代数

第二分册

代 数

第二分册

(初 稿)

天津市广播函授大学
預科数学教研組編

高等教育出版社

代　数

第二分册

（初稿）

天津市广播函授大学預科数学教研組編
高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺 7 号
（北京市書刊出版業營業許可証出字第 054 号）
京华印書局印刷　新华書店發行

統一書号 13010·579　開本 850×1168 1/32　印張 18/16
字數 38,000　印數 8,501—18,500　定價（6）¥0.16
1959 年 2 月第 1 版　1959 年 4 月北京第 2 次印刷

目　录

第三章　整式

这一章里講的是整式运算，其主要內容包括整式的意义及种类，單項式和多項式的加减乘除法。它是在学完代数式和有理数运算的基础上进行的。整式的加减乘除是代数里不可缺少的基础知識。它将作为我們今后解决实际問題时的基本运算方法。

1）有理代数式　若一个代数式中只含有加、减、乘（包括乘方）、除四种运算，这个代数式叫有理代数式，簡称有理式。很明显，凡是有理式都是代数式，但是反过来說就不一定正确了。

有理式的种类

（1）有理整式：不含字母的式子做除数的有理式，叫做有理整式，簡称整式。換句話說就是在有理式中，其中除数里不含有字母。

例如：$-3a^2b$，$(a+b)c$，$3x$，$-\frac{5}{2}ab$，$\frac{x+3}{4}$，$7x^2-\frac{3}{4}x+2$.

（2）有理分式：含有字母的式子做除数的有理式，叫做有理分式，簡称分式。換句話說就是在有理式中，用含有字母的式子做除数的。

例如：$\frac{1}{x}$，$\frac{x-2}{2x+5}$，$\frac{a}{b}-y^2$。

分式和整式的区别在于分母是否含有字母。

2）單項式和多項式　沒有加法和减法运算的整式，叫做單項式。換句話說，如果一个整式是仅利用乘法（包括乘方）运算而作成的。

例如：$-3a^2b$，$3x$，$-\frac{5}{2}ab$。

單項式的系数可以是正数，也可以是負数，例如 $3x$ 的系数是 3，$-\frac{5}{2}ab$ 的系数是 $-\frac{5}{2}$。若干个單項式的代数和叫做多項式。

例如：$4a+5b$，$3a^2-4b+c$，$\frac{3}{2}x-\frac{1}{5}$ 都是多項式。我們平常所說的整式，一般就是指多項式而言，單項式在多項式中，又叫做多項式的項。如上面第一例 $4a+5b$ 中，它的項便是 $4a$ 和 $5b$。

多項式的种类：在多項式中含有項数的多少就叫做几項式，例如 $4a+5b$ 是含有两个項的多項式，所以叫二項式。又如 $3x^2+5b-4c$ 是含有三个項的多項式，所以叫做三項式。以此类推有四項式，五項式等等。

3）**多項式的性質** 由于多項式的定义，了解到多項式就是它的各項的代数和，因此多項式具有有理数的和的一切性質，比較重要的性質有以下三个：

(1) 任意交換多項式里各項的位置，多項式的値不变。即是加法交換律也能应用于多項式中。

(2) 把多項式里任意几項結合成一組，多項式的値不变。即是加法結合律也能应用于多項式中。

(3) 如果把多項式內所有各項的符号改变，那末，多項式的数値同样变号，但絕对値不变。

4）**同类項的合幷** 在多項式里的某些項，如果彼此只有系数不同，或者完全沒有差别，那末这些項就叫做同类項。例如 $3a^2b$ 与 $-5a^2b$ 是同类項，而 $2ab^2$ 与 $2a^2b$ 就不是同类項。

