

高等学校教材

电磁场与电磁波

第二版

谢处方 饶克谨 编



高等教育出版社

高等学校教材

电磁场与电磁波

(第二版)

谢处方 饶克谨 编

高等教育出版社

本书系本社1979年11月出版的《电磁场与电磁波》的修订本，内容基本上按教育部电工教材编审委员会1980年审订的高等工业学校四年制无线电技术类专业试用的《电磁场与电磁波》教学大纲(草案)编写，经电工课程教学指导委员会电磁场理论课程教学指导小组审查，同意作为高等学校教材出版。

本书是在第一版使用五年后，在广泛吸收使用者的意见的基础上经过修改后写成。本书在精选内容方面较第一版有了改进，且内容有所加深。

本书可供高等工业学校无线电技术类专业使用，也可供无线电工程技术人员参考。

(京) 112号

高等学校教材

电磁场与电磁波

(第二版)

谢处方 饶克谨 编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京顺义县印刷厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印张14.375 字数347 000

1979年11月第1版 1987年7月第2版 1993年4月第7次印刷

印数 36 424—42'931

ISBN 7-04-000240-X/TM·17

定 价：5.35 元

第二版序言

本书第一版于1979年出版,供工科院校无线电技术专业作为试用教材,迄今已五年。在各高等院校的教学中,教师和学生提出不少使用经验和意见;同时,编者也感到在第一版中有一些章节不能适应迅速发展的高校教学的需要。因此,在广泛吸收意见的基础上进行了第二版的编写。

在编写中我们力求使内容结合教学需要,特别是适应近年来学生的数学和物理基础有所提高的状况;尽量使理论体系更为完整和合理;并尽量注意同前后课程的衔接,注意加强对解题能力的训练。

与第一版相比,本书较大的改进有下列诸方面:(1)增加了矢量分析作为第一章,以便集中学习场的分析方法,和更好地建立场的概念;(2)删去了同普通物理学重复过多的地方,以及删去了极化和磁化的微观机理的分析,这样,使电磁场部分篇幅有所减少,而内容有所深化;(3)加强了电磁波部分,加深了概念,增加了一些深入的内容和结合工程的内容;(4)部分内容经过改写,在讲述方法上吸取了使用者的经验和意见以及一些国内外教材的优点;(5)精选并增添了例题和习题,习题并附有答案。

本书共分十一章,即矢量分析、静电场、恒定电场、恒定磁场、静态场的解、时变电磁场、平面电磁波、波导和谐振腔、辐射与绕射、带电粒子与场的相互作用、狭义相对论。每章附有小结和习题;书末有附录。正文中用小体字排印的是较深入的内容或补充说明。有*号的习题是较深的习题。本书的一些章节在教学中可以根据各自的需要决定取舍。

本书前六章由饶克谨执笔,后五章由谢处方执笔。

本书承黄席椿教授审阅,提出不少宝贵意见。在第一版使用过程中各高等院校的教师也提出许多宝贵的意见和建议,对本书

的编写起了促进作用。编者对此表示衷心的感谢。

编者衷心希望广大的读者对本书中的缺点和不足之处提出批评和指正。

谢处方 饶克谨

1985年9月于成都电讯工程学院

目 录

第一章 矢量分析	(1)
1.1 标量场和矢量场.....	(1)
1.2 矢量的通量 散度.....	(2)
1.3 矢量的环流 旋度.....	(7)
1.4 标量场的梯度.....	(13)
1.5 亥姆霍兹定理.....	(18)
1.6 圆柱坐标.....	(20)
1.7 球坐标.....	(24)
小结.....	(27)
习题.....	(29)
第二章 静电场	(32)
2.1 电场强度 库仑定律.....	(32)
2.2 静电场的基本方程.....	(38)
2.3 泊松方程 拉普拉斯方程.....	(46)
*2.4 点电荷的 δ 函数表示 格林函数.....	(48)
2.5 格林定理 *泊松方程的积分公式.....	(50)
2.6 唯一性定理.....	(53)
2.7 电偶极子.....	(55)
2.8 介质中的高斯定律 电位移.....	(59)
2.9 介质分界面上的边界条件.....	(65)
2.10 导体系统的电容.....	(69)
2.11 静电场能量 静电力.....	(72)
小结.....	(78)
习题.....	(80)
第三章 恒定电场	(86)
3.1 电流密度.....	(86)
3.2 恒定电场的基本方程.....	(88)
3.3 导电媒质中的传导电流.....	(90)

