

中国
文化
知识
大观
园

科技军事卷

辽海出版社

古代数学与物理学

邢春如 刘心莲 李穆南 主编



• 中国文化知识大观园·科技军事卷 •

古代 数学与物理学 (上)

邢春如 刘心莲 李穆南 主编

辽海出版社

目 录

一、古代数学	(1)
数字与记数法	(1)
算筹与筹算	(5)
四则运算	(7)
筹码	(8)
组合分析	(9)
图形知识	(13)
算书的出现	(19)
《九章算术》	(21)
祖冲之与祖暅	(45)
数学教育	(50)
算经十书	(52)
天文、历法中的数学成就	(58)

宋元数学	(60)
高次方程数值解法	(64)
高阶等差数列	(72)
西方数学的传入	(83)
年希尧、明安图	(88)
传统数学的理论和研究	(91)
西方数学著作的再翻译	(95)
李善兰	(104)
华衡芳与夏鸾翔	(109)
不定分析	(113)
二、古代物理学	(115)
中国物理学史料的来源	(115)
墨家和《墨经》	(118)
《考工记》	(120)
刘安及其淮南王书	(122)
王充和《论衡》	(123)
沈括和《梦溪笔谈》	(124)
赵友钦和《革象新书》	(126)
朱载堉和《乐律全书》	(128)
热的获得与对热的认识	(129)
测温与测湿	(132)
热的传播与保温瓶	(135)
热膨胀与热应力	(137)
中国古代度量衡的发展	(138)
磁现象与电现象	(144)

大气中的电磁现象	(147)
人造磁体	(152)
光源	(155)
大气光象	(159)
光学仪器	(165)
明末清初西方物理学传入中国	(170)

一、古代数学

数字与记数法

数字在中国的最早出现，是在新石器时代的晚期，距今大约6000年左右。在这之前，我们的祖先采用“结绳”、“契木”等办法来表示数的概念，实现记数，即所谓的“结绳记事”、“契木为文”的传说。其实，甲骨文中的“数”字就取自结绳的形象。这种情况在世界的其他一些民族中也有发生，有的甚至到近代还保存着结绳记数的方法。

契木或其他形式的刻划记数是数字产生的基础。当人们觉得可以通过按某种规则的刻划来表达数的时候，数字也就自然而然地产生了。

根据现有的资料来看，最迟在半坡时代我国已经有了可以称得上数字的刻划符号，如见之于半坡出土的陶片上的数目字（右图示）。

× 人 十)(| ||

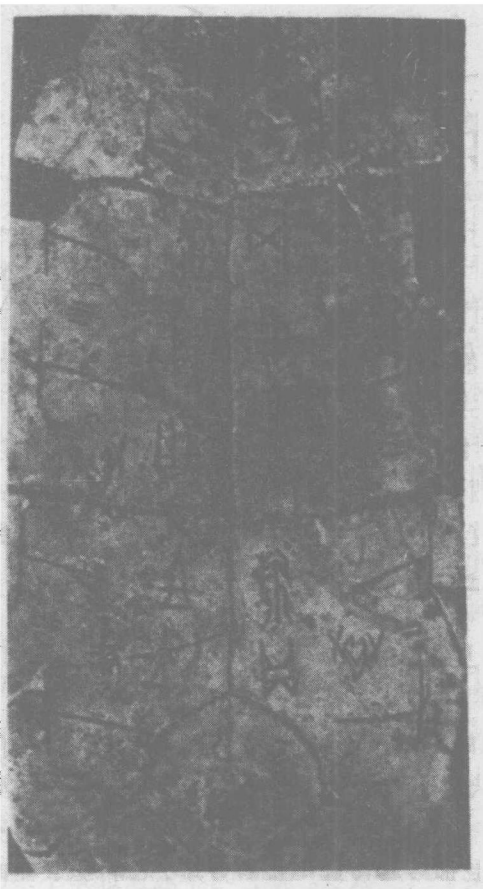
虽然字形没有那么整齐，但已 5 6 7 8 10 20

十分规范。后来的考古发现，除了进一步加强上述考证外，还充实了一些数字。如，与半坡遗址差不多时代的陕西姜寨遗址中出现了“一”（1）、“|||”（30）；距今四千年前的上海马桥遗址出现了“十”（5）；稍晚的山东城子崖遗址中出现了“𠄎”（12），