例如 $$5x^2y+2x^2y=7x^2y,$$

这是因为把 $5x^2y$ 与 $2x^2y$ 看作是，5 个某种东西与 2 个同类东西，所以它們的和显然是 7 个同种类东西。

又如 $$8a-3a=5a,$$

同样可以看成是 8 个某种东西与 3 个同类东西，所以它們的差显然是 5 个同种类东西。

在一个多項式里，如果有同类項，应当把它們合幷成一項。所以說把多項式里的同类項合幷成一項，叫做合幷多項式的同类項。

例如在多項式 $4a-3x+2a+8x+3ax-3x$ 中第一項与第三項是同类項，第二項与第四項和第六項是同类項。第五項沒有同类項。所以按照同类項合幷的办法，$4a-3x+2a+8x+3ax-3x$ 可以写成下式

$$4a-3x+2a+8x+3ax-3x=$$

$$=4a+2a-3x+8x-3x+3ax= \qquad \text{（交換律）}$$

$=(4a+2a)+(-3x+8x-3x)+3ax=$ (結合律)

$=6a+2x+3ax.$

同类項的合并在整式运算中常常遇到的，我們利用它可以把多項式化成較簡單的形式，因而要多作練習达到熟練程度，但初学时为了便于在一个多項式中观察出同类項来，所以我們規定在相同的項的下面用同一种符号。

例 1．合并 $2.4a^2b^3-3a^3b^2+0.5a^2b^3+3a^3b^2c+1.8a^3b^2$ 的同类項。

解 $\underline{2.4a^2b^3}-\underline{\underline{3a^3b^2}}+\underline{0.5a^2b^3}+3a^3b^2c+\underline{\underline{1.8a^3b^2}}=$

$=2.9a^2b^3-1.2a^3b^2+3a^3b^2c$。

例 2．合并多項式 $4ax+b^2-7ax-3ax+2ax$ 的同类項。

解 $\underline{4ax}+b^2-\underline{7ax}-\underline{3ax}+\underline{2ax}=-4ax+b^2.$

例 3．合并 $2a+b-\frac{1}{2}c^2-2a+\frac{1}{2}c^2$ 的同类項。

解 $\underline{2a}+b-\underline{\underline{\frac{1}{2}c^2}}-\underline{2a}+\underline{\underline{\frac{1}{2}c^2}}=b$。

習 題

1．指出下列代数式里，哪些是整式，哪些是分式：

(1) $\frac{x+y}{2+3}$; (2) $\frac{2+3}{x+y}$; (3) $(x+y)\div(x-y)$.

2．把下列多項式写成單項式的和的形式，并且分别說出各个多項式是几項式：

(1) $2a-3b$; (2) $-3m^2-2m-1$;

(3) $0.4x^3+\frac{3}{5}x^2-x-1$.

3．合并下列多項式的同类項：

(1) $15x+4x-10$; (2) $-6ab-ab+8ab$;

(3) $1.5x^2y-0.9x^2y+5x^2y$; (4) $0.8y^2-1.2y-0.1y^2$;

(5) $5ab-4a^2b^2-8ab^2+3ab-ab^2-4a^2b^2$;

(6) $23a^2bc+10abc^2-15a^2bc-abc^2+2a^2bc$;

(7) $-\frac{2}{3}ab^3+2a^3b-\frac{1}{2}a^3b-ab^3-\frac{1}{2}a^2b-a^3b$;

(8) $-9.38m-13.8n+8.19m-1.11n-0.02m$.

5）單項式的加法 若要把單項式 $3a, -5b, 0.2a, c$ 相加，它們的和就是

$$3a+(-5b)+0.2a+(-7b)+c=\underline{3a}-\underline{\underline{5b}}+\underline{0.2a}-\underline{\underline{7b}}+c=$$
$$=3.2a-12b+c.\quad(\text{合并同类項})$$

按上例可得出單項式相加的法則:

把几个單項式相加,只要把它們用加号联結起来,写成代数和的形式,并且合并同类項。

例 1. 求單項式 $6a$ 与 $-4b$ 的和。

解 $6a+(-4b)=6a-4b$.

例 2. 求單項式 $5a^2$; $-2a^2$; $-4a^2$ 的和。

解 $5a^2+(-2a^2)+(-4a^2)=5a^2-2a^2-4a^2=-a^2$.