3.4	导体中的恒定电场与静电场的比拟	(97)
	小结	(99)
	习题	(100)
第四章	恒定磁场	(102)
4.1	安培力定律 磁感应	(102)
4.2	恒定磁场的基本方程	(109)
4.3	矢量磁位	(115)
4.4	磁偶极子	(122)
4.5	磁介质中的安培定律	(125)
4.6	磁介质分界面上的边界条件	(131)
4.7	标量磁位	(134)
4.8	电感	(136)
4.9	磁场能量	(141)
4.10	磁场力	(143)
	小结	(147)
	习题	(149)
第五章	静态场的解	(154)
5.1	直角坐标中的分离变量法	(154)
5.2	圆柱坐标中的分离变量法	(162)
5.3	球坐标中的分离变量法	(167)
5.4	镜象法	(173)
5.5	复变函数法	(183)
*5.6	许瓦兹-克利斯多非变换	(194)
*5.7	有限差分法	(199)
	小结	(203)
	习题	(205)
第六章	时变电磁场	(211)
6.1	法拉第电磁感应定律	(211)
6.2	位移电流	(218)
6.3	麦克斯韦方程	(221)
6.4	不同介质分界面上的边界条件	(224)
6.5	正弦电磁场的复数表示法	(228)

6.6	复电容率 复磁导率	(231)
6.7	坡印廷定理	(234)
6.8	波动方程	(239)
6.9	标量位和矢量位	(241)
	小结	(244)
	习题	(246)
第七章	平面波	(251)
7.1	完纯介质中的均匀平面波	(251)
7.2	波的极化	(256)
7.3	损耗媒质中的平面波	(259)
7.4	各向异性媒质中的电磁波	(264)
7.5	平面上垂直入射波	(275)
7.6	平面上斜入射波	(283)
7.7	相速与群速	(293)
	小结	(295)
	习题	(296)
第八章	波导与谐振腔	(299)
8.1	TEM 波	(299)
8.2	矩形波导	(306)
8.3	TE ₁₀ 波	(316)
8.4	部分波的概念	(319)
8.5	圆柱形波导	(323)
8.6	波导中的能量传输与损耗	(331)
8.7	谐振腔	(337)
	小结	(345)
	习题	(346)
第九章	辐射	(348)
9.1	滞后位	(348)
9.2	偶极子天线	(353)
9.3	电与磁的对偶性	(360)
9.4	磁偶极子与开槽天线	(363)
9.5	天线阵	(367)

9.6	几何光学法	(372)
9.7	克希荷夫公式	(374)
9.8	口径天线	(376)
9.9	互易定理	(382)
	小结	(386)
	习题	(387)
第十章	带电粒子与场的相互作用	(389)
10.1	带电粒子在静电场中的运动	(389)
10.2	带电粒子在恒定磁场中的运动	(393)
10.3	带电粒子在静电场和恒定磁场中的运动	(396)
10.4	空间电荷效应	(399)
10.5	空间电荷波	(403)
	小结	(408)
	习题	(409)
第十一章	狭义相对论	(411)
11.1	简要回顾	(411)
11.2	洛伦兹变换	(412)
11.3	四维矢量	(416)
11.4	电磁场的变换	(420)
	小结	(424)
	习题	(425)
附录		(427)
1.	亥姆霍兹定理	(427)
2.	重要的矢量公式	(432)
3.	量和单位	(434)
4.	贝塞耳函数	(436)
习题答案		(441)

第一章 矢量分析

在我们开始讨论具体的电磁场以前，我们先介绍分析场问题的工具：矢量分析和最常用的坐标系，并引入亥姆霍兹定理，它是所有矢量场共同性质的总结。

1.1 标量场和矢量场

我们考虑一个区域，其中物理系统的状态可以用一个空间直角坐标 x, y, z 和时间 t 的函数 $f(x, y, z, t)$ 来描绘， f 是点的函数；即每一时刻在区域中每一点它有一个定值，因而代表一个场量。例如：物体的温度分布是一个场量；流体中的压力分布也是一个场量。所以，场的一个重要属性是它占有一个空间，它把物理状态作为空间和时间的函数来描绘，而且，在一个区域中，除开有限个点或某些表面以外， f 是处处连续的。如果物理状态与时间无关，则 f 代表的是静态场。反之， f 是时间的函数时，则场是动态（时变）场。

