今年高考考什么？怎么考？

首家首次解读最新《考试说明》

人民出版社
高考命题研究机构　**联合研制**
中国八大名校

高考二轮导航

2004 版

名作
名师
名校
名社

数学

主编　储瑞年

- 透析高考能力范围
- 深度展示通性规律
- 准确审视最新动向
- 全面梳理主干考点
- 广泛链接社会实践

人民出版社

名行天下系列丛书

名行天下系列丛书

高考二轮导航

数学

主　编　储瑞年
副主编　王建民

人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考二轮导航·数学/储瑞年主编 .
-北京:人民出版社,2004.2
(高考二轮导航丛书)
ISBN 7-01-004211-X

Ⅰ.高… Ⅱ.储… Ⅲ.数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 005717 号

高考二轮导航·数学

GAOKAO ER LUN DAOHANG SHUXUE

储瑞年 主编

人民出版社 出版发行
(100706 北京朝阳门内大街 166 号)

北京新魏印刷厂 印刷 新华书店经销

2004 年 2 月第 1 版 2004 年 2 月北京第 1 次印刷
开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 印张:10
字数:326 千字 印数:1-10,000 册

ISBN 7-01-004211-X 定价:15.00 元

邮购地址 100706 北京朝阳门内大街 166 号
人民东方图书销售中心 电话 (010)65250042 65289539

《高考二轮导航》编辑委员会

主　编

王树声(北京师范大学附属中学地理特级教师)
刘振贵(北京师范大学附属实验中学化学特级教师)

副主编

陈天敏(北京师范大学附属实验中学语文特级教师)
储瑞年(北京师范大学附属实验中学数学特级教师)
张铁城(北京钢院附中英语特级教师)
郭献林(北京师范大学燕化附属中学政治特级教师)
白幼蒂(北京师范大学附属中学历史特级教师)
王　勇(中国人民大学附属中学生物特级教师)
贾保成(首都师范大学附属中学物理特级教师)

本书著作者名单

主　编　储瑞年
副主编　王建民
作　者　王志强　王建民　王连笑　王雪芹　申　铁
洪双义　郝奎刚　储瑞年　董世奎　綦　文
薛文叙

《高考二轮导航》序

2004年新春，由人民出版社和北京著名特级教师强强联手精心创编的《高考二轮导航》正式出版发行，这是人民出版社出版的第一套高考复习用书。

本套丛书作者是来自北京师范大学实验中学、北京师范大学附中、中国人民大学附中、首都师范大学附中、北京二中、北京四中、北京八中等校的著名特级教师。他们有的是知名度很高的高考试题研究专家，有的是中国教育电视台、中央电视台高考栏目的主讲教师，有的是名牌高考光盘的主讲人。

本套丛书具有以下特点：

一、权威名家执笔

本套丛书由著名高考专家亲笔完成，书中积淀了他们成功的教学辅导方略，吸纳了他们最新高考复习研究成果，创编了最新高考模拟试题，对高考二轮复习具有不可或缺的导航作用。

二、紧扣《考试说明》

本套丛书严格按照2004年国家考试中心颁布的各科《考试说明》和人民教育出版社出版的新课程教材编写，突出能力培养，理论与实际结合，前瞻性强，实战性强，可帮助考生尽早进入临战状态，从中获得启示和灵感。

三、突出学科特点

本套丛书注重各科知识间的横向联系，构建知识网络，紧密联系实际。文科综合突出开放性试题的剖析；理科综合突出实验，培养创新意识；语文突出写作的指导；数学突出数学科学思维训练；英语则在听力、口语等方面精心指导。在高考二轮复习时突出上述各点，可以帮助学生在高考中获取优异成绩。

四、精心创编全真模拟试卷

为了帮助考生提高临考状态，检验知识、能力漏洞，每科作者都精心编写了三套模拟试题，并且给出思路分析和详尽解答。这是作者研究近年高考命题的结晶，对考生考前强化训练、取得高分将有很大助益。

编　者

2004年1月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

编写说明

2004 年教育部考试中心对《普通高等学校招生全国统一考试数学科考试说明（新课程卷）》做了重要的修订，强调指出数学科考试的性质：要发挥数学作为基础学科的作用，既重视考查中学数学知识掌握程度，又注意考查进入高等学校继续学习的潜能。明确规定数学科考试要求是：按照“考查基础知识的同时，注重考查能力”的原则，确立以能力立意命题的指导思想，增加应用性和能力型的试题，加强素质的考查，融知识、能力和素质于一体，全面检测考生的数学素养。