例 3. 求 $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)+\left(-\frac{3}{8}x^2y\right)+\left(+\frac{3}{4}x^2y\right)+\left(-\frac{7}{8}xy^2\right)+$ $+\left(+\frac{1}{2}xy^2\right)$ 的和。

解 $$\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)+\left(-\frac{3}{8}x^2y\right)+\left(+\frac{3}{4}x^2y\right)+\left(-\frac{7}{8}xy^2\right)+$$
$$+\left(+\frac{1}{2}xy^2\right)=\underline{-\frac{1}{2}xy^2}\underline{\underline{-\frac{3}{8}x^2y}}\underline{\underline{+\frac{3}{4}x^2y}}\underline{-\frac{7}{8}xy^2}\underline{+\frac{1}{2}xy^2}=$$
$$=-\frac{7}{8}xy^2+\frac{3}{8}x^2y$$

6) 升降幂排列 在一个多項式中,按照某一个字母的指数逐漸增加的順序来排列多項式,就叫做按照这个字母的升幂排列。

例如: $1+3a+5a^2-6a^3$ 就是按照字母 a 的升幂排列。

在一个多項式中,按照某一个字母的指数逐漸減少的順序来排列多項式,就叫做按照这个字母的降幂排列。

例如: $3x^3+2x^2+x-1$ 就是按照字母 x 的降幂排列。

同样,多項式 $a^3-2a^2b+b^2$ 是按照字母 a 来說是降幂排列,而对字母 b 来說就是升幂排列了。

排列多項式所按照的字母,叫做多項式的**主要字母**。多項式里含有主要字母指数最大的項,叫做多項式的**最高項**。不含有主要字母的項叫做**最低項**,如果沒有这样的項,那末含有主要字母指数最小的項是最低項。

例如在多项式 $3x^3+2x^2+3x-1$ 里，最高項是 $3x^3$，最低項是 -1；在多項式 $3a^2x^3-4ax^4-12x^5$ 里，若把 x 看做主要字母，那末最高項是 $-12x^5$，最低項是 $3a^2x^3$，若把 a 看做主要字母，則最高項是 $3a^2x^3$，最低項是 $12x^5$。

例 1．按照 x 的降幂排列多項式 $x^3-\frac{1}{2}x^2-4x^4+x$ 并且指出它的最高項和最低項。

解　$x^3-\frac{1}{2}x^2-4x^4+x=-4x^4+x^3-\frac{1}{2}x^2+x$，最高項是 $-4x^4$，最低項是 x。

例 2．按照 x 的升幂排列多項式 $3x^2y+4xy^2-x^3-2y^3$ 并且指出它的最高項和最低項。

解　$3x^2y+4xy^2-x^3-2y^3=-2y^3+4xy^2+3x^2y-x^3$，最高項是 $-x^3$，最低項是 $-2y^3$。

上題若按照 y 的升幂排列，則

$$3x^2y+4xy^2-x^3-2y^3=-x^3+3x^2y+4xy^2-2y^3.$$

其中最高項是 $-2y^3$，最低項是 $-x^3$。

7）多項式的加法　若任何一个代数式 m 要加上多項式 $a-b+c$，那么它們的和可以写成

$$m+(a-b+c).$$

但是多項式 $a-b+c$ 就是 $a, -b, c$ 的和，所以說加上一个和，是可以依次加上这个和里的各个加式（为了表示出相加的是代数式，所以叫它們为加式，同样，对于被減数、減数等，也分別有被減式，減式等），因此

$$m+(a-b+c)=m+a+(-b)+c=m+a-b+c.$$

从以上例題可归納出法則如下

加上一个多項式，只要依次加上这个多項式的各項。

例 1．求 $-a$ 与 $a-1$ 的和。

解　$-a+(a-1)=-a+a-1=-1.$

例 2．做下面的加法

$$(3a^2+b^2-5ab)+(4ab-b^2+7a^2).$$

解 $(3a^2+b^2-5ab)+(4ab-b^2+7a^2)=$

$$=\underline{3a^2}+\underline{\underline{b^2}}-5ab+4ab-\underline{\underline{b^2}}+\underline{7a^2}=10a^2-ab.$$

