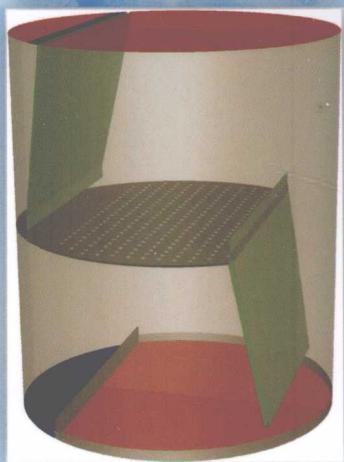




全国普通高等院校工科化学规划精品教材



# 化工原理 实验

HUAGONG YUANLI  
SHIYAN

# 化工原理实验

主编 杜长海

副主编 徐冬梅 刘慧君 王运华  
孙德 张桂英

华中科技大学出版社  
中国·武汉

## 内 容 提 要

本书为全国普通高等院校工科化学规划精品教材,由长春工业大学、山东科技大学、南华大学、石河子大学等多所院校长期工作在教学第一线的教师,根据多年教学实践,参考国内外同类教材编写而成。全书分四大部分,包括实验基础知识、化工基础实验、演示性实验、研究创新型实验。

本书可作为普通高等院校化工类及相关专业本科生化工原理实验教材或参考教材,也可供从事化学、化工、环境、制药、生物、食品、材料等专业工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

化工原理实验/杜长海 主编. —武汉:华中科技大学出版社,2010.8  
ISBN 978-7-5609-6191-0

I . 化… II . 杜… III . 化工原理·实验·高等学校·教材 IV . TQ02-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 080763 号

### 化工原理实验

杜长海 主编

责任编辑: 张鑫锐

封面设计: 秦茹

责任校对: 史燕丽

责任监印: 周治超

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编: 430074 电话: (027)87557437

录 排: 华中科技大学惠友文印中心

印 刷: 湖北万隆印务有限公司

开 本: 710mm×1000mm 1/16

印 张: 10.75

字 数: 218 千字

版 次: 2010 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

定 价: 16.80 元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换  
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务  
版权所有 侵权必究

# 全国普通高等院校工科化学规划精品教材

## 编 委 会

### 主任

吴元欣 武汉工程大学校长,化学工程与工艺专业教学指导分委员会委员  
孙兆林 辽宁石油化工大学校长,化学类专业教学指导分委员会委员  
郑旭煦 重庆工商大学副校长,制药工程专业教学指导分委员会委员

### 副主任

程功臻 武汉大学教授,化学类专业教学指导分委员会委员  
代 炎 石河子大学教授,化学类专业教学指导分委员会委员  
刁国旺 扬州大学教授,化学基础课程教学指导分委员会委员  
樊 君 西北大学教授,制药工程专业教学指导分委员会委员  
马万勇 山东轻工业学院教授,化学基础课程教学指导分委员会委员  
杨亚江 华中科技大学教授,化学工程与工艺专业教学指导分委员会委员  
张 琦 武汉工程大学教授,制药工程专业教学指导分委员会委员

### 编 委(按姓氏拼音排序)

蔡定建	江西理工大学	聂长明	南华大学
车振明	西华大学	庞素娟	海南大学
池永庆	太原科技大学	邱凤仙	江苏大学
丁一刚	武汉工程大学	宋欣荣	湖南工程学院
傅 敏	重庆工商大学	王金华	湖北工业大学
贡长生	武汉工程大学	许培援	郑州轻工业学院
郭书好	暨南大学	姚国胜	常州工学院
胡立新	湖北工业大学	易 兵	湖南工程学院
李炳奇	石河子大学	尹建军	兰州理工大学
李东风	长春工业大学	张光华	陕西科技大学
李 华	郑州大学	张金生	辽宁石油化工大学
李宪臻	大连轻工业学院	张 龙	长春工业大学
李再峰	青岛科技大学	郑燕升	广西工学院
李忠铭	江汉大学	钟国清	西南科技大学
林树坤	福州大学	周梅村	昆明理工大学
刘 彬	黄石理工学院	周仕学	山东科技大学
刘志国	武汉工业学院		

## 前　　言

化工原理实验是化工类专业的化工基础实验课。作为一门重要的实践性课程,其任务是培养学生掌握基础化工实验的实验研究方法及实验技术。具体来说,本课程应达到以下几个方面的教学要求。

(1) 在学习化工原理课程的基础上,进一步了解和掌握一些比较典型的已被或将被广泛应用的化工过程与设备的原理和操作。

(2) 进行化工实验基本技能的训练,学习化工实验的基本方法和测量技术,提高动手能力和从事化工科学实验研究的能力。

(3) 培养理论联系实际的学风,运用所学的化工原理等化工基础理论知识,去解决在实验中遇到的各种问题,并且学习如何通过实验获得新的知识和信息。

(4) 培养学生观察问题、分析问题、解决问题的能力以及团队合作精神。

(5) 培养学生实事求是的科学作风和科学的思维方法、科学态度。

(6) 培养学生独立思考能力、独立工作能力和创新能力。

本书内容共分为四大部分。

第一部分为实验基础知识,包括工程实验研究方法论、化工原理实验基本要求、实验误差分析及数据处理、常用化工实验参数的测量仪表与测量方法。

第二部分为化工基础实验,以化工单元操作实验研究中常用的基础实验技术为主要内容,共选择了十一个实验,分别为流体流动阻力实验、流量计性能测定实验、离心泵性能测定实验、过滤实验、搅拌实验、传热实验、精馏实验、吸收实验、干燥实验、液-液萃取实验、二元气液相平衡数据测定实验。这些实验以配合化工原理课程教学,训练学生基本实验技术和技能为目的,使学生加深对所学理论知识的理解,同时注重培养学生工程意识和团队合作精神。