《考试说明》的修订，积累了近几年高考数学科考试命题改革的成功经验，充实了对命题的基本原则的各项规定。

对数学知识的考查，《考试说明》明确规定：数学学科的系统性和严密性决定了数学知识之间深刻的内在联系，包括各部分知识在各自的发展过程中的纵向联系和各部分知识之间的横向联系。要善于从本质上抓住这些联系，进而通过分类、梳理、综合，构建数学试题的结构框架。对数学基础知识的考查，要求全面又突出重点，对于支撑学科知识体系的重点知识，考查时要保持较高的比例，构成数学试题的主体。注重学科的内在联系和知识的综合性，不刻意追求知识的覆盖面。从学科的整体高度和思维价值的高度考虑问题，在知识网络交汇点设计试题，使考查达到必要的深度。

对数学能力的考查，《考试说明》明确指出：数学是一门思维的科学，是培养理性思维的重要载体，通过空间想象、直觉猜想、归纳抽象、符号表达、运算推理、演绎证明和模式构建等诸方面，对客观事物中的数量关系和数学模式作出思考和判断，形成和发展理性思维，构成数学能力的主体。对能力的考查，强调“以能力立意”，就是以数学知识为载体，从问题入手，把握学科的整体意义，用统一的数学观点组织材料。对知识的考查侧重于理解和应用，尤其是综合和灵活的应用，以此来检测考生将知识迁移到不同的情境中去的能力，从而检测出考生个体理性思维的广度和深度，以及进一步学习的潜能。

对能力的考查，以思维能力为核心，全面考查各种能力，强调综合性、应用性，切合考生实际。运算能力是思维能力和运算技能的结合，它不仅包括数的运算，还包括式的运算，对考生运算能力的考查主要是算理和逻辑推理的考查，以含字母的式的运算为主。空间想象能力是对空间形式的观察、分析、抽象的能力，考查时注意与推理相结合。实践能力在考试中表现为解答应用问

题，考查的重点是客观事物的数学化，这个过程主要是依据现实的生活背景，提炼相关的数量关系，构造数学模型，将现实问题转化为数学问题，并加以解决。命题时要坚持“贴近生活，背景公平，控制难度”的原则，要把握好提出问题所涉及的数学知识和方法的深度和广度，要切合我国中学数学教学的实际，让数学应用问题的难度更加符合考生的水平，引导考生自觉地置身于现实社会的大环境中，关心自己身边的数学问题，促使学生在学习和实践中形成和发展数学应用的意识。

创新意识和创造能力是理性思维的高层次表现。在数学学习和研究过程中，知识的迁移、组合、融汇的程度越高，展示能力的区域就越宽泛，显现出的创造意识也就越强。命题时要注意试题的多样性，设计考查数学主体内容，体现数学素质的题目，反映数、形运动变化的题目，研究型、探索型或开放型的题目。让考生独立思考，自主探索，发挥主观能动性，研究问题的本质，寻求合适的解题工具，梳理解题程序，为考生展现其创新意识、发挥创造能力创设广阔的空间。

在数学高考总复习的第一轮系统、全面复习基础知识之后，第二轮复习大体上应分为重点知识强化，构建知识网络；数学专题研究，把握学科特点；模拟考试评析，制定应试策略三个阶段。《高考二轮导航·数学》的编写，正是为了帮助2004年的考生适应高考改革的要求，提高第二轮复习中这三个阶段复习的针对性和时效性。

本书分为五个部分，第一部分围绕“数学高考考什么？怎么考？”，全面释析《考试说明》提出的各项考试要求。第二部分围绕“适应高考要求，提升能力水平”，结合近几年的数学高考的改革，全面释析教育部2002年5月正式颁布的《全日制普通高中数学教学大纲》对数学能力的各项要求。第三部分围绕“强化重点内容，构建知识网络”，采用专题讨论的形式，就高中数学的重点内容以及相互之间的纵向联系和横向联系，进行全面、深入的剖析，在每一个专题后面设计一组专题训练试题，并给出答案与题解，提供读者自我进行专题检测。第四部分围绕“倡导理性思维，突出学科特点”，采用专题讨论的形式，就近几年数学高考试题中，考查频率较高的数学问题，进行全面、深入的剖析，在每一个专题后面设计一组专题训练试题，并给出答案与题解，提供读者自我进行专题检测。第五部分提供新课程卷的三套高考模拟试题，并给出答案与题解，提供读者自我进行综合检测。

本书的编写由京津两地富有指导数学高考经验的一线教师合作完成，参与撰稿的有薛文叙（北京石油大学附中数学特级教师），董世奎（北京大学附中原数学教研室主任），储瑞年（北京师范大学附属实验中学数学特级教师），王建民（北京中关村中学数学特级教师），洪双义（北京师范大学天津附中校长，数学特级教师），王雪芹（北京师范大学天津附中数学特级教师），申铁（天津

塘沽一中数学特级教师)，綦文，王志强，郝奎刚（北京师范大学天津附中)，由储瑞年和王建民负责统稿。本书的编写得到了天津著名数学特级教师王连笑的亲切指导和大力帮助，在此深表感谢。

编 者

2004 年 1 月

目　　录

第一部分　高考数学考什么？怎么考？

第二部分　适应高考要求　提升能力水平

第三部分　强化重点内容　构建知识网络

第四部分 倡导理性思维 突出学科特点

第五部分 高考数学模拟试卷

第一部分　高考数学考什么？怎么考？

数学科考试，要发挥数学作为基础学科的作用，既重视考查中学数学知识掌握程度，又注意考查进入高校继续学习的潜能.

