

图析 考点

——能力思维导图

初中数学

马 艳 刘冬云 主编

学习很轻松

复习更高效

一般来说，善于学习的人归纳总结的能力也很强。学习上想有更深入的思考和理解，就要学会把看似分散的知识点连成线、结成网，使学习的知识系统化、规律化、结构化。图析考点，突出知识系统化、网络化的思维模式，不但强调考点之间的内在结构，更加注重考试命题时考点之间表现出来的更深层次的综合联系和逻辑关系。考点图析化的力量是强大的，知识按照一定结构组织起来的力量绝不是个体力量的简单叠加，而是成几何级数增长的，这正是图析考点提高学习效率的关键！

总策划: 石岱峰 刘 强
策 划: 吕心鹏 侯丽梅 刘祖燕
责任编辑: 袁小炯 王秀霞
责任印制: 赵天宇
封面设计: 唐韵设计

图析 考点

——能力思维导图

- 图析考点——能力思维导图 初中数学
- 图析考点——能力思维导图 初中物理
- 图析考点——能力思维导图 初中化学



ISBN 978-7-5503-7454-2



9 787530 374542 >

定价: 49.80元

图析 考点

——能力思维导图

初中数学

马 艳 刘冬云 主编

北京出版集团公司 北京教育出版社

初中生
PDG

图书在版编目 (CIP) 数据

图析考点: 能力思维导图. 初中数学/马艳等主编. —
北京: 北京教育出版社, 2010
ISBN 978-7-5303-7454-2

I. ①图… II. ①马… III. ①数学课—初中—教学参
考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 019095 号

图析考点——能力思维导图 初中数学
TU XI KAODIAN——NENGLI SIWEI DAOTU CHUZHONG SHUXUE

马艳 刘冬云 主编

*

北京出版集团公司 出版
北京教育出版社
(北京北三环中路 6 号)
邮政编码: 100120

网址: www.bph.com.cn
北京出版集团公司总发行
全国各地书店经销
北京吴天弘业印务有限公司印刷

*

890×1240 16 开本 26.5 印张
2010 年 3 月第 1 版 2010 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5303-7454-2/G·7370

定价: 49.80 元

质量监督电话: 010-58572750 58572393



初中数学知识结构 与思想方法导图

数与式

主要知识

- 数的认识：正数→有理数→实数
- 数的运算：运算法则和运算律
- 整式、分式、根式的识别和四则运算
- 乘法公式：平方差公式、完全平方公式
- 因式分解概念及常用方法
- 用代数式表示实际问题中的量

热点考向

- 实数及其相关概念的深刻理解
- 数与式的加、减、乘、除、乘方及混合运算
- 探索数字、式子规律问题

主要思想方法

- 运用数形结合思想理解实数相关概念
- 运用转化思想，借助公式及换元等方法，准确、高效地进行运算
- 观察、归纳、探索，解决规律探究题

方程与不等式

主要知识

- 方程的解、不等式的解集的概念
- 各类方程的解法
 - 一元一次方程
 - 一元二次方程
 - 分式方程
- 不等式及其解法：正确使用不等式的三条性质
- 方程组、不等式组的解法

热点考向

- 求方程及方程组的解
- 求不等式组的特殊解
- 一元二次方程根的判别式的使用

主要思想方法

- 利用方程、不等式解决各类社会生活实际问题，尤其是方案设计类问题
- 数形结合确定不等式的解集

主要思想方法

- 转化思想进行消元、降次、化分式方程为整式方程
- 运用数学知识解决实际问题的思想，初步体会数学建模的思想

函数

主要知识

- 平面直角坐标系
 - 点与坐标
 - 点与坐标
- 函数的三种表示方法：解析法、列表法、图象法
- 几种常见函数及其图象、性质
 - 正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数
- 平面直角坐标系的有关知识

热点考向

- 求函数自变量的取值范围、求函数值
- 待定系数法求函数解析式
- 分析常见函数的图象及性质，如：位置、走向、平移、顶点、对称轴等

主要思想方法

- 函数与方程的结合，尤其是二次函数与一元二次方程的综合运用
- 函数与几何图形、实际问题的综合
- 综合运用数学思想和方法分析问题、解决问题

主要思想方法

- 运用函数思想解决问题，进一步体会数学建模的思想

统计与概率

主要知识

- 各类统计图的制作
- 平均数、中位数、众数、方差、极差、标准差的概念及其反映的实际意义
- 概率的意义及求法

热点考向

- 选取合适的统计图表示数据，补充所给统计图
- 求统计量的值，并对实际问题做出适当的评价
- 通过画树状图、列表法，模拟实验的方式求事件概率

主要思想方法

- 判断游戏设计的公平性
- 从图表及贴近生活实际的素材中提取信息，应用数学思想解决实际问题
- 用样本估计总体的思想

空间图形与三角形

主要知识

- 平面图形：线段、角、相交线、平行线
- 点、线、面、体的关系
- 立体图形的展开图
- 三角形三边关系
- 等腰三角形三边合一
- 直角三角形勾股定理
- 判定特殊三角形的方法
- 三角形全等的判定及性质
- 三角形相似的判定及性质