当我们研究的是温度、压力、密度等在指定的时刻空间每一点可以用一个数（标量）唯一地描绘时，则这些标量函数定出标量场。但是，有许多物理系统其状态不仅需要定出大小，而且需要定出方向。例如：在一个流体中的流速分布。在此情形，系统的状态用一个矢量的点的函数 $F(x, y, z, t)$ 来描绘，即它是一个矢量场。我们用黑体字母表示矢量；也常用 $\alpha_F F$ 来代替 F ，其中 F 是矢量 F 的模， α_F 是 F 方向的单位矢量，它的模是 1。矢量场是描绘一个区域中的物理性质的矢量的无穷集合，在一般情形下，它们的大小和方向是逐点变化的（在时变场情形，还是随时间变化的），每一点

可以用一个箭矢来表示。通常我们用一些曲线来形象地表示矢量在空间的分布,称为流线或力线。

一个矢量可以用它沿坐标轴的三个分量来表示,例如:

$$\mathbf{F} = a_x F_x + a_y F_y + a_z F_z \quad (1.1)$$

同样地,一个矢量场可以分解为三个分量场,例如:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(x, y, z) &= a_x F_x(x, y, z) + a_y F_y(x, y, z) \\ &+ a_z F_z(x, y, z) \end{aligned} \quad (1.2)$$

其中 $F_x(x, y, z)$ 、 $F_y(x, y, z)$ 和 $F_z(x, y, z)$ 都是标量,但它们都是空间坐标的函数。所以,一个矢量场对应着三个标量场。

1.2 矢量的通量 散度

在描绘矢量场的性质时,矢量穿过一个曲面的通量是一个很重要的概念。

我们先介绍面元矢量。一个面元(图 1.1)除了它的大小以外,它在空间还有一定的取向,我们用一个矢量表示面元,取一个与面元相垂直的单位矢量 \mathbf{n} ,则面元矢量为

$$d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS \quad (1.3)$$

\mathbf{n} 的取法有两种情形:一是 dS 是开表面的一个面元,这个开表面是一个闭合曲线 C 所围成的,如图 1.2 所示,则一般当我们选择一个绕行 C 的方向后,沿绕行方向卷曲右手四个指头,则大拇指方向为 \mathbf{n} 的方向(右螺旋关系);另一情形是 dS 是闭合面的一个面元,则一般 \mathbf{n} 是闭合面的外法线方向。

在直角坐标中 $d\mathbf{S}$ 可以写成

$$d\mathbf{S} = a_x dS_x + a_y dS_y + a_z dS_z \quad (1.4)$$

其中 $dS_x = a_x \cdot d\mathbf{S}$ 是 $d\mathbf{S}$ 在 yz 面上的投影; $dS_y = a_y \cdot d\mathbf{S}$ 是 $d\mathbf{S}$ 在 xz 面上的投影; $dS_z = a_z \cdot d\mathbf{S}$ 是 $d\mathbf{S}$ 在 xy 面上的投影。

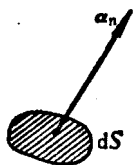


图 1.1 面元矢量

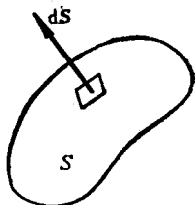


图 1.2 开表面

在矢量场 \mathbf{A} 中, 取一个面元 $d\mathbf{S}$ 。因为 $d\mathbf{S}$ 很小, 其各点上的 A 值可视为相同的。取 \mathbf{A} 和 $d\mathbf{S}$ 的标量积

$$\mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = A \cos \theta dS \quad (1.5)$$

其中 θ 是 \mathbf{A} 与 $d\mathbf{S}$ 的夹角, 称为 \mathbf{A} 穿过 $d\mathbf{S}$ 的通量。例如在流体中, 流体的速度 \mathbf{v} 是一个矢量场, $\mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}$ 则是每秒穿过 $d\mathbf{S}$ 的流量。通量是一个标量。

将曲面 S 的各面元上的 $\mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$ 相加, 它表示 \mathbf{A} 穿过曲面 S 的通量, 也称为 \mathbf{A} 对 S 的面积分

$$\int_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S A \cos \theta dS \quad (1.6)$$

在直角坐标中, (1.6) 式为

$$\begin{aligned} & \int_S (\mathbf{a}_x A_x + \mathbf{a}_y A_y + \mathbf{a}_z A_z) \cdot (\mathbf{a}_x dS_x + \mathbf{a}_y dS_y + \mathbf{a}_z dS_z) \\ &= \int_S (A_x dS_x + A_y dS_y + A_z dS_z) \end{aligned} \quad (1.7)$$