本例题因含有較多的同类項，改用直式写較方便，即在多項式和多項式相加时，若它們相互之間有同类項，可以把各加式上下对应地写，使各同类項上下对齐。这时应該先把多項式按照某一个字母的降幂(或是升幂)排列好。如例 2 的算式可写成

$$\begin{array}{rl} & 3a^2-5ab+b^2 \\ +) & 7a^2+4ab-b^2 \\ \hline & 10a^2-ab \end{array}$$

例 3．求三个多項式 $2x^3+5+6x-3x^2$，与 x^3-6x+9，及 $1-4x^2-$ $-x^3$ 的和。

解

$$\begin{array}{rrrrr} & 2x^3 & -3x^2 & +6x & +5 \\ & x^3 & & -6x & +9 \\ +) & -x^3 & -4x^2 & & +1 \\ \hline & 2x^3 & -7x^2 & & +15 \end{array}$$

所以 $(2x^3+5+6x-3x^2)+(x^3-6x+9)+(1-4x^2-x^3)=$

$$=2x^3-7x^2+15。$$

例 4．求 $5\frac{1}{4}a^3+2\frac{1}{6}a^2b+3\frac{1}{2}ab^2-8\frac{2}{3}b^3$ 与 $13a^2b-1\frac{1}{4}ab^2-$ $-3\frac{5}{6}a^3+b^3$ 的和。

解

$$\begin{array}{rrrrr} & 5\frac{1}{4}a^3 & +2\frac{1}{6}a^2b & +3\frac{1}{2}ab^2 & -8\frac{2}{3}b^3 \\ +) & -3\frac{5}{6}a^3 & +13a^2b & -1\frac{1}{4}ab^2 & +b^3 \\ \hline & 1\frac{5}{12}a^3 & +15\frac{1}{6}a^2b & +2\frac{1}{4}ab^2 & -7\frac{2}{3}b^3 \end{array}$$

例 5．求 $1.2a^3-0.01a^2+1.24a+0.35$，$-2.34a+1.03a^3-0.35+$ $+1.01a^2$，$0.15a^3-2.5a+1.23-3.5a^2$ 的和。

解

$$\begin{array}{rrrrr} & 1.2a^3 & -0.01a^2 & +1.24a & +0.35 \\ & 1.03a^3 & +1.01a^2 & -2.34a & -0.35 \\ +) & 0.15a^3 & -3.5a^2 & -2.5a & +1.23 \\ \hline & 2.38a^3 & -2.5a^2 & -3.6a & +1.23 \end{array}$$

習 題

1. 做下列加法:

(1) $5a^2+(-2a^2)+(-4a^2)$;　　(2) $(-8xy)+(+10xy)+(-3xy)$;

(3) $5a^n+(-2a^n)+(-8a)+(+6a^n)+(-a)$;

(4) $3a^2b+(-a^2b)+(+2a^2b)+(-6a^2b)$;

(5) $(-7y^2)+(-4y)+(-y^2)+(+5y)+(-8y^2)$;

(6) $\left(-\frac{3}{4}ab\right)+\left(+\frac{2}{3}a^2b\right)+(+ab)+\left(-\frac{5}{6}a^2b\right)+\left(-\frac{1}{2}ab\right)$.

2. 把下列多項式按照降冪排列,再按照升冪排列,并且指出它們的最高項和最低項。

(1) $13x-3x^2-2x^3-6$;　　(2) $y^4-4y+0.3y^3-1.5y^2$;

(3) $15a-3a^4+5a^3-9a^2$.

3. 按照字母 x 的降冪排列下列多項式,并指出它們的最高項和最低項。

(1) x^2+y^2-2xy;　　(2) $\frac{2}{3}ax^3+\frac{1}{2}bx-\frac{1}{6}cx^2$;

(3) $a+bx+cx^2-bx^3-ax^4$.