还有“U” (20)；“𠂔” (30)。U是将二个I (10) 合在一起；𠂔是将三个I (10) 合在一起。这种合写形式的出现不仅标志了数的概念的发展和表数能力的提高，而且证实了十进制记数法已经使用。

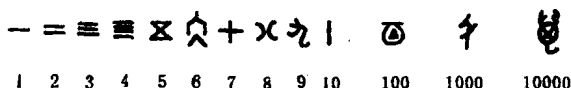
进入商代以后，随着农业成为社会生产的主要成分，手工业的分工和商业的产生，相应地产生了高度发展的殷商文化。这时，已有了所谓“卜、史、巫、祝”这样的文化官。他们作为社会的管理人员，负责记人事、观天气与熟悉旧典。专职书记人员的出现，使得原先零星粗疏的表数符号得到提炼和整理，进而创设出系统的数字和记数法来。商代产生的甲骨文数字就是目前所知的我国最早的完整记数系统。

甲骨文是商周时代刻在龟甲兽骨上的文字，是“巫”、“史”



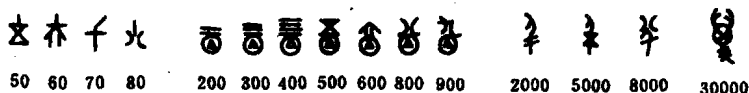
殷墟甲骨文上的数字

们为商王室占卜记事的主要手段。从现在发现并已认识的 1700 多个甲骨文字中，能够清理出整套数目字，共 13 个。前 9 个是数字，后 4 个是位值符号。与其他甲骨文字一样，甲骨文数字采用了会意、形声、假借等比较进步的文字构造法，说明它是一种具有严密文字规律的古文字。



甲骨文中的记数单字

甲骨文记数系统属于十进制乘法分群数系。这种数系由 1 至 9 九个数字和若干十进制的位值符号组成，记数时先将两组符号通过乘法结合起来以表示位值的若干倍〔也有例外，如 𠄎 (20)、𠄎 (30)、𠄎 (40) 是重复书写，而不分别写成 𠄎、𠄎、𠄎〕。如 𠄎 (5) 与表示 10 的符号“丨”通过乘法结合起来，写成 𠄎，表示 10 的 5 倍，即 50；又如 𠄎 (3) 与表示 100 的符号“𠄎”通过乘法结合起来，写成 𠄎，表示 100 的 3 倍，即 300；同样，𠄎表示 2000，𠄎表示 20000。然后将分群后的位值符号组合（相加）起来，达到完整表数的目的。例如，𠄎𠄎𠄎，表示 673；𠄎𠄎𠄎𠄎，表示 2356 等等。现已发现的最大的甲骨文数字是 30000，写作 𠄎。



甲骨文记数系举例

甲骨文记数方法一直沿用到现代，期间字体虽有变化，但记数原则不变，仍然是乘法分群原则。下图列出的是历代记数符号，将商代甲骨文、周代金文、秦代篆文以及现代数字加以比较

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	20	50	60	100	500	10 ³	10 ⁴	81
商代甲骨文																				
西周金文																				
秦代篆文																				
汉代算筹																				
宋代算筹																				
商业数码																				
现代文	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十										