如果 S 是一个闭合面, 则我们用

$$\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S A \cos \theta dS \quad (1.8)$$

表示 \mathbf{A} 穿过闭合面的通量。我们仍以流体为例, 说明它的意义。如果穿过闭合面的 \mathbf{v} 的通量不等于零, 则表示闭合面包围的体积

内有净的流量流出或流入。 $\oint_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} > 0$ 表示每秒有净流量流出,

这说明体积内必定存在着流体的源； $\oint_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} < 0$ 表示每秒有净流量流入，说明体积内必定存在着流体的“沟”（负的源）。显然，前一情形体积内也可能存在沟，但是从源流出的流量总是大于从沟流走的流量的，即源大于沟；后一情形则反过来，体积内总是沟大于源。如果 $\oint_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} = 0$ ，则流入体积内和从体积内流出的流量是相等的，体积内源和沟的总和为零。

上述的闭面通量是一个积分量，它并不说明体积内每点的性质。为了研究一个点附近的 \mathbf{A} 的通量的特性，我们把闭面缩小，使包含这个点在内的体积 $\Delta\tau \rightarrow 0$ ，取如下的极限

$$\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}}{\Delta\tau}$$

称为 \mathbf{A} 在该点的散度 (divergence)，记为 $\text{div } \mathbf{A}$ ，

$$\text{div } \mathbf{A} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}}{\Delta\tau} \quad (1.9)$$

从散度的定义可知，它表示从该点单位体积内散发出来的 \mathbf{A} 的通量。它显然与 \mathbf{A} 沿空间坐标的变化有关。现在我们来推导在直角坐标中的这个关系。

从散度的定义知道， $\text{div } \mathbf{A}$ 与所取的体积形状无关，只要在取极限时，所有的尺寸都趋于零即可。因此，在图 1.3 的直角坐标系中，我们以所研究的点 (x, y, z) 为顶点作一个平行六面体，其三个边分别为 Δx 、 Δy 和 Δz ，分别计算三对表面穿出的 \mathbf{A} 的通量。从左、右一对表面穿出的净通量等于

$$-A_x \Delta z \Delta x + \left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial y} \Delta y \right) \Delta z \Delta x$$

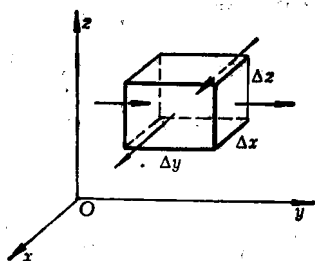


图 1.3 在直角坐标系中计算 $\text{div} \mathbf{A}$

$$= \frac{\partial A_y}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z$$

从上、下一对表面穿出的净通量等于

$$\begin{aligned} & -A_z \Delta x \Delta y + \left(A_z + \frac{\partial A_z}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y \\ &= \frac{\partial A_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned}$$

从前、后一对表面穿出的净通量等于

$$-A_x \Delta y \Delta z + \left(A_x + \frac{\partial A_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z$$

故从平行六面体穿出的净通量等于

$$\begin{aligned} \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} &= \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \\ &= \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \Delta \tau \end{aligned}$$

令 $\Delta \tau \rightarrow 0$, 则

$$\lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}}{\Delta \tau} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

得到 \mathbf{A} 的散度为

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (1.10)$$

我们定义一个算符 ∇ ,称为哈密顿算符(读作“del”或“纳布拉”)

$$\nabla = a_x \frac{\partial}{\partial x} + a_y \frac{\partial}{\partial y} + a_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.11)$$

则(1.10)式可以写成

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{A} &= \left(a_x \frac{\partial}{\partial x} + a_y \frac{\partial}{\partial y} + a_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (a_x A_x + a_y A_y + a_z A_z) \\ &= \nabla \cdot \mathbf{A} \end{aligned} \quad (1.12)$$

在其他坐标系内, \mathbf{A} 的散度也用 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ 表示。圆柱坐标和球坐标中的 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ 的表达式参看§1.6和§1.7。

例 1.1 位置矢量 \mathbf{r} 是一个矢量场。计算穿过一个球心在原点、半径为 a 的球面的 \mathbf{r} 的通量;计算 $\nabla \cdot \mathbf{r}$ 。