4. 求下列各代数式的和:

(1) $5a$ 与 $3a+7$;　　(2) $8x$ 与 $1-5x$;

(3) $2m-3n$ 与 $-m-n$;　　(4) $1.5a^2+2b^2$ 与 $2a^2-b^2$.

5. 做下列加法:

(1) $(15a+2b)+(4a-3b)+(-6a+b)$;

(2) $1+(1-x)+(1+x+x^2)+(1-x+x^2-x^3)$.

6. 做下列加法,演算时把同类項上下对齐。

(1) $(10x^3-6x^2+5x-4)+(9x^3-2x^2-4x+2)$;

(2) $(2a^4+5a^3b-3a^2b^2-ab^3)+(3a^4+8a^2b^2+6ab^3+5b^4)$;

(3) $(x^2+2xy+y^2)+(x^2-y^2)+(x^2-2xy+y^2)$;

(4) $(2a^3+5a^2+3a-1)+(3-8a+2a^2-6a^3)+(3a-a^3-2a^2-5)$.

7. 長方形的寬等于$(3m+2n)$米,而長比寬多$(m-n)$米,求这長方形的周長。

8) 單項式减法　若要从單項式 $10ax$ 减去單項式 $-3ax$, 那末它們的差就是

$$10ax-(-3ax).$$

根据第二章里的有理数减法的法則:减去一个数,等于加上和这个数相反的数,所以

$$10ax-(-3ax)=10ax+3ax=13ax.$$

同样,从單項式 $-5a^2$ 减去單項式 $+3a^2$, 它們的差就是:

$$-5a^2-(+3a^2)=-5a^2+(-3a^2)=-5a^2-3a^2=-8a^2.$$

总括以上得出法則如下:

减去一个單項式，只要改变减式的符号(正改負，負改正)，把它加在被减式上。

例 1. 从 $3x^2y$ 减去 $-10xy^2$。

解 $3x^2y-(-10xy^2)=3x^2y+10xy^2$.

例 2. 做下面的减法：

$$-\frac{5}{6}a-\left(-\frac{1}{2}a\right)-\left(+\frac{2}{3}b\right)-\left(-\frac{1}{3}a\right)。$$

解 $-\frac{5}{6}a-\left(-\frac{1}{2}a\right)-\left(+\frac{2}{3}b\right)-\left(-\frac{1}{3}a\right)=-\frac{5}{6}a+\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b+$

$$+\frac{1}{3}a=-\frac{2}{3}b.$$

例 3. 做下列减法

$$x-\left(-\frac{1}{2}x\right)-\left(+\frac{1}{3}x\right)。$$

解 $x-\left(-\frac{1}{2}x\right)-\left(+\frac{1}{3}x\right)=x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x=\frac{7}{6}x.$

多項式的减法 要使从一个代数式 m 中减去多項式 $a-b+c$，那末它們的差可以写成

$$m-(a-b+c).$$

又因多項式 $a-b+c$ 就是 a, $+(-b)$, $+c$ 的和，所以說减去一个和，可以从被减式里依次减去和里的各个項。因此

$$m-(a-b+c)=m-a-(-b)-(+c)=m-a+b-c.$$

减去一个多項式，只要改变减式各項的符号，把它們依次加在被减式上。

例 1. 从 $3a$ 减去 $-2a+b$。

解 $3a-(-2a+b)=3a+2a-b=5a-b$.

例 2. 从 $7a^2-2ab+b^2$ 减去 $5a^2+4ab-2b^2$。

解 $(7a^2-2ab+b^2)-(5a^2+4ab-2b^2)=$

$$=7a^2-2ab+b^2-5a^2-4ab+2b^2=2a^2-6ab+3b^2.$$

本例題因含有較多的同类項，改用直式写較方便，即在多項式和多項式相减时，若它們相互之間有同类項，可以把被减式和减式按照某一

个字母的降幂(或者是升幂)来排列，并且把减式写在被减式的下面，使各同类項上下对齐，然后相减。如例 2 的算式可以写成

$$
\begin{array}{rr}
 & 7a^2-2ab+\ \ b^2 \\
-) & 5a^2+4ab-2b^2 \\
\hline
 & 2a^2-6ab+3b^2
\end{array}
$$