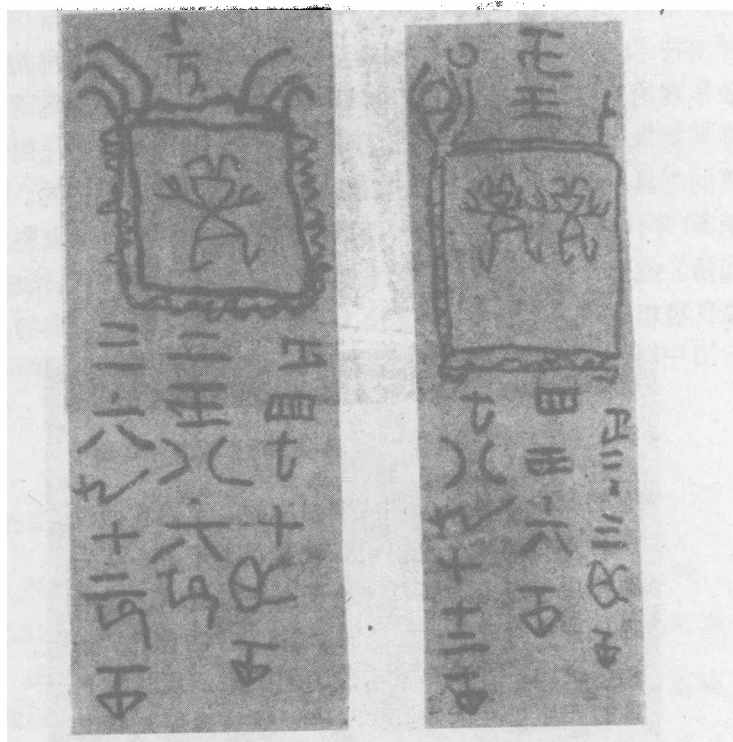
历代记数符号

和分析，从中可以发现一些变化规律。

周代金文记多位数的方法，原则上与甲骨文一样，如 659，记作“𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎”。其中𠄎是又字，写在数字之间起隔开位值的作用，这在商代甲骨文记数中已有出现，因此，形式上差异仅是 50 的写法不同，金文是𠄎，甲骨文是𠄎。汉代以后，多位数记法废弃了用“𠄎”字隔开的做法，位值的倍数也不采取合写，而是采取位值符号紧接在数字后表示，如 300，不写成𠄎，而写成三𠄎。但记数系统仍是乘法分群系，如 2356，被写成二𠄎三𠄎𠄎𠄎𠄎，即现在的二千三百五十六的前身。

这种表数制度还算不上是十进地位制记数法，但它确实向地位制靠近了一步。如果把“𠄎”、“𠄎”、“𠄎”等符号曳去，再引入表示 0 的符号，那就是完全的十进地位制记数法了。

现代中国数字实际在唐朝以前已经形成。由于这 10 个字简单明了，我国少数民族记数时也常采用它，或者把这 10 个数字稍作变动。北京图书馆藏有一本苗文的历书，全部用了汉文的 10 个数字，并且以两个十作二十、三个十作三十。唐代还全面