数学科的考试，按照“考查基础知识的同时，注重考查能力”的原则，确立以能力立意命题的指导思想，增加应用性和能力型的试题，加强素质的考查，融知识、能力与素质于一体，全面检测考生的数学素养.

——摘自《2004 年普通高等学校招生全国统一考试数学科考试说明(新课程卷)》

2003 年数学高考依据《数学科考试说明》的各项要求，在遵循“有助于高校选拔人才、有助于中学实施素质教育、有助于高等学校扩大办学自主权”的原则基础上，进一步加大了改革的力度，融入了新课程新大纲的理念，试题立意更加新颖，选材不拘一格，从数学知识、思想方法、学科能力出发，多层次、多角度、多视点地考查了学生的数学素养和学习的潜能．呈现出新的特点和新的要求，考生普遍感到难以适应，影响了考试的成绩，得分率明显下降．为此，对 2003 年的数学高考试卷和试题进行必要的分析和思考，进一步明确数学高考考什么？怎么考？尤其是 2004 年使用数学高考新课程卷的省份将从 2003 年的 10 个增加到 25 个，对于新课程卷会如何体现 2002 年 5 月教育部正式颁布的《全日制普通高级中学数学教学大纲》(新大纲)的精神，考什么，怎么考的问题更需引起高度的关注，认真的研究，并以此确定复习和备考的方向和对策，提高复习和备考的针对性和实效性.

一、立足基础，突出能力

《数学科考试说明》明确规定：“数学科考试的宗旨是：测试中学数学基础知识、基本技能、基本思想和方法，考查思维能力、运算能力、空间想像能力以及运用所学数学知识和方法分析问题和解决问题的能力.”从“知识立意”向“能力立意”转变是数学高考试题改革的重点，以数学知识为载体，立足基础，突出能力，是 2003 年数学高考试题的主要特点之一，也必然是今后数学高考命题的基本原则.

【例 1】　已知函数 $f(x)=2\sin x(\sin x+\cos x)$.

(1)求函数 $f(x)$的最小正周期和最大值；

(2)在给出的直角坐标系中，画出函数 $y=f(x)$在$[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$上的图象.

此题既要将函数 $y=f(x)$的解析式通过适当的三角变换转化为 $A\sin(\omega x+\varphi)$的形式，求出函数 $f(x)$的最小正周期和最大值，又要运用取点与变换相结合的方法画出函数 $y=f(x)$的图象，从而将三角函数与三角变换的内在联系，三角函数的性质和图象的内在联系揭示得很清楚，这正是高中数学中三角函数整章的网络结构，而把握内在联系，综合与灵活地运用知识和方法解决问题就是数学能力的体现，既立足基础，又突出能力.

【例 2】　已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0\leqslant\varphi\leqslant\pi)$是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，其图象关于点 $M(\frac{3\pi}{4},0)$对称，且在区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上是单调函数，求 φ 和 ω 的值.

$\frac{7}{2}$　$\frac{2}{3}$

此题考查函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的解析式中，参数 φ 和 ω 与函数性质的数量特征与函数图象的几何特征的相互联系．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$是三角函数的重点内容，学生较为熟悉的是由参数 A，φ 和 ω 的值，判定函数的性质，绘制函数的图象.而本题呈现的是逆向思维：由函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的奇偶性与

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

单调性，以及图象的对称性确定参数 φ 和 ω 的值，这就对能力提出了较高的要求．不仅如此，解决此类问题运用的通法是待定系数法，而本题却有制约条件的个数多于未知数的个数的特点，以此隐含三角函数多值性的特点，要求考生在求解过程中注意隐蔽的参数 $k(k\in\mathbf{Z})$ 的讨论与确定，更是将知识与能力的考查融为一体．

【例 3】 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1, & x\leqslant 0,\\ x^{\frac{1}{2}}, & x>0.\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$，则 x_0 的取值范围是（ ）．

A. $(-1,1)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

这是新课程卷与现行课程卷的文、理两卷共有的一道试题，$f(x)$ 是一个分段定义的函数，既可以将 $f(x_0)>1$ 视为不等式，分段求解便可求得 x_0 的取值范围；又可以利用函数图象直接求解，以求减少计算量，提高准确率的效果．既考查了函数的基础知识和基本方法，又能区分考生的不同能力水平．

