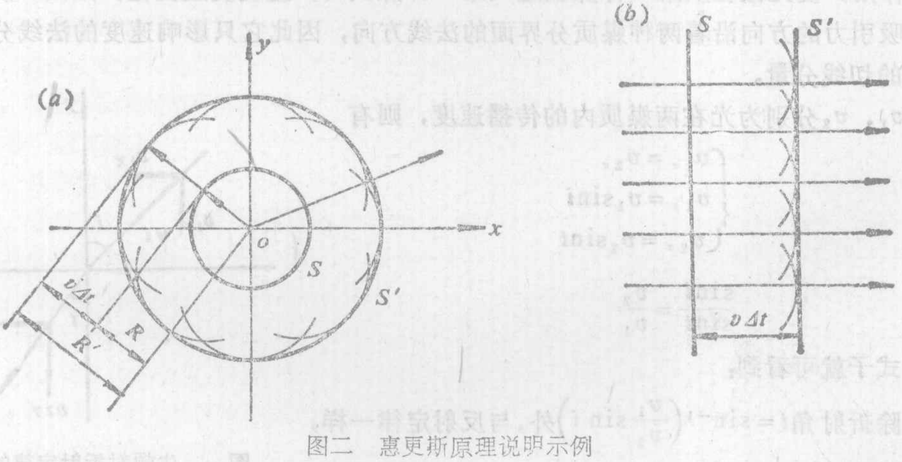
因而，光在光密媒质中传播的速度应大于在光疏媒质中传播的速度。如果我们能测量光在不同媒质中的传播速度，就可验证牛顿的"微粒说"正确与否。

在牛顿发表他的颜色理论的时候，人们还不知道光速究竟有多大，是否是瞬时的。1675年罗麦(O. Römer, 1644-1710)从木星的卫星蚀测得光速为有限值，约为3×10^{10}cm/s。光的传播速度如此巨大，使与牛顿同时代的许多人不能接受他的关于光的观点，因为很难设想，会有以这样大的速度飞行着的微粒存在。另外，"微粒说"对光偏离直线传播的衍射现象也无法解释。

与牛顿同时代的惠更斯(C. Huygens, 1629-1695)，是荷兰著名科学家，他是"波动说"的有力倡导者。惠更斯的论点概括在1678年写成、1690年出版的《论光》中，他从很多类似于声学现象的光学现象出发，认为光是一种特殊媒质——以太——弹性振动的传播。以太充满物体内部和物体之间的全部空间。因此，光的传播速度被理解为以太振动状态的传播速度，而非以太本身的移动速度。正象水波一样，水的质点在其平衡位置作缓慢的上下运动，但"水波"的传播速度却可以很大。这样，就解决了光波的速度何以如此巨大，而难于被人接受的疑难。

必须指出：惠更斯虽然提出了"光波"的概念，但用现代观点去看，还是非常原始的，与现代使用的波动概念有很大的区别。

他认为，光是以球面形状传播的，并说"我管这些球面叫波，是因为它们和投石于水时在水面上能够观察到的波相似"。他不认为光现象具有周期性，他说"……用不着假设这些波是以同样的距离一个跟着一个的"。因此他没有波长概念，也没有波长数量级大小的概念。他认为，光波遇到小孔时，无论孔有多么小，光线总是直线传播的，因为"这孔永远是足够大的，以致能够包含为数极多的小到不可思议的以太物质微粒"。因此，他没有提到



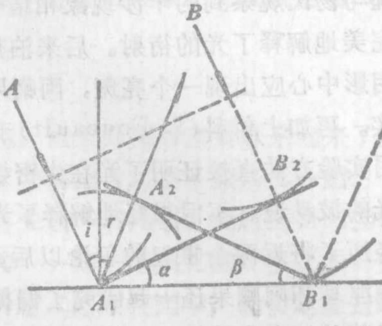
图二　惠更斯原理说明示例

(a)球面波的传播；　(b)平面波的传播；

S：$t=t_1$时刻的波前；　S′：$t=t_2=t_1+\Delta t$时刻的波前

(或者没有注意到)格里马尔迪(F.M.Grimaldi, 1618-1663)和胡克(R.Hooke,1635-1703)关于衍射方面的工作，也没有提到牛顿环，而牛顿本人正是把这一现象作为光现象的周期性来证明的。