热点考向

- 解直角三角形
- 锐角三角函数的概念
- 特殊角锐角三角函数值
- 解直角三角形的常用方法

主要思想方法

- 判别立体图形的展开图
- 在整个平面几何中广泛应用三角形内角和定理和平行线的性质
- 通过三角形全等、相似，解决角度、线段的计算或证明问题

主要思想方法

- 运用解直角三角形的方法，解决实际问题，如：长度、高度计算，方位角问题等
- 运用分类讨论思想，特别是涉及等腰三角形的问题
- 运用方程思想，根据定理所给的等量关系，列方程求解

主要思想方法

- 通过观察，运用归纳推理的思想方法，解决开放型、探究型问题

主要知识

- 内角和公式： $(n-2) \cdot 180^\circ$
- 外角和不变，始终为 360°
- 各类特殊四边形的性质和判定
- 三角形、四边形中位线定理

热点考向

- 求多边形边数、(内/外)角、对角线条数等问题
- 借助四边形的性质解决线段、角相等和求值等问题
- 借助定义及判定定理判定特殊四边形

主要思想方法

- 四边形折叠、点的移动问题
- 转化思想，将复杂图形分割、拼补为简单图形，从而将问题简化
- 运用方程思想，列方程求角度及线段长

主要知识

- 圆的有关性质：圆周角、圆心角、弧、弦等
- 与圆有关的位置关系，重点是直线和圆
- 圆的有关计算：正多边形各元素、弧长、扇形面积、圆锥面积等

热点考向

- 利用圆的有关性质证明与角、线段有关的几何问题
- 借助分割与转化的思想求阴影面积
- 综合运用圆、方程、函数、三角形等知识作为中考压轴题，题目形式不断出新

主要思想方法

- 当几何图形位置不确定时，解题时需全面考虑，分类讨论
- 运用逻辑推理能力解决综合性问题

主要知识

- 平移、旋转与对称图形的画法 and 性质
- 投影与视图
- 动手操作，通过图形变换设计图案
- 将基本图形进行变换，探索其新的性质
- 立体图形投影及三视图的识别

热点考向

- 借助空间想象能力，画出变换后的图形，帮助解题

主要思想方法

-

主要知识

-

热点考向

-

主要思想方法

-

告诉中学生朋友

一、图析考点有哪些优势?

一般来说,善于学习的人归纳总结的能力也很强。要想在学习上有更深入的思考 and 理解,就要学会把看似分散的知识点连成线、结成网,使学到的知识系统化、规律化、结构化。

图析考点,强调系统化、网络化的思维模式,不但强调考点之间的内在结构,而且更加注重考命题时考点之间表现出来的更深层次的综合联系和逻辑关系。

考点图析化的力量是强大的,知识联合起来的力量决不是个体力量的简单叠加,而是成几何级数增长的,这正是提高学习效率的关键。

二、图析考点的科学依据是什么?

图析考点,并不是简单画出知识结构图,而是运用了思维导图的学习工具,将最科学、最先进的学习方法贯穿其中,使学习知识的效率大大提高。

思维导图,又叫心智图,是表达发散性思维的有效图形思维工具。思维导图运用图文并重的技巧,把各级主题的关系用相互隶属与相关作用的层级图表现出来,把主题关键词与图像、颜色等建立记忆链接。思维导图充分运用左右脑的机能,开启人类大脑的无限潜能。

• 思维导图是一种革命性的思维工具,简单却又极其有效,被誉为21世纪全球性的思维工具。

图析考点正是在充分运用思维导图的基础上,结合教学实际和考试要求,深层次描绘出学生知识学习和能力提高的逻辑图,使知识学习过程中的技能、方法、规律更加清晰。

三、使用本书注意哪些问题?

我们组织一线的教学专家,精心编写了这套丛书,希望帮助同学们在学习方法和学习知识的深度和广度上,有一个根本的改变和提高。

图析考点,并不是全新的陌生的学习方式,其实我们在平时的学习中自觉不自觉地应用着。比如,学习完一章的内容,我们就会在头脑中形成这一章的知识结构图。我们学习的知识,只有在脑海中形成了这样的结构图,才是系统的、有序的、不容易被遗忘的,也才能真正变成我们自己的东西,在考试的时候,才能自如地运用。

使用本书时,请同学们特别注意以下事项:

1. 针对基础知识思维导图,查缺补漏,找出自己的薄弱环节加以巩固,使自己的知识框架变得完整、清晰。

2. 通过考点思维导图的学习,要对与这一考点有关的各种主要题型有一个清晰的掌握。找出哪一类题型还是自己不熟悉的,哪一个思维分支还是自己没有深度挖掘的。

3. 通过思维导图的学习,要将所学过的所有经典方法、技能和规律总结进去,将所有的经典习题与思维导图的分支建立起联系,构建一个不宜遗忘的最科学的知识构架。

4. 每个人的学习方式不同,知识水平也有差异。通过查缺补漏,通过将所学的好方法和好习题的归纳整理、对号入座,最后一定要将本书中的思维导图翻译成自己的思维导图。这一点至关重要。

我们在书中不但描绘出了所学知识的“基础知识思维导图”,还精心勾画出“考点思维导图”,就是帮助大家,从更加纵深、更加广博的角度来审视和学习知识,使所学的知识在大脑中真正扎根、真正融会贯通、运用自如。