【例 4】 某城市中心广场建造一个花圃，花圃分为 6 个小部分（如图 1－1－1）．现要栽种 4 种不同颜色的花，每部分栽种一种且相邻部分不能栽种同样颜色的花，不同的栽种方法有________种．（以数字作答）

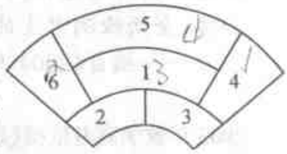

图 1－1－1

这是一道明显的计数问题，考查计数的基本方法和基本计算，计算过程不长，运算量不大，考生并未感到这是一道难题，但此题的得分率仅为 0.051．对此题考生大都判断为排列组合的应用问题，进而力图模式化地列出一个排列数或组合数的计算式解决问题，未能注意有相同元素的情景，未能合理运用计数的基本原理和基本方法（穷举法）进行分析和思考，得出 $A_4^3(3+2)$ 的正确算式，导致计算出错，暴露出的问题恰是思维能力的缺欠．

【例 5】 一个四面体的所有棱长都为 $\sqrt{2}$，四个顶点在同一球面上，则此球的表面积为（ ）．

A. 3π　　B. 4π　　C. $3\sqrt{3}\pi$　　D. 6π

这是新课程卷与现行课程卷的文、理两卷共有的一道试题，如果采用直接法，在所有棱长都为 $\sqrt{2}$ 的四面体，即侧棱与底面边长都为 $\sqrt{2}$ 的正三棱锥中，计算其外接球的半径，再计算球的表面积，则运算量大，容易算错．如果联想正方体及其外接球，不难发现，此四面体是由棱长为 1 的正方体的六个面上的对角线构成的，与正方体共外接球，因此其外接球的直径恰是正方体的对角线，长为 $\sqrt{3}$，再求其表面积就很容易了．正方体应是考生最熟悉的空间图形，有关几何量的计算都比较容易，而揭示本题中的四面体与正方体的关系，就是考查空间想像能力．此题的得分率仅为 0.2～0.4，可见差距主要是不善于在基础知识的学习中提升能力的水平．

【例 6】 已知双曲线中心在原点且一个焦点为 $F(\sqrt{7},0)$，直线 $y=x-1$ 与其相交于 M,N 两点，MN 中点横坐标为 $-\frac{2}{3}$，则此双曲线的方程是（ ）．

A. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$　　C. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{5}=1$

这是现行课程卷和新课程卷的理科试卷共有的一道试题，是解析几何中的一个常规性的题目．但是，如机械照搬常规的方法，依题意设所求双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{7-a^2}=1$，与直线 $y=x-1$ 联立，消去 y，化为关于 x 的一元二次方程，再利用根与系数的关系由 MN 中点横坐标为 $-\frac{2}{3}$ 确定待定系数 a^2 的值，最后作出判断，计算量大是不言而喻的．而借助于作图，可以判断出此双曲线的开口较大，半虚轴长明显大于半实轴长，因而正确选项应是 D. 采用这样的方法，解题速度明显加快．究其原因，正是把握了解析几何的基本思想方法——数形结合，这种结合既是定性的，更是定量的．事实上，高中平面解析几何采用坐标法，就是要用代数的方法既定性，又定量地研究直线和圆锥曲线．这是解析几何学科知识的主要内容，也是学科能力的主要内容．可见此题既立足解析几何的基础，又突出了解析几何的能力．

二、把握数学学科特点，考查数学思想方法

数学的思想方法是数学知识的精髓，是对数学的本质的认识，是数学学习的指导思想和普遍适用的方

法，提炼数学思想方法，把握数学学科特点，是学会数学地提出问题、分析问题和解决问题，把数学学习与培养能力、发展智力结合起来的关键．近几年的数学高考十分重视对数学思想方法的考查，并贯穿于整个试卷之中．

【例 7】 已知方程$(x^2-2x+m)(x^2-2x+n)=0$的四个根组成一个首项为$\frac{1}{4}$的等差数列，则$|m-n|=$(C

A.1　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{8}$

这是现行课程卷和新课程卷的理科试卷共有的一道试题，不少考生依据“四个根组成一个首项为$\frac{1}{4}$的等差数列”这一条件，按照常规的思路，设计了先求公差 d 的解题方案，加大了求解过程的运算量．事实上，方程$(x^2-2x+m)(x^2-2x+n)=0$的四个根就是方程$x^2-2x+m=0$的两个根与方程$x^2-2x+n=0$的两个根，方程$x^2-2x+m=0$的两根之和与方程$x^2-2x+n=0$的两根之和都等于2，分别是此等差数列首项末项之和与中间两项之和，便可由此确定这个等差数列，再求$|m-n|$就变得十分容易了．这一解题过程，正是函数与方程的思想方法(即用联系与变化的观点分析和处理问题的思想方法)的具体体现．