惠更斯留给我们最有价值的东西，乃是以他名字命名、用以确定光传播方向的惠更斯原理。这一原理可表述为：光振动所到达的波前上的每一点都可以看做是次级子波的波源，这些次级子波的包迹面，就是经过时间Δt后的波前，波前的法线方向就是实际光线的传播方向。如图二所示。



图三 用惠更斯原理推反射定律

利用惠更斯原理，由图三可推出反射定律。

设：AA_1，BB_1为一束平行光，以入射角i入射到界面上，若反射角为r，问入射角与反射角有何关系。

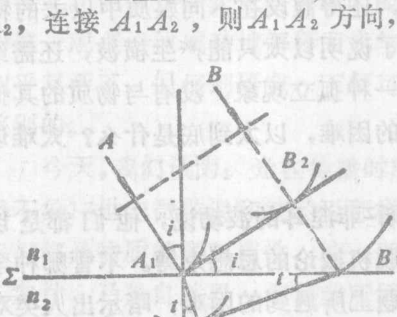
按惠更斯原理，A_1B_2为入射光波前，当A_1到达界面时，由B_2产生的子波需经时间$\Delta t=B_2B_1/v$后才能到达界面。在同一媒质中，入、反射光的光速相等，当B_2发出的子波波前到达界面时，由A_1返回的子波在同一空间也经历了$\Delta t=B_2B_1/v$时间，其波前所达的位置是以A_1为球心以$\overline{B_2B_1}$为半径的球面，过B_1作该波前的切面，并与该波前相交于A_2，连接$\overrightarrow{A_1A_2}$，则$\overrightarrow{A_1A_2}$就是反射光的传播方向。令反射角为r，不难证明$\angle\alpha=\angle\beta$，以及$\angle i=\angle r$。

同理，用图四可推出折射定律。

设：Σ为媒质n_1、n_2的界面。分析方法与上述相同，B_2比A_1落后$\Delta t=B_2B_1/v_1$到达界面。当B_2到达界面时，由A_1发出的子波已以速度v_2到达了以A_1为球心以$R=v_2\cdot\Delta t$为半径的球面。显然该球面就是经历了Δt时间后A_1的波前，过B_1作该波前的切面，若切点为A_2，连接A_1A_2，则$\overrightarrow{A_1A_2}$方向，就是折射光的传播方向。令折射角为t，由简单的几何关系，不难证明：

$$A_1B_1=v_1\cdot\Delta t/\sin i=v_2\cdot\Delta t/\sin t,$$

$$\therefore\quad \frac{\sin i}{\sin t}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}=n$$



图四 用惠更斯原理推折射定理

与牛顿的微粒说比较一下。按微粒说的观点，当光从光疏进入光密媒质时，因$n>1$，$\therefore v_2>v_1$；按波动说的观点，若$n>1$，有$v_2<v_1$，即光在光密媒质中传播的速度小于在光疏媒质中传播的速度。但当时还没有人能够测量各媒质中的光速，故无法直接用实验验证他们的观点。这两种假说对光在不同媒质中传播速度的结论虽刚好相反，但由于

1．牛顿在光学方面做了比惠更斯更多的实验工作，波动说又很不完善；

2．当时还无法实测不同媒质中的光速；

3．鉴于牛顿本人有很高的学术威望，因此，在17世纪末，大多数人都接受了牛顿关于光的“微粒说”观点。

在整个18世纪这两种观点虽有争论，但微粒说始终占据主导地位。直到19世纪初，进行了一系列关键性实验后，人们才普遍放弃微粒说，接受经过发展后的波动说观点。

1801年，英国医生、物理学家杨氏（T.Young,1773—1829）完成了双缝干涉实验，并

对薄膜的彩色进行了解释，但他的见解大部分是定性的，未得到普遍承认。

微粒说的拥护者，提出将"衍射"作为1818年巴黎科学院的悬奖征文题目，希望对这个问题的论述，能导致微粒说的胜利；但最后尽管有人反对，奖金还是授给了以波动理论为其论述基础的菲涅耳。