在教学实验过程中,借助思维导图的学习,参与实验的同学们大大缩短了知识的学习时间,知识的学习变得更加系统和清晰,知识记忆得更加长久。同学们通过自己勾画思维导图,能够多角度全方位地进行思考,极大地调动了学习的积极性和学习的兴趣,使学习变得更加主动。我们也衷心地希望使用本书的同学们能够在学习上有了自己独特的感受和提,使学习变得更加轻松和高效。

Contents

目 录

第一章 有理数 (1)

第一节 有理数及其相关概念 (1)

第二节 有理数的运算 (6)

第三节 近似数、有效数字与科学记数法 (12)

有理数专题 (15)

第二章 整式的加减 (20)

第一节 整式及其相关概念 (20)

第二节 整式的加减 (24)

整式的加减专题 (28)

第三章 一元一次方程 (31)

第一节 一元一次方程的概念及其解法 (31)

第二节 一元一次方程的应用 (36)

一元一次方程专题 (42)

第四章 图形的初步认识 (46)

第一节 多姿多彩的图形 (46)

第二节 直线、射线、线段 (53)

第三节 角的概念与运算 (58)

第四节 相交线与平行线 (63)

图形的初步认识专题 (70)

第五章 二元一次方程组 (74)

第一节 二元一次方程组及其解法 (74)

第二节 实际问题与二元一次方程组 (79)

二元一次方程组专题 (85)

第六章 不等式与不等式组 (89)

第一节 一元一次不等式(组)及其解法 (89)

第二节 实际问题与一元一次不等式(组) ... (95)

不等式与不等式组专题 (100)

第七章 二次根式 (103)

第一节 数的开方 (103)

第二节 实数 (106)

第三节 二次根式 (112)

二次根式专题 (120)

第八章 整式的乘除与因式分解 ... (123)

第一节 整式的乘法 (123)

第二节 因式分解 (129)

整式的乘除与因式分解专题 (134)

第九章 三角形 (137)

第一节 与三角形有关的线段 (137)

第二节 与三角形有关的角 (142)

第三节 全等三角形 (147)

第四节 直角三角形 (153)

第五节 等腰三角形 (158)

三角形专题 (164)

第十章 分式 (169)

第一节 分式基本知识 (169)

第二节 分式的运算 (173)

第三节 分式方程 (179)

分式专题 (185)

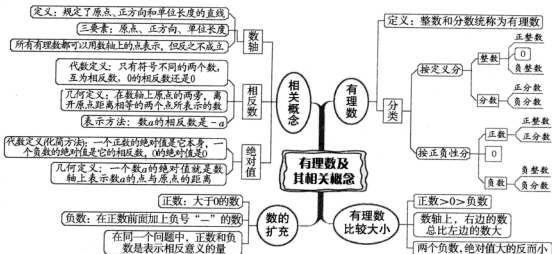
Contents

第十一章 函数及其图象	(189)	第十五章 二次函数	(314)
第一节 平面直角坐标系	(189)	第一节 二次函数	(314)
第二节 变量与函数	(197)	第二节 二次函数的有关应用	(320)
第三节 一次函数	(205)	二次函数专题	(327)
第四节 反比例函数	(214)	第十六章 图形的相似	(334)
函数及其图象专题	(221)	第一节 相似形的性质及判定	(334)
第十二章 四边形	(228)	第二节 相似形的应用及位似图形	(341)
第一节 多边形及其内角和	(228)	图形的相似专题	(350)
第二节 平行四边形	(233)	第十七章 锐角三角函数	(357)
第三节 特殊的平行四边形	(239)	第一节 锐角三角函数的概念	(357)
第四节 梯形	(247)	第二节 解直角三角形	(363)
四边形专题	(256)	锐角三角函数专题	(372)
第十三章 一元二次方程	(263)	第十八章 图形的变换	(379)
第一节 一元二次方程的概念及其解法	(263)	第一节 平面图形的全等变换	(379)
第二节 一元二次方程的应用	(268)	第二节 投影与视图	(386)
一元二次方程专题	(276)	图形的变换专题	(391)
第十四章 圆	(281)	第十九章 统计与概率	(397)
第一节 圆的概念及性质	(281)	第一节 统计的初步知识	(397)
第二节 与圆有关的位置关系	(290)	第二节 概率	(406)
第三节 与圆有关的计算	(299)	统计与概率专题	(411)
圆专题	(308)		

第一章 有理数

第一节 有理数及其相关概念

I. 基础知识思维导图



生活中存在很多具有相反意义的量，比如：增大与减小，上升与下降，向左与向右等，为了能够使数学与实践更好地结合，我们便引出了正数与负数的概念，借助数轴引入相反数和绝对值的概念，体现了数形结合的数学思想方法。本节基本概念较多，要牢固掌握。

II. 重点难点突破

一、数的扩充

1. 用正、负数表示实际问题中具有相反意义的量，而相反意义的量包括两个要素：一是它们的意义相反，二是它们都是数量，而且是同类数量。若规定正数表示某种意义，则负数表示与它相反的意义。

2. 对于正数和负数的概念，不能简单地理解为带“+”号的数是正数，带“-”号的数是负数。对于判断“- a 表示什么样的数”需分类讨论。

二、相关概念

1. 数轴的定义中包含三层含义：

一是说数轴是一条直线，两端可以无限延伸；二是说数轴具有三要素：原点、正方向和单位长度；三是说原点的选定、正方向的取向、单位长度的大小都要根据需要进行“规定”，通常，习惯取向右为正方向。