此外，现行课程卷理科的第(1)、(8)、(10)、(17)、(20)题，文科的第(2)、(4)、(10)、(18)、(21)题；新课程卷理科的第(2)、(9)、(10)、(17)、(19)题，文科的第(4)，(5)，(21)题都着重考查了函数与方程的思想方法．

【例 8】 (1)不等式$\sqrt{4x-x^2}<x$的解集是 $2<x\leq 4$ ；

(2)使$\log_2(-x)<x+1$成立的 x 的取值范围是 $-1<x<0$

这两道题分别是现行课程卷文科与理科的填空题，按照解不等式的思路求解，就需实施一系列的不等式的变换，转化为解不等式组．采用图象法，并进行定量的分析，答案可直接显示在图象上，其中函数$y=\sqrt{4x-x^2}$的图象，可由$y=\sqrt{4x-x^2}\Leftrightarrow\begin{cases}y\geqslant 0,\\(x-2)^2+y^2=4\end{cases}$得知它是半圆，其余的函数都是基本函数，其图象都应是十分熟悉的．图象法解方程与不等式，具有直观、简便的优点，是普遍使用的一种有效方法，这种方法就是数形结合的思想方法的具体体现，采用图象法求解的试题在历年数学高考试卷中都占有较大的比例．2003 年数学高考现行课程卷理科的第(5)、(10)、(21)题，文科的第(3)、(5)、(8)、(11)、(13)、(22)题；新课程卷理科的第(9)、(10)、(21)题，文科的第(2)、(6)、(11)、(21)、(22)题，都着重考查了数形结合的思想方法．

【例 9】 已知 $c>0$，设 P：函数 $y=c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减．Q：不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 $\mathbf{R}$．如果 P 和 Q 有且仅有一个正确，求 c 的取值范围．

这是现行课程卷理科的第(19)题，“P 和 Q 有且仅有一个正确”应分为 P 真 Q 假与 P 假 Q 真两种情况，这是一个典型的逻辑划分，是分类讨论的数学思想的具体体现．如果把 P 和 Q 为真命题的充要条件确定为c 的取值集合 A 和B，则符合题意的 c 的取值范围恰是数集$(A\cap\overline{B})\cup(\overline{A}\cap B)$，考查“有分有合”的分类讨论的数学思想就体现得更为突出和鲜明．

前面分析的例 3 和例 4，也都考查了分类讨论的思想方法．此外，现行课程卷理科的第(3)、(9)、(15)、(21)题，文科的第(6)、(11)、(13)、(16)、(22)题；新课程卷理科的第(3)、(15)、(22)题，文科的第(7)、(16)、(21)、(22)题，也都着重考查了分类讨论的思想方法．

【例 10】 已知圆 $C:(x-a)^2+(y-2)^2=4(a>0)$及直线 $l:x-y+3=0$．当直线 l 被C 截得的弦长为$2\sqrt{3}$时，则 $a=$(　).

A.$\sqrt{2}$　　B.$2-\sqrt{2}$　　C.$\sqrt{2}-1$　　D.$\sqrt{2}+1$

这是现行课程卷理科的第(5)题，如果按照常规的方法求解：将直线 l 与圆C 的方程联立，经消元化为 x 的一元二次方程，再利用韦达定理推求弦长的计算式，转化为关于待定系数 a 方程，最终解方程求出 a 的值，那就是典型的“小题大做”了．事实上，抓住此题是有关圆的弦长问题，由圆 C 的方程判断其圆心坐标为$C(a,2)$，半径为 2，而弦长为 $2\sqrt{3}$，即可判断弦心距为 1，此弦心距恰是圆心 C 到直线l 的距离，代入点到直线的距离公式，就能很快求出 a 的值．这一解题过程就是转化与化归的数学思想的应用，起到了简化计算的作用，设计此题的考查意图就在于此．

此外，现行课程卷理科的第(2)，(10)，(11)，(12)，(18)，(22)题，文科的第(7)，(11)，(12)，(17)，(19)题；新课程卷理科的第(10)，(11)，(12)，(18)，(19)题，文科的第(11)，(12)，(17)，(19)题，也都着重考查了转化与化归的数学思想.

三、倡导理性思维，着重考查数学的思维能力

数学的思维能力是各种数学能力的核心.教育部考试中心在2002年高考数学试题评价报告中明确提出："数学是思维科学，主要是理性思维，包括：从数和形的角度观察事物，提出有数学特点的问题(如存在性、惟一性、不变性、充要性等)；运用归纳抽象、逻辑推理、运算求解、演绎证明、空间想象、直觉猜想等思维方法思考和分析问题；采用数学语言(文字、图形、符号等)表述和交流."2003年的试题很好地实践了这一深化数学理性思维的考查的指导思想，着重考查数学的思维能力必将成为今后数学高考的主要特征之一.