菲涅耳(A.J.Fresnel,1788—1827)是对光的理论研究有很大贡献的法国人。他将惠更斯原理与杨氏观察到的干涉现象相结合，提出了惠更斯-菲涅耳原理。这一原理利用波动概念，完美地解释了光的衍射。后来泊松(S.D.Poisson,1781—1840)从菲涅耳理论推算出在圆盘阴影中心应出现一个亮斑，阿喇果(D.F.Arago,1786—1853)用实验证实了这一论断果真属实。再加上付科(L.Foucault)于1850年测得光在水中的传播速度，只有空气中的3/4，从而用实验方法直接证明了光在光密媒质中的传播速度小于在光疏媒质中传播的速度。至此，光的波动说 不但很好地解释了光的反射和折射，而且还很好地解释了光的干涉和衍射。经历了将近两个世纪的争论以后，波动说终于取得了胜利。

菲涅耳和阿喇果还一起研究了偏振光的干涉，他们于1816年发现：偏振方向相互垂直的两条光线从不发生干涉，这是用光的纵波性无法解释的。杨氏从阿喇果那儿知道了这个发现，他于1817年指出：光波是横波，不是纵波。

波动说的一系列胜利，促使波动说的拥护者，要进一步完善其理论基础——以太媒质的弹性理论。由于只有在固体中才能产生弹性横波，所以不得不把弹性固体的各种特性强加于以太。横波在固体中的传播速度

$$v=\sqrt{\frac{N}{\rho}}$$

其中：N为固体的切变模量；ρ为媒质密度。由于以太不妨碍固体运动，ρ必须很小，又由于光速很大，N必须很大。为了解释不同媒质中光速不一样，还得假设在不同媒质中以太的特性也不一样；弹性固体中，横波和纵波是同时产生的，为了说明以太只能产生横波，还需给以太另加一些特殊的性质。另外，以太论把光现象看成是一种孤立现象，没有与物质的其他运动形态联系起来。所有这些都给光的弹性理论带来很大的困难，以太到底是什么？太难以捉摸了。

现在我们可以指出：无论是牛顿的微粒说，还是惠更斯-菲涅耳的波动说，他们都是以牛顿经典力学为其理论基础来论述光现象的，因而无法摆脱机械论的思想束缚。不管哪种学说取得胜利，他们的成就都是很有限的。波动说在以太问题上所遇到的困难，暗示出人类对光本性的认识还不深入，需要进一步探讨。

19世纪中叶，电磁学方面的研究取得了很大进展。1846年法拉第（M. Faraday, 1791-1867)发现光的偏振面在磁场中偏转，这是一项重大发现，它揭示出：光现象并非一种孤立现象，而与磁现象之间存在着联系。1856年科尔劳什(R.Kohlraush,1809-1858)和韦伯（W. Weber, 1804-1891）在进行纯电学量和磁学量测量时，竟发现：

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\doteq 3\times10^{10}\text{cm/s}$$

这说明光的传播速度可直接由物质的电磁场参量表示。从而导致麦克斯韦在光的电磁理论方面作出了突破性的贡献。

麦克斯韦(J.C.Maxwell,1831—1879)总结了前人在电磁学领域所取得的成就，并把这

些成就归纳为一组方程，称为麦克斯韦方程组。麦克斯韦方程组最重大的成就是它预言了电磁波的存在，并指出电磁波在真空中传播的速度

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\doteq 3\times 10^{10}\,\mathrm{cm/s}$$