2. 画数轴的步骤：

(1)画直线；(2)取原点；(3)定正方向；(4)选取单位长度。

3. 有理数与数轴的关系：

正有理数可以用原点右边的点表示，负有理数可以用原点左边的点表示，0用原点表示，故所有的有理数都可以用数轴上的点表示出来。反过来，不能说数轴上的所有点都表示有理数(实际上，数轴上还可以表示我们暂时并不了解的无理数)。

4. 相反数的意义： a 的相反数是 $-a$ 。

(1)任何有理数都有唯一的相反数；

(2)求一个数的相反数，只要在这个数的前面加“-”号即可，当然，必要时要进行化简；

(3)求一个式子的相反数，要注意原式作为整体加括号，如 $a+b$ 的相反数是 $-(a+b)$ 。

5. 绝对值的性质：

(1)除0外，绝对值为一正数的数有两个，它们互为

相反数:

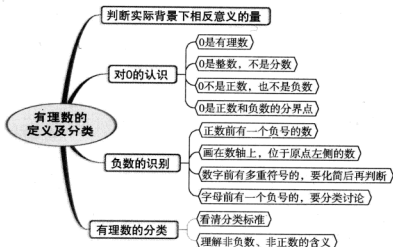
- (2)互为相反数的两数(除0外)的绝对值相等;
- (3)任何数的绝对值总是非负数,即 $|a| \geq 0$.
- 6.有理数比较大小的法则:
 - (1)利用数轴比较大小:在数轴上表示的两个数,右

边的数总比左边的数大.故在数轴上标出各数之后,它们的大小便一目了然了.

(2)学习了绝对值后,完善了有理数大小的比较法则:正数都大于0,负数都小于0,正数大于一切负数,两个负数,绝对值大的反而小.

考点思维导图

考点1——有理数的定义及分类



● 思维导图例解

1. 判断相反意义的量

例1 (2009·四川内江)汽车向东行驶5千米记作5千米,那么汽车向西行驶5千米记作()

- A. 5千米 B. -5千米
C. 10千米 D. 0千米

解答:向东行驶的量用正数表示,则向西行驶的量用负数表示,应选B项.

解题提示:表示具有相反意义的量是正负数最直接的重要应用.一般情况下,规定“向上、前进、购进、零摄氏度以上”等具有向上趋势的量为正,规定“向下、后退、卖出、零摄氏度以下”等具有向下趋势的量为负.

2. 对0的认识

例2 关于数0有下列的说法:①是整数,也是有理数;②不是正数,也不是负数;③不是整数,是有理数;④是整数,不是正数.其中正确的是_____.

解答:①②④

解题提示:0既不是正数也不是负数,但0是整数.

3. 负数的识别

例3 在 $0, -1.3, \frac{1}{2}, -0.1, -(-2\frac{1}{4}), -a$ (a 是任意有理数)中,负数的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解答:只有-1和-0.1是负数, $-(-2\frac{1}{4})$ 化简后为 $2\frac{1}{4}$,是正数; $-a$ 分类讨论,可以是正数或零或负数,应选B项.

解题提示:对于正数和负数的概念,不能简单地理解为带“+”号的数是正数,带“-”号的数是负数.如本题的 $-a$,则应分类讨论.

4. 有理数的分类

例4 把下列各数分别填入下列括号里:

$0.3, -3.14, 28, -100, 1\frac{1}{3}, -\frac{7}{8}, -8, 102, \frac{11}{3},$

$-137, 32\%, -2\frac{2}{3}, 2.78, -0.01, 0.$

- (1)正整数集合{ };
(2)负分数集合{ };

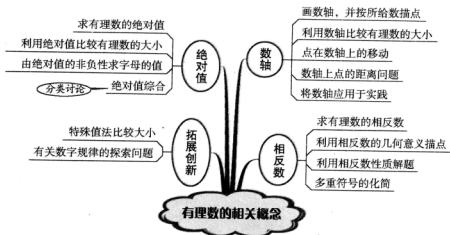
- (3) 正有理数集合{ ... };
 (4) 负整数集合{ ... };
 (5) 非正的整数集合{ ... }.

解答: (1) 28, 102; (2) -3.14 , $-\frac{7}{8}$, $-2\frac{2}{3}$, -0.01 ; (3) 0.3 , 28 , $1\frac{1}{3}$, 102 , $\frac{11}{3}$, 32% , 2.78 ;

- (4) -100 , -8 , -137 ; (5) -100 , -8 , -137 , 0 .

解题提示: 此类问题, 首先要看清每个集合的名称, 将符合此集合的有理数填入集合中, 注意做到不重不漏. 其次要准确理解非正数集合(负数集合+零)和非负数集合(正数集合+零).

考点2——有理数的相关概念



● 思维导图例解

1. 数轴

例5 画出数轴, 并在数轴上画出表示下列各数的点, 再按从小到大的顺序排列下列各数.

0.5 , -2 , $\frac{10}{3}$, 0 , -2.7 , $\frac{1}{5}$.

解答: 如图 1-1-1 所示.