解 因为在 $r=a$ 的球面上, \mathbf{r} 的大小处处相同,且处处与球面元垂直,所以,

$$\oint_S \mathbf{r} \cdot d\mathbf{S} = a 4\pi a^2 = 4\pi a^3$$

在直角坐标中计算 $\nabla \cdot \mathbf{r}$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{r} &= \left(a_x \frac{\partial}{\partial x} + a_y \frac{\partial}{\partial y} + a_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (a_x x + a_y y + a_z z) \\ &= \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = 3 \end{aligned} \quad (1.13)$$

在矢量分析中的一个重要的定理是

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} d\tau = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.14)$$

称为散度定理(高斯定理)。现在我们来证明这个定理。将闭曲面 S 包围的体积 τ 分成许多体积元 $d\tau_1, d\tau_2, \dots$,计算从每个体积元的小闭合表面穿出的 \mathbf{A} 的通量,然后叠加。因为相邻两体积元有一个公共表面,这个公共表面上的通量对这两个体积元来说恰是

等值异号的, 求和时就互相抵消了。除开邻近 S 面的那些体积元外, 所有的体积元都是由几个和相邻体积元间的公共表面包围, 这些体积元的通量的总和为零。而邻近 S 的那些体积元, 它们有部分表面是 S 的面元, 这部分表面的通量没有抵消, 其总和恰是从闭合面 S 穿出的通量。因此, 我们有

$$\oint_{S_1} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{S_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} + \dots = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

而由(1.9)式

$$\oint_{S_1} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \nabla \cdot \mathbf{A} d\tau_1$$

$$\oint_{S_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \nabla \cdot \mathbf{A} d\tau_2$$

.....

$$\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \nabla \cdot \mathbf{A} d\tau_1 + \nabla \cdot \mathbf{A} d\tau_2 + \dots = \int_V \nabla \cdot \mathbf{A} d\tau$$

右边的总和可以表示为一个体积分, 即 $\int_V \nabla \cdot \mathbf{A} d\tau$, 故得到(1.14)式。

1.3 矢量的环流 旋度

在矢量 \mathbf{A} 的场中, 从一点开始沿着某一指定的曲线 C 到另一点。路径上的每一线元是一个矢量, 我们用 $d\mathbf{l}$ 表示线元矢量。取路径上的 \mathbf{A} 和 $d\mathbf{l}$ 的标量积 $\mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = A \cos \theta dl$, 其中 θ 是 \mathbf{A} 和 $d\mathbf{l}$ 的夹角, 然后把所有的这些乘积叠加, 称为 \mathbf{A} 沿曲线 C 的线积分

$$\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_C A \cos \theta dl \quad (1.15)$$

一个质点在力场中沿着一条曲线运动时, 所作的功为

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_C F \cos \theta dl$$

这是我们熟知的线积分的例子。(1.14)式在直角坐标中写成

$$\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_C (\mathbf{a}_x A_x + \mathbf{a}_y A_y + \mathbf{a}_z A_z) \cdot (\mathbf{a}_x dx + \mathbf{a}_y dy + \mathbf{a}_z dz) \\ = \int (A_x dx + A_y dy + A_z dz) \quad (1.16)$$

当路径的起点和终点重合,即 C 是一闭合路径时,线积分变为

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \oint_C A \cos \theta dl$$

称为 A 的环流。矢量的环流与矢量穿过闭合面的通量一样是描绘矢量场的性质的重要的量。例如,流体的速度 \mathbf{v} 可能有两种情形:

一是环流 $\oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = 0$,这是无漩涡的流动的情形;一是 $\oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$,

则是流体沿闭合回路作漩涡状流动的情形。

从分析场的要求来看,我们需要知道每个点附近的环流的情况。为此,我们把闭合路径收小,使它包围的面积 ΔS 趋近于零,取极限

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}}{\Delta S}$$

此极限具有环流密度的意义。因为面元是有方向的(面元矢量与回路 C 存在右螺旋关系),不难看出上述的极限与 C 所围成的面元的方向有关。例如在流体情形中,某点附近的流体沿着一个面上呈漩涡状流动时,如果 C 围成的面元与漩涡面方向重合,则上述的极限有最大值;如取的面元和漩涡面之间有一夹角,得到的极限值总是小于最大值;而当面元和漩涡面相垂直时,极限值等于零。这些结果表明,此极限乃是某一矢量在面元上的投影。当面元矢量与此矢量方向相合时,极限值为最大值,也就是该矢量的模。这个矢量称为 A 的旋度(curl),记为 $\text{rot}A$ 或 $\text{curl}A$ 。因此,我们有