在这个算式里，改变减式各項的符号和被减式相加，这一步驟利用口算，直接把所得的結果写在横綫下面，所以列式时也不必将减式各項先变号而列成加法形式了。

例 3. 从 $1.75a^2-0.375ab+2.5ac-3.25bc$ 中减去 $-0.08a^2+$ $+0.135ab-ac+1.75bc$。

解

$$
\begin{array}{rr}
 & 1.75a^2-0.375ab+2.5ac-3.25bc \\
-) & -0.08a^2+0.135ab-\ \ ac+1.75bc \\
\hline
 & 1.83a^2-0.51ab+3.5ac-5bc
\end{array}
$$

例 4. 从 $7m^2-4mn-n^2$ 中减去 $2m^2+2n^2-mn$。

解

$$
\begin{array}{rr}
 & 7m^2-4mn-n^2 \\
-) & 2m^2-\ \ mn+2n^2 \\
\hline
 & 5m^2-3mn-3n^2
\end{array}
$$

9) 去括号 从上两节中，可以看出多項式加减法是先去括号变为單項式加法。因此我們研究如何把代数式里的括号去掉。假使要把代数式 $2a+(-a-3b+4c)-(-2a+b-5c)$ 里的括号去掉，我們可以把它看做是 $2a$ 加上 $-a-3b+4c$ 再减去 $-2a+b-5c$。这样我們就可以根据学过的多項式的加法和减法的法则，可以得到：

$$2a+(-a-3b+4c)-(-2a+b-5c)=$$
$$=2a-a-3b+4c+2a-b+5c=3a-4b+9c.$$

因此去括号时，若括号前面是"+"号，那末，把括号和它前面的"+"号去掉，而括号里面各項的符号都保留不变；若括号前面是"−"号，那末，把括号和它前面的"−"号去掉，而括号里面各項的符号都要变号。

例 1. 化簡 $a-(2a-3b)+(3a-4b)$。

解 $a-(2a-3b)+(3a-4b)=$

$$=a-2a+3b+3a-4b= \quad (\text{去括号})$$

$$=2a-b. \quad (\text{合并同类項})$$

例 2. 化簡 $10p-[3p+(5p-10)-4]$。

解 $10p-[3p+(5p-10)-4]=10p-[3p+5p-10-4]=$

$$=10p-3p-5p+10+4=2p+14.$$

例 3. 化簡 $2a-\{4a-c+[3a-(4b-c)-(b+3c)]+6c\}$。

解 $2a-\{4a-c+[3a-(4b-c)-(b+3c)]+6c\}=$

$$=2a-\{4a-c+[3a-4b+c-b-3c]+6c\}=$$

$$=2a-\{4a-c+(3a-5b-2c)+6c\}=$$

$$=2a-\{4a-c+3a-5b-2c+6c\}=$$

$$=2a-\{7a-5b+3c\}=2a-7a+5b-3c=$$

$$=-5a+5b-3c.$$

上題亦可以从最外面括号开始去除，即

$$2a-\{4a-c+[3a-(4b-c)-(b+3c)]+6c\}=$$

$$=2a-4a+c-[3a-(4b-c)-(b+3c)]-6c=$$

$$=-2a-5c-[3a-(4b-c)-(b+3c)]=$$

$$=-2a-5c-3a+(4b-c)+(b+3c)=$$

$$=-5a-5c+4b-c+b+3c=-5a+5b-3c.$$

两者答案一样，但前一种去括号方法比較習慣，有时也比后者簡便，是常常使用的。在去括号时，应注意括号外面的符号，同时也要防止下面这种錯誤，如

$$a-(b-c)=a-(-b)+c=a+b+c.$$

10）添括号 計算多項式时，为了方便，往往把該式的一部分放在括号內，并且按需要在括号前面添上“+”号或“-”号，例如，在多項式 $a+b-c$ 里，若把后面两項用括号括起来，并且在括号前面添上“+”号，那末可以写成：