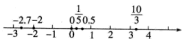


图 1-1-1

从小到大排列是: $-2.7 < -2 < 0 < \frac{1}{5} < 0.5 < \frac{10}{3}$.

解题提示: 牢记数轴的三要素: 原点、正方向、单位长度. 借助数轴将这些数表示出来, 运用“右边的数大于左边的数”进行比较.

例6 (2009·湖北襄樊) A 为数轴上表示 -1 的点, 将 A 点沿数轴向左移动 2 个单位长度到 B 点, 则 B 点所表示的数为 ()

- A. -3 B. 3 C. 1 D. 1 或 -3

解答: 从表示 -1 的点开始, 向左移动 2 个单位长度, 即得到数字 -3 . 应选 A 项.

解题提示: “数形结合”思想方法的应用. 解题时要弄清移动方向和移动距离, 当移动方向不明确时, 应就方向进行分类讨论.

例7 在数轴上, 与表示 -1 的点距离为 3 的点所表示的数是_____.

解答: 要注意“分类讨论”思想方法的应用. 应填 2 或 -4 .

解题提示: 在数轴上只要说与某一点的距离为 a ($a > 0$) 的点, 肯定有两个点满足条件, 分别在此点两旁.

例8 如图 1-1-2, 一辆货车从超市出发, 向东走了 3 千米到达小彬家, 继续走了 1.5 千米到达小颖家, 又向西走了 9.5 千米到达小明家, 最后回到超市.



图 1-1-2

(1) 以超市为原点, 以向东的方向为正方向, 用 1 个单位长度表示 1 千米, 你能在数轴上表示出小明家、小彬家和小颖家的位置吗?

(2) 小明家距小彬家多远?

(3) 货车一共行驶了多少千米?

解答: (1) 略; (2) 8 千米; (3) 19 千米.

解题提示: ①从实际背景中找出数轴三要素, 正确画出数轴; ②根据实际需要, “规定”单位长度; ③把实际问题抽象为数学问题, 进而运用数轴上点的平移和距离解决问题.

2. 相反数

例 9 (2009·北京) 7 的相反数是 ()

A. $\frac{1}{7}$ B. 7 C. $-\frac{1}{7}$ D. -7

解答: D

解题提示: 数 a 的相反数是 $-a$.

例 10 已知 a, b 在数轴上的位置如图 1-1-3 所示.

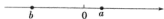


图 1-1-3

(1) 在数轴上作出它们的相反数; (2) 用“ $<$ ”将这四个数连接起来.

解答: (1) 如图 1-1-4 所示; (2) $b < -a < a < -b$.

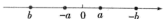


图 1-1-4

解题提示: 互为相反数的两个数, 在数轴上对应的点应位于原点两侧, 且到原点的距离相等, 此两点关于原点对称.

例 11 (2008·河北) 若 m, n 互为相反数, 则 $5m + 5n - 5 =$ _____.

解答: 互为相反数的两个数的和为 0, 故 $5m + 5n - 5 = 5(m+n) - 5 = -5$, 应填 -5.

例 12 判断一下, 下列化简错误的是 ()

A. $-(-3) = 3$
B. $+(-3) = -3$
C. $-[+(-3)] = -3$
D. $+[-+(-3)] = 3$

解答: C

解题提示: 多重符号化简规律: 奇负偶正. 化简方法: “+”号的个数不影响化简的结果, 可以直接省略; “-”号的个数决定最后的化简结果, 若一个数的前面有偶数个“-”号, 其结果为正; 若一个数的前面有奇数个“-”号, 其结果为负, 即“奇负偶正”.

3. 绝对值

例 13 (2009·黑龙江齐齐哈尔) $-\frac{1}{7}$ 的绝对值是 ()

A. $\frac{1}{7}$ B. $-\frac{1}{7}$
C. 7 D. -7

解答: A

解题提示: 求一个数的绝对值, 关键在于判断要求绝对值的数是正数、负数还是 0, 再根据绝对值的性质, 求出准确答案.

例 14 比较大小:

$-3\frac{1}{3}$ _____ -3.3 ; $-|-2.7|$ _____ $-2\frac{2}{3}$;
 $|- \frac{1}{2}|$ _____ $|- \frac{1}{3}|$; $-|-2|$ _____ $-(-2)$.

解答: $<$ $<$ $>$ $<$

解题提示: 能化简的先化简. 当两个负数比较大小时, 切记“绝对值大的数反而小”. 本题也可借助数轴比较大小.

例 15 (2007·北京) 若 $|m+2| + (n-1)^2 = 0$, 则 $m+2n$ 的值为 ()

A. -4 B. -1
C. 0 D. 4

解答: C

解题提示: 几个非负数的和为 0, 则这几个非负数都为 0. 即若 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$,

且 $a+b+c=0$, 则必有 $a=b=c=0$.

例 16 已知 $|a|=20, |b|=9$, 且 $a < b$, 求 a, b 的值.

解答: $\because |a|=20, \therefore a=\pm 20. \because |b|=9, \therefore b=\pm 9.$
 $\because a < b$, 且 $-20 < 9, -20 < -9, \therefore a$ 的值为 $-20, b$

的值为 9 或 -9 .