【例11】 下列五个正方体图形中，l 是正方体的一条对角线，点 M、N、P 分别为其所在棱的中点，能得出 $l\perp$ 面 MNP 的图形的序号是__________.(写出所有符合要求的图形序号)

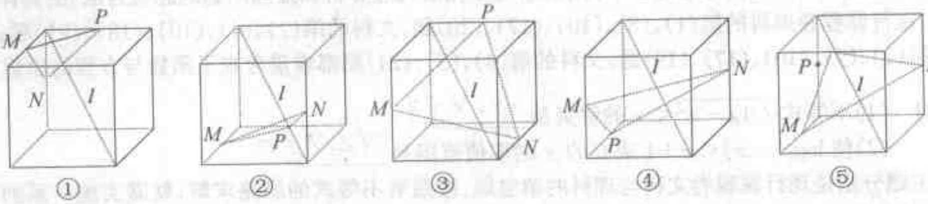

图1-3-1

这是现行课程卷和新课程卷的理科试卷的第(16)题，实际上是以填空题形式出现的多选题，要求考生缜密思考条件对结论成立的充分性，所选的符合要求的图形序号不多不少，以此体现数学思维的严谨性.由于考生对这样的考查要求尚不适应，此题的得分率都很低.无论是以填空题形式出现的多选题，还是以选择题形式出现的多选题，无论是以代数知识为载体，还是以几何知识为载体，围绕着条件对结论成立的充分性或必要性的考查，都对数学思维的严谨性有较高的要求，也是考查思维能力的有效方式，值得引起关注.

【例12】 已知长方形的四个顶点 $A(0,0)$，$B(2,0)$，$C(2,1)$，$D(0,1)$.一质点从 AB 的中点 P_0 沿与 AB 夹角为 θ 的方向射到 BC 上的点 P_1 后，依次反射到 CD，DA，AB 上的点 P_2，P_3，P_4(入射角等于反射角).设 P_4 的坐标为 $(x_4,0)$.若 $1<x_4<2$，则 $\tan\theta$ 的取值范围是(　)

A. $(\frac{1}{3},1)$　　B. $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$　　C. $(\frac{2}{5},\frac{1}{2})$　　D. $(\frac{2}{5},\frac{2}{3})$

这是现行课程卷和新课程卷的理科试卷的第(10)题，如果逐个计算点 P_1，P_2，P_3，P_4 的坐标和推导顺次连接这四个点的四条直线的方程，最终用 $k=\tan\theta$ 表示 P_4 的横坐标 x_4，再解不等式 $1<x_4<2$，求 $k=\tan\theta$ 的取值范围，则计算过程十分繁冗.采用作图的方法，考生只需画出 $\tan\theta$ 取 $\frac{1}{3}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{1}{2}$ 中一个数值时对应的图形，并估计出 $\tan\theta$ 的变动与点 P_4 的变动的趋势，就能很快得出正确的答案，但上述的作图必须是定量的、准确的，否则难以奏效.以图助算，精算与估算相结合，正是一种重要的数学能力.更为简捷的方法是画出 $k=\tan\theta=\frac{1}{2}$ 的图形，这时点 P_4 恰与 AB 的中点 P_0 重合，$x_4=1$，不满足 $1<x_4<2$；再注意到 $\frac{1}{2}$ 分别属于 $(\frac{1}{3},1)$，$(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$，$(\frac{2}{5},\frac{2}{3})$，从而判定 A，B，D 为不合题意的选项，进而选定 C.这一简捷方法正是建立在正确把握逻辑关系的严谨性的基础之上的，反映出逻辑思维能力的较高水平.高考作为一种选拔性的考试，试题的区分度是一项重要的指标，而最需要区分的就是思维能力的不同水平.

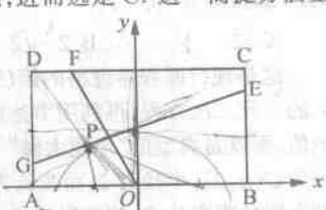

图1-3-2

【例13】 已知常数 $a>0$，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=4a$，O 为 AB 的中点，点 E，F，G 分别在 BC，CD，DA 上移动，且 $\frac{BE}{BC}=\frac{CF}{CD}=\frac{DG}{DA}$，$P$ 为 GE 与 OF 的交点.问是否存在两个定点，使 P 到这两个定点的距离的

和为定值？若存在，求出这两点的坐标及此定值；若不存在，请说明理由.

【例 14】 已知常数 $a>0$，向量 $\boldsymbol{c}=(0,a)$，$\boldsymbol{i}=(1,0)$. 经过原点 O 以 $\boldsymbol{c}+\lambda\boldsymbol{i}$ 为方向向量的直线与经过定点 $A(0,a)$ 以 $\boldsymbol{i}-\lambda\boldsymbol{c}$ 为方向向量的直线相交于点 P，其中 $\lambda\in\mathbf{R}$. 试问是否存在两个定点 E，F，使得 $|PE|+|PF|$ 为定值. 若存在，求出 E，F 的坐标；若不存在，请说明理由.