这一重大论断，终于由赫兹(H. Hertz, 1857—1894)在1885—1889年所作的一系列实验证实了。麦克斯韦根据他研究的成果，于1865年宣布：光是一种电磁现象，光波就是电磁波。还推算出：

$$c/v=\sqrt{\varepsilon\mu}$$

由于$c/v=n$。故$n=\sqrt{\varepsilon\mu}$。这样，他就把物质的光、电、磁三方面的参量联系起来了。

麦克斯韦光的电磁理论，是本书的理论基础，关于它的细节将在下面陆续介绍。

麦克斯韦光的电磁理论，能很好地解释和光传播有关的一切问题。但讨论诸如光的发射和吸收、光电、光化学、光生物、原子光谱的分立结构……等一系列光的产生及光与物质相互作用的问题时，它又遇到了困难。进一步探讨这些问题，是近代光学，确切地说是近代物理学所探索的目标。

从本世纪开始，人们终于弄清楚了，用经典力学的方法来描述原子内部的规律是不合适的。从而导致普朗克(M. Planck, 1858—1947)在1900年发表了他的量子论。这又是一件开创性的工作，玻尔(N. Bohr, 1885—1962)立即将普朗克的量子论用在原子光谱上，于1913年提出了玻尔原子模型，解释了原子光谱的成因及其简单规律。

1905年爱因斯坦(A. Einstein, 1879—1955)发表了光量子论，使人明白了普朗克量子假设

$$E=h\nu$$

的含义。他认为普朗克所假设的能量子，就是实际存在的“光量子”，简称为“光子”。利用这一观点，他成功地解释了光与物质相互作用所产生的现象。从表面上看，牛顿的微粒说似乎复活了，但仔细研究一下便可得知，爱因斯坦的光量子说与牛顿的微粒说是存在着质的差别的。

今天，我们认为：光在传播时所呈现的波动性以及光与物质相互作用时所呈现的粒子性，已不象17世纪微粒说和波动说那样不可调和地抗争了，这种波粒双重性是谐和的对立统一，它们都是物质的客观属性，统一于近代的量子场论中。近代量子场论告诉我们：光所表现的二象性，乃是自然界一切现象所固有的内在矛盾的表现。

人类的认识能力是没有限度的，自1960年做成第一台红宝石激光器以来，人们对光现象的利用和研究又进入了一个新阶段。在光学领域，由强激光产生的非线性光学效应正为越来越多的人们所注意。激光光谱学，包括激光拉曼光谱学和微微秒超短脉冲及可调谐激光技术等已使传统的光谱学发生了革命性变化，成为深入研究物质微观结构、运动规律和转换机制的重要手段。现代的光学，无论在发展的速度还是在发展的规模上都是空前的，光学正在发生深刻变化，出现新飞跃，不久的将来，人们一定会把对光本性的认识提高到一个完全崭新的阶段。

第一章　波动的数学描述

波动与宏观质点运动的形态不同，描述它们的方法也不相同。宏观质点定域在空间某确定位置，某一时刻的运动状态可用三个坐标和速度分量表示；以波动为基本属性的电磁场则弥漫在整个空间，某一时刻的运动状态要用空间每一点的电场强度$E(x,y,z)$和磁感应强度$B(x,y,z)$来表示。光是电磁波，波动性是光在传播过程中的基本特性。本章提供有关波动的基本概念和对它的数学描述方法，作为全书的预备部分。

§1-1　波动方程　标量波　矢量波

称形式为

$$\nabla^2\phi=\frac{1}{v^2}\ \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

的偏微分方程为波动方程，其中

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ϕ为时间(t)和空间点(r)的标量函数；v为波动的传播速度。

称(1.1)式的解为标量波。若有某种矢量$A(r,t)$也满足(1.1)方程式，而且它的数值大小和振动方向都是时间和空间位置的函数，则称这种矢量为矢量波A。即将要讨论的电磁波E、B就是这种矢量波。矢量波的每一直角分量也满足波动方程(1.1)，将矢量波的每个直角分量分别代入(1.1)式后，又得到标量波动方程了。