解题提示: 一般情况下, 知道某数的绝对值, 求某数的值, 应进行分类讨论. 如果它的绝对值是零, 则只有一种情况.

4. 拓展创新

例 17 设 a 是大于 1 的实数, 若 $a, \frac{a+2}{3}, \frac{2a+1}{3}$ 在数轴上对应的点分别记作 A、B、C, 则 A、B、C 三点在数轴上自左至右的顺序是 ()

A. C、B、A B. B、C、A
C. A、B、C D. C、A、B

解答: 可给 a 赋予特殊值, 分别代入, 求值.

如令 $a=2$, 则 A、B、C 三点的值分别为:

$$a=2, \frac{a+2}{3} = \frac{2+2}{3} = \frac{4}{3}, \frac{2a+1}{3} = \frac{2 \times 2 + 1}{3} = \frac{5}{3}.$$

$$\text{由于 } \frac{4}{3} < \frac{5}{3} < 2, \text{ 所以 } \frac{a+2}{3} < \frac{2a+1}{3} < a.$$

所以自左至右三点的顺序应为 $B < C < A$. 故选 B 项.

解题提示: 此题考查数形结合的能力及特殊值法的应用.

例 18 (2009·广西南宁) 正整数按图 1-1-5 的规律排列. 请写出第 20 行, 第 21 列的数字 _____.

	第一列	第二列	第三列	第四列	第五列
第一行	1	2	5	10	17
第二行	4	3	6	11	18
第三行	9	8	7	12	19
第四行	16	15	14	13	20
第五行	25	24	23	22	21

图 1-1-5

同步检测

解答:观察第1行,第2列的数字是 $2=1\times 2$,第2行第3列的数字是 $6=2\times 3$,第3行第4列的数字是 $12=3\times 4$,以此类推,则第20行,第21列的数字是 $20\times 21=420$,应填420.

解题提示:探索规律时,要对给出的所有数进行认真分析,才能准确反映出这些数的特征,从而找出规律,解决问题.

1. (2008·湖北宜昌)若火箭发射点火前5秒记为-5秒,那么火箭发射点火后10秒应记为 ()

A. -10秒 B. -5秒
C. +5秒 D. +10秒

2. (2009·山东烟台) $|-3|$ 的相反数是 ()

A. 3 B. -3
C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

3. (2007·湖北武汉)下表是我国几个城市某年1月份的平均气温,其中气温最低的城市是 ()

城市	北京	武汉	广州	哈尔滨
平均气温($^{\circ}\text{C}$)	-4.6	3.8	13.1	-19.4

A. 北京 B. 武汉
C. 广州 D. 哈尔滨

4. (2009·浙江温州)在0,1,-2,-3.5这四个数中,是负整数的是 ()

A. 0 B. 1
C. -2 D. -3.5

5. (2008·福建福州)实数 a, b 在数轴上的位置如图1-1-6所示,下列各式正确的是 ()



图 1-1-6

A. $a > 0$ B. $b < 0$
C. $a > b$ D. $a < b$

6. 绝对值不大于3的非负整数有 ()

A. 7个 B. 5个
C. 4个 D. 3个

7. 若 $|a-3| + |b-\frac{5}{3}| + |3c-1| = 0$, 则 $2a-(b+c)$ 的值为 ()

A. 1 B. $4\frac{2}{3}$
C. $-4\frac{2}{3}$ D. 4

8. 七(3)班数学兴趣小组在一次数学智力大比拼中

的平均分数为90分,张红得了85分,记作-5分,则小明同学得92分,可记作____分,李聪得了90分,可记作____分,程佳被记作+8分,表示_____.

9. (2007·湖南长沙)请写出一对互为相反数的数:_____和_____.

10. 古希腊数学家把数1,3,6,10,15,21,...,叫做三角形数,它有一定的规律性.则第24个三角形数与第22个三角形数的差为_____.

11. 数轴上的点A、B、C、D分别表示-3, $-1\frac{1}{2}$, 0,

- 4, 请解决下列问题:

(1)在数轴上描出A、B、C、D四个点.

(2)B、C两点间的距离是多少? A、D两点间的距离是多少?

(3)现在把数轴的原点取在点B处,其余都不变,那么点A、B、C、D表示的数分别是多少?

12. 计算:(1) $| -(-2) | - (- | -\frac{1}{2} |)$;

(2) $-|-25| \div (-\frac{1}{2}) \times (+\frac{1}{5})$.

13. 已知 $a > 0, b < 0, |b| > |a|$, 试把 $a, -a, b, -b$ 四个数用“<”号连接起来.

参考答案

1.D 2.B 3.D 4.C 5.D

6.C 【解析】不大于即表示小于或等于,绝对值小于或等于3的整数有 $\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$,取其中的非负整数,即正整数或0,则有0,1,2,3.

7.D 8.+2 0 程住得98分

9.1 -1(答案不唯一)

10.47 【解析】观察1,3,6,10,15,...这列数,将它们分解,发现

$$1=1,$$

$$3=1+2,$$

$$6=1+2+3,$$

$$10=1+2+3+4,$$

$$15=1+2+3+4+5,$$

.....

第 n 个三角形数可以分解成1到 n 的自然数的和,于是第

22个三角形数为 $1+2+3+\cdots+21+22=253$,第24个三角形数为 $1+2+3+\cdots+23+24=300$,故 $300-253=47$.