苗文历书内记录的汉文数字

使用了所谓大写数字，即：

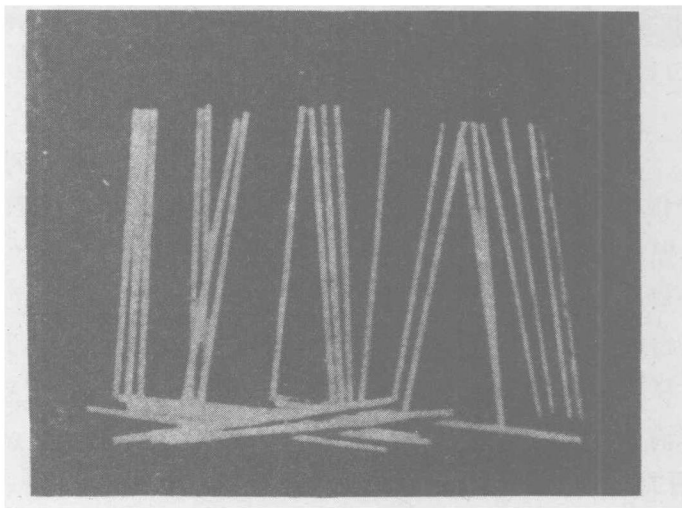
壹 貳 叁 肆 伍 陆 柒 捌 玖 拾

大写数字常出现于比较严肃的场合，所以后来人们把这些大写数字叫做“官文书数目字”。

算筹与筹算

记数与计算不是一回事，单有记数法不足以构成数学。数学

至少是计算的学问。只有进入专门的算的实践，揭示其规律，总结出技术，进而形成算理，才能称得上有了算术——一种初级的数学理论。中国古代数学是随着算筹的发明而形成的。算筹，简称“算”、“筹”、“策”等，亦称“筹策”，是中国古代用于计算的工具。一般用竹制成，也有用铅制、骨制或象牙制的。本世纪 50 年代以来陆续出土了一批算筹，形状大小与文献资料记载相仿。战国时的算筹平均长 19.5 厘米，西汉算筹大约长 13 厘米，径粗 0.3 厘米。算筹太长太细不便摆动，所以后来的算筹



陕西旬阳出土的西汉象牙算筹

逐渐改短，增粗。横截面形状除圆形外还出现正三角形或正方形的。算筹产生于何时，至今未能有一个比较确切的说法。有的说“大约从西周开始已使用竹筹，在毡毯上或在算板上进行各种运算”，有的则说算筹是长期演变而成的，至迟在西汉时已普遍使用。各种说法在措词上都比较慎重，时间幅度也很大，彼此互不矛盾。从先秦典籍中的记载来看，算筹很可能起源于原先用于占

卜的蓍草。由于占卜过程中，需借助于蓍草来表示数和简单的计算，久而久之，蓍草就成了计算工具。“算”字古体作“𠩺”，由二“示”合成。“示，神事也。”这又一次说明，古代算术与占卜的关系。从时间上说，大约可以认为，算筹作为人造计算工具的产生是在西周或更早些，而普遍深入使用是在秦汉。

用算筹摆成数字进行计算称之为筹算。所以“算术”的原义是指筹算的技术。这本是中国数学特有的名称，现在涵义有了变化。算术这一名称恰当地概括了中国数学依赖于筹算，以算为中心的特点。从一定意义上说，中国古代数学史就是中国筹算史。

四则运算

筹算数目是由算筹摆出来的，9个基本数的摆法有两种，一种是纵式，一种是横式。

纵式 一 二 三 四 五 六 七 八 九

在这基础上，利用位值原理和纵横相间的办法可摆出一切多位数。例如，238可摆成，

横式 一 二 三 四 五 六 七 八 九

二 三 四，6803可摆成一 二 三 四，

1 2 3 4 5 6 7 8 9

9个基本数的算筹摆法

其中空位处表示零。可见，我

们中国很早就发明和使用十进制记数法了。把筹的排列形式记下来，就成为算码。明代珠算盛行以后，筹算逐渐淘汰，这时，筹算算码在数学中起了很大的作用。

与笔算一样，筹算的基础是加减乘除四则运算。筹算四则运算的程序与珠算基本相同，从高位向低位进行。加减法最简单，摆上两行数字，从左到右逐位相加或相减就可以了，和或差置于第三行中。乘除法也不难，基本过程仍然是放筹与运筹两个过

程。乘法分三层放筹，上下层放乘数（无被乘数与乘数之区别），中间放积。运算时由上层乘数的高位起乘下层乘数，乘完后去掉这位的算筹，再用第二位数去乘，最后将逐次相乘之积的对应位上的数相加即可。

当然也可以将第二次乘得的结果随时加到中层之中。

筹算把除法看作乘法的逆运算，如《孙子算经》所说：“凡除之法，与乘正异。”基本步骤也是放筹与运筹。放筹时也分三层，上层放商，中间放被除数（古时称实），下层放除数（古时称法）。除数摆在被除数够除的那一位之下，除完向右移动。

乘除运算需要口诀，古时称之为“九九表”，从“九九八十一”起到“二二得四”止，共36句。没有“一九如九”到“一一如一”等九句，顺序也与现今流行的相反。九九表产生的时间不会晚于春秋时代。有故事说，春秋时期，齐桓公（前685～前643）招聘了一个以九九表自荐的粗野汉子。其实，春秋战国时代的不少著作如《荀子》、《淮南子》、《管子》等都已提到了九九表，足见它当时已为常识。