本书讨论光的标量场理论，这不仅在数学上比较简便，而且也不失去它的物理内容。

以后会知道，光波是横波，它只受一个条件限制，即场矢量的振动方向垂直于波的传播方向。过传播方向上的某点作垂直于传播方向的平面，则过该点，位于平面上任意方位的振动，都满足横波的定义。我们可从振动方向是否有规可循的角度，来区分不同情况下波动的特点。如果振动方位或振动矢量端点的轨迹按一定规律随时空变化，则E就按矢量波处理，光的偏振就是由此引起的，称为偏振光。最简单的偏振光是线偏振光，即场矢量的振动方向沿着某一恒定方向，不随时间先后和空间位置而变化。从布儒斯特窗输出的激光束、穿过起偏器后的光束、穿过晶体后得到的o、e光都是线偏光。

若空间各点(r)、E随时间变化极为迅速，以致在观测时间范围内，没有一个方向占有优势，振动方向随时间和空间完全随机均匀分布，在这种情况下，再强调确定的振动方向不但不可能，也没有什么意义，自然光就属这种情况，对这种情况可按标量波$E(r,t)$处理。

§1-2　波动方程的几种特解

满足波动方程(1.1)式的解有很多，我们不从严格的数学角度对它进行全面讨论，只证

明光学中经常遇见的几种光源所产生的光场是波动方程的几种特解。

1. 平面波　谐波

在选定的直角坐标系中，若$\boldsymbol{r}(x,y,z)$为空间某考察点的位置坐标，$\boldsymbol{k}_0(k_{0x}=\cos\alpha, k_{0y}=\cos\beta, k_{0z}=\cos\gamma)$为某波动传播方向单位矢量，则可证明，凡属标量波

$$E=E(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{k}_0,t) \tag{1.2}$$

的函数形式都是(1.1)式的解，并且(1.2)式代表一个平面波。

将(1.1)式表示为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \tag{1.3}$$

令 $\xi=\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{k}_0=xk_{0x}+yk_{0y}+zk_{0z}$　(1.4)

则　(1.2)式$=E(\xi,t)$

有
$$\frac{\partial}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial x}=k_{0x}\frac{\partial}{\partial\xi};\qquad \frac{\partial^2}{\partial x^2}=k_{0x}^2\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}$$

同理
$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}=k_{0y}^2\frac{\partial^2}{\partial\xi^2},\qquad \frac{\partial^2}{\partial z^2}=k_{0z}^2\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}$$

代入(1.3)式

$$\frac{\partial^2 E}{\partial\xi^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=0 \tag{1.5}$$

或

$$\left(\frac{\partial}{\partial\xi}-\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial\xi}+\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\right)E=0 \tag{1.6}$$

引入新变量

$$\zeta=\xi-vt;\qquad \eta=\xi+vt$$

有

$$\xi=\frac{1}{2}(\zeta+\eta);\qquad t=\frac{1}{2}(\eta-\zeta)$$

及

$$\frac{\partial}{\partial\xi}=\frac{\partial}{\partial\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}+\frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}=\frac{\partial}{\partial\zeta}+\frac{\partial}{\partial\eta} \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial t}=v\left(\frac{\partial}{\partial\eta}-\frac{\partial}{\partial\zeta}\right)$$

将(1.7)式代入(1.6)式，得

$$\frac{\partial}{\partial\zeta}\frac{\partial}{\partial\eta}E=0 \tag{1.8}$$

对ζ积分(1.8)式

$$\frac{\partial}{\partial\eta}E=E_1'(\eta)$$

$E_1'(\eta)$是任意函数对η的导数，再对η积分，得到(1.5)式的通解

$$\begin{aligned}E&=c_1E_1(\eta)+c_2E_2(\zeta)\\&=c_1E_1(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{k}_0+vt)+c_2E_2(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{k}_0-vt)\end{aligned} \tag{1.9}$$

式中，c_1,c_2为两任意常数。

(1.9)形式的解，仍为任意函数形式，这种函数形式中最简单的称为简谐波，表示为

$$E=E_0\cos k(\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r}+vt)+E_0\cos k(\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r}-vt) \tag{1.10}$$