11.(1)如图1-1-7所示.

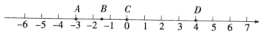


图1-1-7

(2)B,C两点间的距离是1.5个单位长度,A,D两点间的距离是7个单位长度.

(3)A表示-1.5,B表示0,C表示1.5,D表示5.5.

12.(1) $2\frac{1}{2}$ (2)-1013. $b < -a < a < -b$

【解析】可借助数轴,找到两数的位置,再根据对称性找出它们相反数的位置,根据数轴上右边的数大于左边的数,确定各数的大小.

第二节 有理数的运算

基础知识思维导图

(图见下页)

有理数运算在初中数学、高中数学以及其他学科的学习中,都是必不可少的,因此必须打下牢固基础.在学习时,应以概念理解为前提,以大量习题训练为手段,以熟练准确计算为目的.

重点难点突破

一、有理数运算的补充说明

1.多个有理数相加的思维顺序:

(1)先观察题目中有没有互为相反数的两个数,若有,应结合在一起;

(2)再观察题目中有没有能凑整(如整十、整百)的数,若有,应把它们分别结合在一起;

(3)接着观察题目中有没有同分母的分数或者容易通分的分数,若有,应结合在一起;

(4)最后再考虑将正数与正数、负数与负数分别结合在一起,然后分别相加.

2.两数差的符号的确定:

(1)较大的数减较小的数差为正数;

(2)较小的数减较大的数差为负数;

(3)若两数相等,差为0.

3.有理数乘法的步骤:第一步是确定积的符号;第二步是求出积的绝对值.

几个有理数相乘,只要有一个数是0,则乘积为0.

几个不为0的有理数相乘,积的符号由负因数的个数决定:当负因数的个数为奇数时,积为负;当负因数的个数为偶数时,积为正.

4.灵活运用运算律,简化运算,提高计算速度.

使用交换律交换加数位置时,要连同前面的符号一起交换;

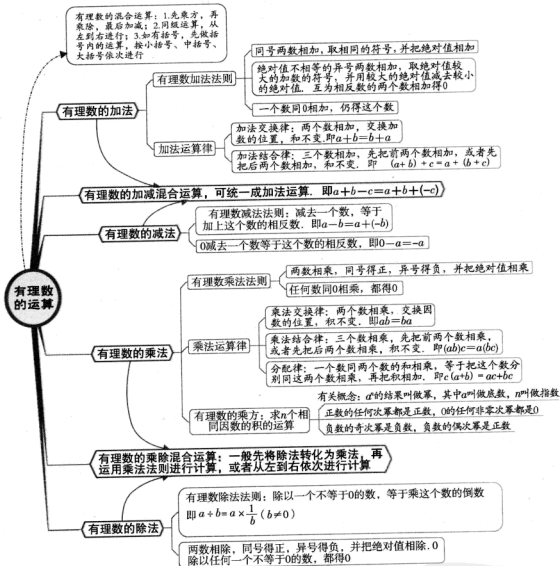
分配律也可以逆用,从而使运算简便,即 $ab+ac=a(b+c)$.

二、代数和

把加减混合运算统一写成加法的式子叫做代数和.为了书写简便,在代数和里可以把加号及括号省略不写(保留正号).

三、有理数倒数的概念

$a \cdot b = 1 \Leftrightarrow a, b$ 互为倒数; $a \cdot b = -1 \Leftrightarrow a, b$ 互为负倒数.



考点思维导图

考点1——有理数四则运算

(图见下页)

● 思维导图例解

1. 常规计算题

例1 (2006·江西南昌)下列四个运算中,结果最小的是 ()

A. $1+(-2)$

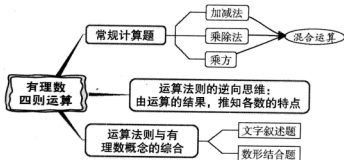
B. $1-(-2)$

C. $1 \times (-2)$

D. $1 \div (-2)$

解答: C

解题提示: 本题有理数加减乘除运算均有涉及,运算的关键是要确定结果的符号,比较大小的方法可以参



照上节中的绝对值或数轴的应用.

例2 计算： $(1) - (-5\frac{5}{6}) - (+4\frac{3}{7}) - 2\frac{1}{6} - (+6\frac{11}{21})$;

$(2) 1 - 3\frac{1}{11} \div \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \div \frac{34}{11}$;

$(3) -7^2 + 2 \times (-3)^2 + (-6) \div (-\frac{1}{3})^2$.

解答： $(1) -7\frac{2}{7}$; $(2) \frac{7}{16}$; $(3) -85$.