筹码

筹算数字是摆成的，如果将摆成的数字写在纸上或者竹片等物上，就成了数码。中国古代称用作书写的竹片叫做竹简，木片叫做木简或牍。在已发现的居延汉简和敦煌汉简中都可以看到这种筹码数字。宋朝司马光（1019—1086）著《潜虚》，其中数码字即以纵式的筹码为基本样式，对笔划较多的“𠄎”（5），代之以X；为避免与1（1）混淆，将纵式筹码的1（10），代之以“+”，这样1~10的数码成为以下样子：

I	II	III	IIII	X	I	II	III	IIII	+	
8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

此后，各家又对笔划较多的“𠄎”和“𠄎”做了修改。以“X”代“𠄎”，这是因为“X”有示四方之形；于是“𠄎”被自然地改成“𠄎”或“𠄎”，仍然表示 $5+4$ 的结果。根据这个原则，5被改写成“𠄎”或“𠄎”。“𠄎”和“𠄎”下面的“O”是“0”的记号。

数码不像筹码那样受筹的限制，其形式会受书写者的习惯而改变。如“𠄎”（5）与“𠄎”（9），各人写法时有不同，其中“𠄎”、常被便写成“𠄎”，“𠄎”则被便写成“𠄎”。

数码，尤其是便写数码的出现不仅方便了日常的记数，而且方便了数学著作的撰写，为中国古代数学在民间的传播起到了积极的推动作用。

组合分析

早期积累的数学知识缺乏理论的系统性，受实用和意识的影响很大。如因历法的需要，商代创造了一种所谓“天干地支”六十循环记日法。即将十个天干：甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸；十二个地支：子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥依次组合成六十个序数；甲子、乙丑……癸亥等，以表示日期的先后。六十也就成了殷人一周的日数。将这些不同的甲子排列成表，也就是“甲子表”：

甲子	乙丑	丙寅	丁卯	戊辰	己巳	庚午	辛未	壬申	癸酉
甲戌	乙亥	丙子	丁丑	戊寅	己卯	庚辰	辛巳	壬午	癸未
甲申	乙酉	丙戌	丁亥	戊子	己丑	庚寅	辛卯	壬辰	癸巳
甲午	乙未	丙申	丁酉	戊戌	己亥	庚子	辛丑	壬寅	癸卯
甲辰	乙巳	丙午	丁未	戊申	己酉	庚戌	辛亥	壬子	癸丑
甲寅	乙卯	丙辰	丁巳	戊午	己未	庚申	辛酉	壬戌	癸亥

从甲子表中，又可看出他们的记旬法：从甲日起到癸日止，刚好为十日，于是就以从甲到癸的十日为一旬。表上所列的为六旬，所以甲子表又可称为六旬表。“天干地支”记日法属历法现象，但它反映了一种原始的组思想。这种组思想后来在八卦和幻方中有较大的发展。

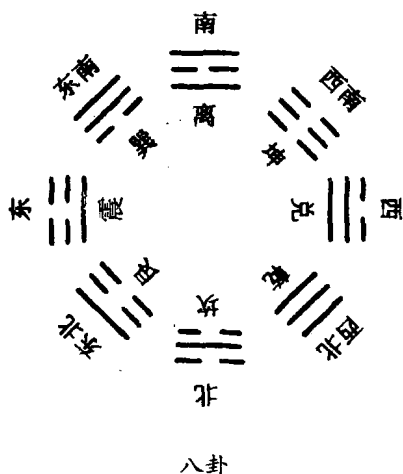
八卦是《周易》（高亨：周易古经今注，中华书局，1984年，第2页）中提出的八种基本图形，用以代表天、地、雷、风、水、火、山、泽八种自然现象。这八种基本图形是以阳爻“—”和阴爻“--”两种符号组合而成的。将阳爻和阴爻按不同次序进行排列，每次取两个，有四种排法，即所谓四象：