式中，k是物理意义待定的某一常数。将(1.10)式代入(1.3)式，就可证明它的确是波动方程的一种解（见习题4）。

有时，为了书写方便，常将(1.10)式中的两项合写在一起，表示为

$$E=E_0\cos k(\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r}\pm vt)$$

式中的“±”号，除表示是$\cos k(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+vt)$或是$\cos k(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-vt)$或者是它们两者之和外，别无其它意义。

由于(1.10)式是物理学中广泛使用的最简单波动形式，今后将以它为基础来讨论光波的特性，故有必要对(1.10)式的物理意义作些分析。

1)式中E_0是一实常数，称为振幅，令

$$\varphi=k(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{k}_0\pm vt) \tag{1.11}$$

称为标量波E的位相，是时空函数，单位为弧度。若令(1.11)式为某一常数，它决定某时刻t的一个空间曲面，在此曲面上，标量波有相同的位相，称此曲面为等位相面。常称某时刻到达某一位置的等位相面为该时刻的波前或波阵面。(1.10)式的等位相面是平面，相应的方程式为

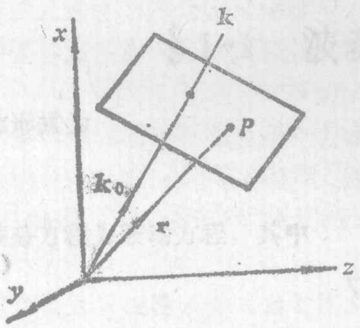


图1-1 平面波的等位相面

$$\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r}=\text{常数} \tag{1.12}$$

如图1-1所示。称由（1.2）式描写的波动为平面波，由(1.10)式描写的波动为平面谐波。高单色的激光平行光束，就可近似地看成是平面谐波。

若（1.12）中的$\boldsymbol{k}_0$一定，当令常数为不同数值时，得到一系列相互平行的等位相平面族，如图1-2所示。由于$\boldsymbol{k}_0$垂直于波阵面，有时又称$\boldsymbol{k}_0$的方向为波法线方向，波阵面永远垂直于波法线方向。

2)也可将(1.10)式表示成正弦函数形式

$$E=E_0\sin\left[\frac{\pi}{2}\pm k(\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r}\pm vt)\right]$$

它与余弦函数形式所代表的时空规律完全相同，唯一的区别仅是两者间有$\frac{\pi}{2}$的位相差。

正弦和余弦函数都是以2π为周期的周期函数，既然位相可随时空变化，因此这种谐波就有时空两套参量。

i)空间参量

令$t=$常数（某一时刻），在

$$E=E_0\cos k(\boldsymbol{k}_0\cdot\boldsymbol{r}\pm vt)$$

$$=E_0\cos k[(xk_{0x}+yk_{0y}+zk_{0z})\pm vt]$$

中，任意地令两个方向余弦，例如：$k_{0x}=k_{0y}=0$，则$k_{0z}=1$，这就是沿z轴传播的波动。若它的位相有一变化

$$\Delta\varphi=k\Delta z=\pm\Delta m2\pi \tag{1.13}$$

当Δm为整数时，（1.10）式的函数值不变，定

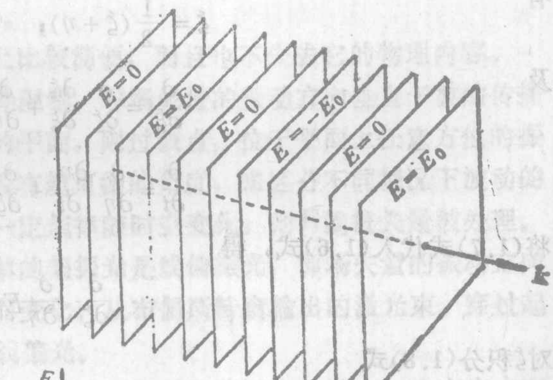


图1-2 平面谐波和它的波阵面