解题提示：①在运用有理数减法法则时要注意两变：一是减法变加法，二是减数变成其相反数；②一般地，做有理数乘法时，把带分数化成假分数、小数化成分数计算，能简化运算；③多个有理数相乘，解答的关键是，先定积的符号，再定积的绝对值；④对于复杂的有理数混合运算，建议遵循“观察—思考—运算—检查”的步骤进行。

2. 运算法则的逆向思维

例3 如果 $a+b+c < 0$ ，那么 ()

- A. 三个数中最少有两个负数
- B. 三个数中有且只有一个负数
- C. 三个数中最少有一个负数
- D. 三个数中两个是正数或者两个是负数

解答：C

解题提示：可举具体的例子来判断。

例4 $(-m)^{101} > 0$ ，则一定有 ()

- A. $m > 0$
- B. $m < 0$

C. $m = 0$

D. 以上都不对

解答：B

解题提示：正数的任何次幂都是正数。

3. 运算法则与有理数概念的综合

例5 (2009·山东威海)实数 a, b 在数轴上的位置如图1-2-1所示，则下列结论正确的是 ()

- A. $a+b > 0$
- B. $a-b > 0$
- C. $a \cdot b > 0$
- D. $\frac{a}{b} > 0$

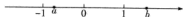


图1-2-1

解答：由数轴可得，数 a 为负且绝对值小于1，数 b 为正且绝对值大于1，则两数和为正，差为负，积为负，商为负，应选A项。

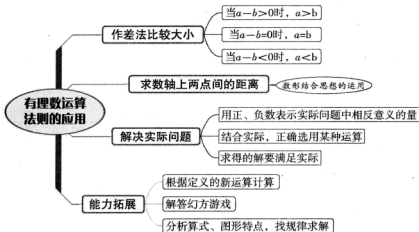
解题提示：遇到有字母的题目，首先要根据数轴确定字母所表示的数的意义，再应用法则进行判断。要想准确地判断，也可以选取符合要求的一个具体的数代入计算，即用特殊值法。

例6 $-7\frac{1}{3}$ 的绝对值与 $5\frac{1}{2}$ 的相反数的和是

解答： $1\frac{5}{6}$

解题提示：将文字叙述转化为数学符号，转化过程中满足“先读先写”的原则，这也是今后列代数式的基础。

考点2——有理数运算法则的应用



● 思维导图例解

1. 作差法比较大

例7 试用减法比较下列每组数的大小:

$$(1) -8\frac{1}{4} \text{ 与 } -8.26; (2) -2\frac{2}{3} \text{ 与 } 1\frac{1}{3}.$$

解答: (1) $(-8\frac{1}{4}) - (-8.26) = -8.25 + 8.26 =$

$$0.01 > 0, \therefore -8\frac{1}{4} > -8.26.$$

$$(2) \because (-2\frac{2}{3}) - 1\frac{1}{3} = -4 < 0, \therefore -2\frac{2}{3} < 1\frac{1}{3}.$$

解题提示: 纵观有理数一章, 比较大小可以用数轴、绝对值, 也可以用减法, 本例是用作差法.

2. 求数轴上两点间的距离

例8 (2009·山西太原) 在数轴上表示-2的点离原点的距离等于 ()

- A. 2 B. -2
C. ± 2 D. 4

解答: 由题意得, $|-2-0| = |-2| = 2$, 应选 A 项.

解题提示: 此题求“距离”, 即求两数差的绝对值, 但对于两数中, 谁作减数, 谁作被减数没有限制.

3. 解决实际问题

例9 (2007·云南) 据国家税务总局通知, 从2007年1月1日起, 个人年所得12万元(含12万元)以上的个人需办理自行纳税申报. 小张和小赵都是某公司职员, 两人在业余时间炒股. 小张2007年转让沪市股票3次, 分别获得收益8万元、1.5万元、-5万元; 小赵2007年转让深市股票5次, 分别获得收益-2万元、2万元、-6万元、1万元、4万元. 小张2007年所得工资为8万元, 小赵2007年所得工资为9万元. 现请你判

断: 小张、小赵在2007年的个人年所得是否需要向有关税务部门办理自行纳税申报并说明理由.

(注: 个人年所得=年工资(薪金)+年财产转让所得. 股票转让属“财产转让”, 股票转让所得盈亏相抵后为负数的, 则财产转让所得部分按零“填报”)

解答: 小张需要办理自行纳税申报, 小赵不需要办理自行纳税申报.

理由: 设小张股票转让总收益为 x 万元, 小赵股票转让总收益为 y 万元, 小张个人年所得为 W_1 万元, 小赵个人年所得为 W_2 万元.

$$\text{则 } x = 8 + 1.5 - 5 = 4.5,$$

$$y = -2 + 2 - 6 + 1 + 4 = -1 < 0.$$

$$\therefore W_1 = 8 + 4.5 = 12.5 \text{ (万元)},$$

$$W_2 = 9 + 0 = 9 \text{ (万元)}.$$

$$\because W_1 = 12.5 \text{ 万元} > 12 \text{ 万元},$$

$$W_2 = 9 \text{ 万元} < 12 \text{ 万元}.$$

$\therefore$ 根据规定小张需要办理自行纳税申报, 小赵不需要申报.

解题提示: 考查阅读、理解题目信息的能力及运用所学知识解决实际问题.

4. 能力拓展

例10 (2009·湖北荆门) 定义 $a \otimes b = a^2 - b$, 则 $(1 \otimes 2) \otimes 3 =$ _____.

解答: 根据新运算, 有 $(1 \otimes 2) \otimes 3 = (1^2 - 2) \otimes 3 = (-1) \otimes 3 = (-1)^2 - 3 = -2$, 应填 -2.

解题提示: 仿照新运算的步骤, 代入所给数字, 有括号的先计算括号内的.

例11 将-4、-3、-2、-1、0、1、2、3、4这9个数