— — — —

每次取三个，有八种排列，即八卦，常被排成八边形，以示方向：

— — — — — — — —

每次取六个，即两卦相重，则有六十四种排列，也即六十四卦。古人主要根据卦爻的变化来推断天文地理和人事关系，未必对其中的数学道理有自觉的认识，但作为中国数学早期积累时期的一种知识，它是值得注意的。人的认识本来就是由感性、知性和理性三个环节构成。对爻卦中排列组合现象的认识可说是一种知性认识，它为认识的最终理性化



奠定了基础。事实上，宋、明两代数学家由对易图的研究而揭示出的《周易》中所蕴含着包括二进制数码构成规律在内的某些数学性质，就可称之为是一种理性化的认识。

先秦时期组合数学的主要内容是幻方。最早的幻方即“九宫”，这是划有九个方格的正方形，将1至9九个数字按某种规则填入各方格内而成。北周甄鸾说：“九宫者，即二四为肩，六八为足，左三右七，戴九履一，五居中央。”在南宋杨辉研究幻方之前，人们对幻方的注意力集中在它的哲学和美学意义上。由于三阶幻方配置九个数字的均衡性和完美性，产生了一种审美的效果，使得古人认为其中包含了某种

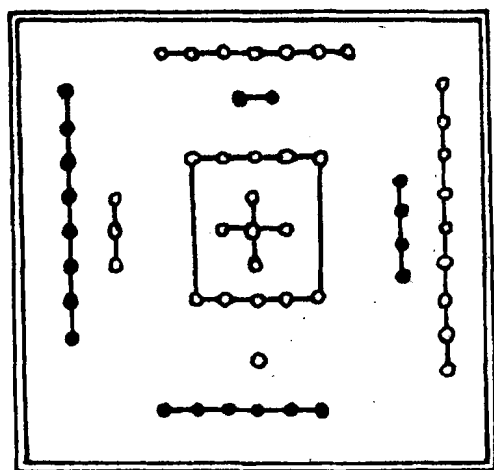
4	9	2
3	5	7
8	1	6

九宫

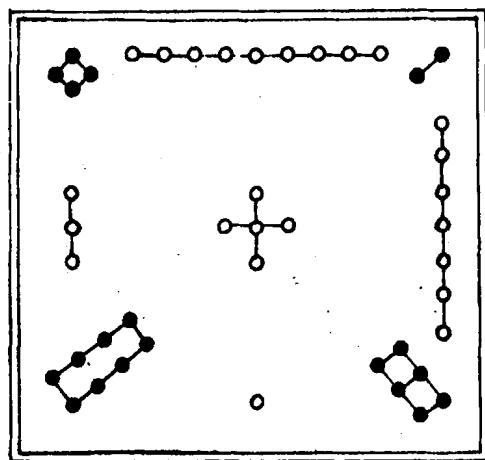
至高无上的原则，把它作为容纳治国安民九类大法的模式，或把它视为举行国事大典的明堂的格局。因而，最早出现的幻方，既是古代数学的杰作，也是有哲学意义的创造。

这方面最生动的例证是将传说中的河图、洛书与幻方联系起来。特别经宋代理学家们的渲染，河图洛书竟倒过来成了幻方的根源。洛书被人认为是一个三阶幻方，在这个幻方中，数字按对角线、横线或竖线相加，结果都等于15。河图则是这样排列的数字图：在抛开中间的5和10时，奇数和偶数各自相加都等于20。理学家的这两张图不能不说是富有想象力的创造。偶（阴）数用黑点表示，奇（阳）数由白点表示，黑白相对，奇偶有别，均衡对称。难怪现在的一些组合数学著作中也喜欢用古代洛书图来作装饰，以示它渊源的古远。

13世纪，幻方的数学意义由南宋杨辉加以阐发。杨辉称幻方为“纵横图”，并将它作为一个数学问题来加以研究。从此，幻方所具有的组合数学思想得到了发扬光大。关于这方面成就将



河图示意图



洛书示意图

在第三章结合介绍杨辉的工作一起介绍。