这两道题分别是现行课程卷和新课程卷的理科试卷的第(21)题，两道题目的主体是相同的，以推导动点轨迹方程为主要内容，以存在性与不变性为主要特征，区别在于情景设置和陈述方式不同，现行课程卷采用传统的解析几何的情景和方式，新课程卷则采用向量的情景和方式．这两道题的设问不仅显示存在性与不变性是典型的数学问题，又与解析几何的基本思想有机地融合在一起，对思维能力提出了更高的要求.

【例 15】 平面几何里有勾股定理："设△ABC 中，AB，AC 互相垂直，则 $AB^2+AC^2=BC^2$"，拓展到空间，类比平面几何的勾股定理，研究三棱锥的侧面面积与底面面积间的关系，可以得出的正确结论是："设三棱锥 $A-BCD$ 的三个侧面 ABC，ACD，ADB 两两垂直，则 ______"

【例 16】 设 $\{a_n\}$ 是集合 $\{2^t+2^s|0\leqslant s<t,s,t\in\mathbf{Z}\}$ 中所有的数从小到大排列成的数列，即 $a_1=3$，$a_2=5$，$a_3=6$，$a_4=9$，$a_5=10$，$a_6=12$，……. 将数列 $\{a_n\}$ 各项按照上小下大的原则写成如下的三角形数表：

$$\begin{array}{cccc} & & 3 & \\ & 5 & & 6 \\ 9 & & 10 & & 12 \\ 17 & 18 & 20 & 24 \\ 33 & 34 & 36 & 40 & 48 \end{array}$$

(1)写出这个三角形数表的第四、第五行各数；

(2)求 a_{100}. $=2^{14}+2^{9}-1$

【附加题】 设数列 $\{b_n\}$ 是集合 $\{2^t+2^s+2^r|0\leqslant r<s<t,r,s,t\in\mathbf{Z}\}$ 中所有的数从小到大排列成的数列，已知 $b_k=1160$，求 k.

这两道题分别考查了两种重要的思维方法——类比法和归纳法，这两种思维方法的功能在于发现，类比法通过对两个(或两类)不同的对象进行比较，找出它们的相同点和相似点，以此为根据，把其中某一对象的有关知识或结论推移到另一对象中，发现新的知识或结论．归纳法是由特殊到一般，进而发现规律或结论．数学思维中，发现结论和证明结论，是两个相互连接、相互区别的思维过程，同等重要．但多数考生对数学的发现重视不够，缺少训练，面对这样的试题感到不适应，能力差距十分明显．新大纲明确提出了培养数学探究能力的要求，在思维能力中也包括了直觉猜想，意味着今后的数学高考试题仍将把数学的发现作为考查思维能力的重要内容.

四、设置实际情景，考查数学应用能力

新大纲明确提出要把培养数学建模能力和数学实践能力作为高中数学教学目的之一，《数学科考试说明》也明确提出"综合应用所学数学知识、思想和方法解决问题，包括解决在相关学科、生产、生活中的数学问题"的考查要求，加大应用性试题的考查力度，也已成为数学高考试卷的重要特征之一. 2003 年现行课程卷的文、理试卷各有两道应用性试题，新课程卷的文、理试卷各有三道应用性试题，占有相当的比例.

【例 17】 在某海滨城市附近海面有一台风，据监测，当前台风中心位于城市 O(如图 1-4-1)的东偏南 $\theta(\theta=\arccos\frac{\sqrt{2}}{10})$方向 300km 的海面 P 处，并以 20km/h 的速度向西偏北 45°方向移动．台风侵袭的范围为圆形区域，当前半径为 60km，并以 10km/h 的速度不断增大，问几小时后该城市开始受到台风的侵袭?

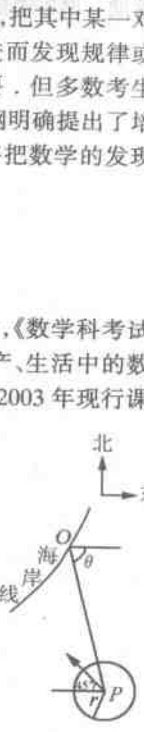

图 1-4-1

这是现行课程卷的文、理试卷共有的试题，此题突破了近几年数学高考的应用性试题多以函数或数列作为知识工具的模式，设置常见的自然现象——台风的情景，以图形为背景，要求考生综合应用三角函数、不等式、解析几何等数学知识和方法，建立数学模型．题目内容新颖，贴近生活，用以检测考生理解新事物、把握新信息，进行数学抽象和数学建模

的意识和能力.