$$a+b-c=a+(b-c).$$

就是把括到括号里各項的符号都保留不变。若再按去括号的法則，把

代数式 $a+(b-c)$ 的括号去掉，那末，就得到原来的多項式，因此說这样的变形是正确的。

若在多項式 $a+b-c$ 里，要把后面的两項用括号括起来，并且在括号前面添上"－"号，那末可以写成:

$$a+b-c=a-(-b+c).$$

这样就要把括到括号里的各項符号都改变，若再按去括号的法則，把代数式 $a-(-b+c)$ 的括号去掉，那末，就得到原来的多项式，因此說这样的变形是正确的。

若把整个多項式用括号括起来，并且在括号前面添上"＋"号或是"－"号，也和上面所述的一样。例如多項式 $a+b-c$ 可以写成:

$$+(a+b-c)\text{ 或者 }-(-a-b+c).$$

因此添括号时，若在括号前面添上"＋"号，那么括到括号里各項的符号都保留不变；若要在括号前面添上"－"号，那末括到括号里各項的符号都要改变。

例 1．把三項式 $5a^2-2ab+b^2$ 化成單項式 $5a^2$ 与一个二項式的和的形式。

解　$5a^2-2ab+b^2=5a^2+(-2ab+b^2)$.

若把上題化成單項式 $5a^2$ 与一个二項式的差的形式，則得

$$5a^2-2ab+b^2=5a^2-(2ab-b^2).$$

習　題

1．做下列减法:

(1) $1\frac{3}{5}x^3-\left(-\frac{2}{5}x^3\right)$;　　(2) $3.6x^3y-(-5x^3y)$;

(3) $\left(-\frac{1}{2}b^{m+2}\right)-\left(-\frac{1}{3}b^{m+2}\right)$;　　(4) $x-\left(-\frac{1}{2}x\right)-\left(+\frac{1}{3}x\right)$;

(5) $2pq-(+3pq)-(-pq)+(-5pq)$;

(6) $(x^3-5x^2)-(x^2-11x+6)$.

2．做下列减法，演算时把同类項上下对齐。

(1) $(13x-11y+10z)-(-15x+10y-15z)$;

(2) $(2x^3-3x^2-5x+6)-(3x^3-5x^2+6x-9)$;

(3) $(11a^4-8a^2-16a+24)-(9a^4-7a^3+8a-24)$;

(4) $(0.5p^2+0.3pq-1.5q^2)-(-1.5p^2+0.6pq-2q^2)$.

3. 已知第一个数等于 $10a+b$，第二个数等于 $10b+a$，求第一个数减去第二个数的差。

4. 倉庫里有煤 c 吨，取出它的一半少 5 吨还剩多少吨？

5. 化簡下列各式：

(1) $x-(1-2x+x^2)+(-1+3x-x^2)$;

(2) $3a-4b+(-2a+5b-c)-(-7a+3c)$;

(3) $3x-[5x-(2x-1)]$;

(4) $3a-\{c-[2a-(2c-b)+(2a-b+2c)]\}$.

6. 把三項式 $5x^2-3x-5$ 化成單項式 $5x^2$ 与一个二項式的差的形式？

7. 不改变多項式 $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ 的值，把它放在带有“－”号的括号里。

8. 不改变下列各式的值，把各式里括号前面的符号变成相反的符号。

(1) $x+(1-x^2)$;　　　　(2) $x-y-(y-x)$.

11）同底数的幂的乘法　学習同底数幂的乘法是学習單項式乘法的基础。如 a^3 与 a^2 就是同底数的幂，若要把 a^3 乘以 a^2，那末可以写成 $a^3\times a^2$，或 $a^3\cdot a^2$ 按照幂的意义可写为

$$a^3\times a^2=(aaa)(aa)=aaaaa=a^5,$$

就是 3 个 a 的連乘积与 2 个 a 的連乘积相乘的积，它們的結果是 5 个 a 的連乘积，就是 a^5。由此可以看出，同底数的幂（a^3 与 a^2）的积（a^5）的指数 5 等于各因式（a^3 与 a^2）的指数（3 与 2）的和。

一般說，a^m 乘以 a^n 得出下式

$$a^m\cdot a^n=(\underbrace{aa\cdots a}_{m\text{个}})\cdot(\underbrace{aa\cdots a}_{n\text{个}})=\underbrace{aaa\cdots a}_{m+n\text{个}}=a^{m+n}$$

（m 和 n 都是自然数，即 1234…，也就是正整数）。

同样地可以得到

$$a^m\cdot a^n\cdot a^k=a^{m+n+k}.$$

由此可以得出結論：同底数的幂相乘，它們的积还是同底数的幂，它的指数等于各因数指数的和。

初学时往往由于不明确指数法則，常常会造成下列錯誤：$3^4\times 3^2=3^{4\times2}=3^8$；$3^4+3^2=3^{4+2}=3^6$。它們正确的計算是：

$$3^4\times 3^2=3^{4+2}=3^6;\quad 3^4+3^2=81+9=90.$$

例 1. 化簡 $x^4\cdot x^5$。

解　$x^4\cdot x^5=x^{4+5}=x^9$.

例 2. 化簡 $y^{n1} \cdot y^2$。

解 $y^m \cdot y^2 = y^{m+2}$.

例 3. 化簡 $a^3 \cdot a^2 \cdot a$。

解 $a^3 \cdot a^2 \cdot a = a^{3+2+1} = a^6$.

注意：$a^3 \cdot b^2$ 絕不能得 $(ab)^5$，因为这不是同底数的幂。它們的乘积用 a^3b^2 表示即可，a^3 与 b^2 之間的一点可以省略不写。

習 題

做下列乘法：

(1) $a^5 \cdot a^6$; (2) $m^2 \cdot m^7$;

(3) x^3x^4x; (4) $x^{n+1} \cdot x^2$;

(5) $x^{n+1} \cdot x^{n-1}$; (6) $a^{2n} \cdot a^n \cdot a^{n-1}$.

12）單項式的乘法 求單項式 $3a^3x^2$ 乘以單項式 $-5a^2bx$ 的积。因为 $-5a^2bx$ 是 $-5 \cdot a^2 \cdot b \cdot x$ 四个因式的积，所以 $3a^3x^2$ 乘以 $-5a^2bx$，只要把 $3a^3x^2$ 依次乘以 -5, a^2, b 和 x。

$$3a^3x^2 \cdot (-5a^2bx) = 3a^3x^2 \cdot (-5) \cdot a^2 \cdot b \cdot x =$$
$$= 3 \cdot (-5)a^3a^2bx^2x = \text{（乘法交換律）}$$
$$= -15(a^3a^2)b(x^2x) = \text{（乘法結合律）}$$
$$= -15a^5bx^3.$$

例如 $-4m^3n^5$ 乘以單項式 $5m^7n^4a^2$ 可写为

$$-4m^3n^5 \cdot (5m^7n^4a^2) =$$
$$= (-4)(5)m^3m^7n^5n^4a^2 = \text{（乘法交換律）}$$
$$= (-4 \times 5)(m^3 \cdot m^7)(n^5 \cdot n^4)a^2 = \text{（乘法結合律）}$$
$$= -20m^{10}n^9a^2.$$

結合上題来談單項式相乘的方法。如單項式 $-4m^3n^5$ 乘以單項式 $5m^7n^4a^2$，把它們系数 -4 与 5 相乘的积（-20），作为 $m^{10}n^9a^2$ 的系数，把相同字母 $m(n)$ 的指数 3 与 7（5 与 4）相加作为乘积 $-20m^{10}n^9a^2$ 里字母 $m(n)$ 的指数 10(9)，a^2 只在一个單項式里出現，那末就把它写在乘积 $-20m^{10}n^9$ 里，可写成 $-20m^{10}n^9a^2$。

归納以上得出法則：