【例 18】 A,B 两队进行乒乓球对抗赛,每队三名队员,A 队队员是 A_1,A_2,A_3,B 队队员是 B_1,B_2,B_3. 按以往多次比赛的统计,对阵队员之间胜负概率如下:

对阵队员	A 队队员胜的概率	A 队队员负的概率
A_1 对 B_1	2/3	1/3
A_2 对 B_2	2/5	3/5
A_3 对 B_3	2/5	3/5

现按表中对阵方式出场,每场胜队得 1 分,负队得零分 . 设 A、B 两队最后所得总分分别为 ξ,η,求:

(1)ξ,η 的概率分布; (2)$E\xi$,$E\eta$.

这是新课程卷理科试卷的一道应用性试题,情景设置为两支乒乓球队比赛中表示胜负的两个离散型随机变量,考查离散型随机变量的概率分布和数学期望的基本思想、基本方法和基本应用,由于高中增设的概率与统计的教学内容只是这一学科中最基本的知识和方法,此题设计定位于中档题,对数学建模的要求适当,难度和运算量都有所控制.

2004 年的数学高考将会继续贯彻"能力立意"的基本方针,通过对近几年数学高考试卷与试题的分析和研究,领会能力立意的具体要求,对克服单纯记忆,机械照搬等不良的学习习惯,提高复习和备考的针对性和实效性具有十分重要的意义 . 为此,本书的第二部分将结合近几年数学高考试卷和试题深入分析,全面诠释新大纲对各种数学能力的具体要求,以帮助考生进一步明确数学高考考什么? 怎么考?

总结历届考生的经验和教训,在第一轮全面系统复习高中数学基础知识,进行基本技能训练的前提下,在第二轮复习中,强化重点知识,揭示内在联系,构建知识网络,提炼思想方法;以专题讨论的方式,对体现高中数学的学科特点的问题做进一步的探索和研究;在此基础上,通过一定数量的模拟考试和评析,制定应试的方针和策略等,都应成为考生备考的必经之路 . 为此,本书在第三、四、五部分,将逐项对考生进行指导和帮助 . 愿本书能为 2004 年的考生提高数学高考的成绩助一臂之力.

第二部分　适应高考要求　提升能力水平

在教学过程中注重培养学生数学地提出问题、分析问题和解决问题的能力，发展学生的创新意识和应用意识，提高学生数学探究能力、数学建模能力和数学交流能力，进一步发展学生的数学实践能力.

努力培养学生数学思维能力，包括：空间想象、直觉猜想、归纳抽象、符号表示、运算求解、演绎证明、体系构建等诸多方面，能够对客观事物中的数量关系和数学模式作出思考和判断.

——摘自2002年5月教育部制定的《全日制普通高级中学数学教学大纲》

一、数学地提出问题、分析问题和解决问题的能力及数学交流能力

在数学教学过程中注重培养学生数学地提出问题、分析问题和解决问题的能力是数学教学的重要目标之一，这是各种数学能力培养的最终归宿，理所当然的也就是高考考查的重点．在第二阶段复习中，如何重点提高“提出问题、分析问题和解决问题的能力”，成为复习中的主要矛盾.

数学交流能力内涵广泛．就高考而言，这个能力主要反映在读题、审题、书面表述等方面，核心是“汉语言文字的叙述方式”、“符号语言的叙述方式”、“图形语言的叙述方式”在思维活动中的统一.

提高上述能力的基础是对数学的各个知识点及其网络结构的理性认识，主观的思维方式和思维过程与客观对象的规律性的和谐统一，对数学思想方法的领悟程度及其对思维活动的指导作用的程度.

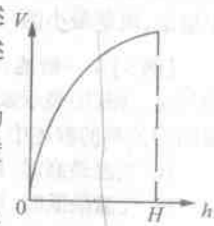

图 2－1－1

【例1】 向高为 H 的水瓶中注水，注满为止，如果注水量 V 与水深 h 的函数关系如图 2－1－1 所示，那么水瓶的形状是（　）.（1998年全国卷试题）

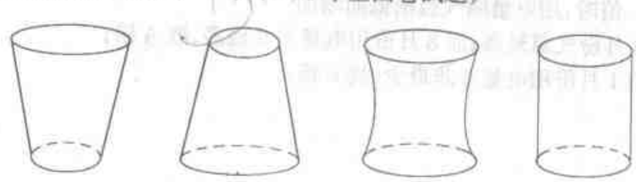

图 2－1－2

【解法一】 由函数图象知，$f(\frac{H}{2})>\frac{V}{2}$．即，水深为水瓶高度一半时，实际注水量大于水瓶总水量的一半.

满足这个性质的，只有 B.

【解法二】 若把 $[0,H]$ 等分为若干个相等的“片断”，由图象知，注水过程越靠后，每个片断内的流水量在不断减少.

满足这个性质的，只有 B.

试读结束：需要全本请在线购买：　www.ertongbook.com