第三部分为演示性实验,包括伯努利方程实验、雷诺实验、旋风分离器实验、电除尘实验、热边界层实验及筛板塔演示实验,以供学生观察相关实验现象,加深对相关原理的理解。

第四部分为研究创新型实验,分别为反应精馏实验、超临界萃取实验、膜分离实验、分子蒸馏实验。本部分实验内容为化工新型分离技术,以扩大学生知识面、启发创新意识为目的来培养学生创新能力,可供有科研兴趣的同学选做。

本书内容强调实践性,注重工程观点,做到“四个结合”:验证化工原理基本理论与掌握实验研究方法,提高分析和解决问题的能力相结合;单一验证性实验与综合性、设计性实验,培养学生综合处理问题的能力相结合;传统的与现代的实验方法相结合;完成实验教学基本内容与拓宽加深实验教学内容和方法,培养创新意

识、创新能力相结合。

本书由长春工业大学、山东科技大学、南华大学、石河子大学等院校老师共同编写,长春工业大学杜长海主编。各部分编写分工如下:第一部分中第1章工程实验研究方法论、第2章化工原理实验基本要求,由长春工业大学孙德编写;第3章实验误差分析及数据处理,由南华大学刘慧君编写;第4章常用化工实验参数的测量仪表与测量方法,由石河子大学王运华、山东科技大学徐冬梅编写;第二部分化工基础实验,由长春工业大学杜长海,山东科技大学徐冬梅、张桂英编写;第三部分演示性实验,由长春工业大学杜长海、孙德编写;第四部分研究创新型实验,由长春工业大学孙德、山东科技大学徐冬梅编写;附录由长春工业大学孙德整理。

在本书编写过程中,参考了国内外公开出版的同类教材,山东科技大学、长春工业大学等校领导给予了大力支持,在此一并表示衷心感谢。在成书过程中,还得到了长春工业大学教务处的专题立项资助,特此致谢。

由于编者的学识和经验有限,书中难免存在不妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

2010年6月

# 目 录

---

## 第一部分 实验基础知识

<b>第 1 章 工程实验研究方法论</b> .....	(1)
1.1 直接实验法 .....	(1)
1.2 因次分析法 .....	(1)
1.3 数学模型法 .....	(8)
<b>第 2 章 化工原理实验基本要求</b> .....	(13)
2.1 实验预习 .....	(13)
2.2 实验操作 .....	(14)
2.3 实验报告撰写 .....	(15)
<b>第 3 章 实验误差分析及数据处理</b> .....	(17)
3.1 误差分析 .....	(17)
3.2 实验数据处理 .....	(22)
3.3 实验数据的回归分析 .....	(32)
3.4 实验数据的计算机处理 .....	(36)
<b>第 4 章 常用化工实验参数的测量仪表与测量方法</b> .....	(42)
4.1 压力(差)的测量 .....	(42)
4.2 流速与流量的测量 .....	(49)
4.3 温度的测量 .....	(58)
4.4 成分分析 .....	(63)

## 第二部分 化工基础实验

<b>实验一 流体流动阻力实验</b> .....	(69)
<b>实验二 流量计性能测定实验</b> .....	(73)
<b>实验三 离心泵性能测定实验</b> .....	(75)
<b>实验四 过滤实验</b> .....	(79)
<b>实验五 搅拌实验</b> .....	(86)
<b>实验六 传热实验</b> .....	(89)
<b>实验七 精馏实验</b> .....	(95)

实验八	吸收实验	.....	(102)
实验九	干燥实验	.....	(113)
实验十	液-液萃取实验	.....	(120)
实验十一	二元气液相平衡数据测定实验	.....	(123)

### 第三部分 演示性实验

实验一	伯努利方程实验	.....	(127)
实验二	雷诺实验	.....	(129)
实验三	旋风分离器实验	.....	(131)
实验四	电除尘实验	.....	(132)
实验五	热边界层实验	.....	(133)
实验六	筛板塔演示实验	.....	(135)

### 第四部分 研究创新型实验

实验一	反应精馏实验	.....	(136)
实验二	超临界萃取实验	.....	(140)
实验三	膜分离实验	.....	(142)
实验四	分子蒸馏实验	.....	(146)
附录	.....	.....	(149)
附录 A	乙醇溶液的物理常数	.....	(149)
附录 B	乙醇蒸气的密度及比容	.....	(150)
附录 C	乙醇-水溶液(常压)气液平衡数据	.....	(150)
附录 D	氨的平衡浓度	.....	(153)
附录 E	液相浓度 5%以下氨水溶液的亨利系数与温度关系	.....	(154)
附录 F	氨的亨利系数	.....	(154)
附录 G	苯甲酸在水和煤油中的平衡浓度	.....	(154)
附录 H	铜-康铜热电偶分度表	.....	(155)
附录 I	镍铬-康铜热电偶分度表	.....	(157)
参考文献	.....	.....	(161)

# 第一部分 实验基础知识

---

---

## 第1章 工程实验研究方法论

工程实验不同于基础课程的实验,后者采用的方法是理论的、严密的,研究的对象通常是简单的、基本的,甚至是理想的,而工程实验面对的是复杂的实验问题和工程问题。对象不同,实验研究方法必然不一样,工程实验的困难在于变量多,涉及的物料千变万化,设备大小悬殊,困难可想而知。化学工程学科,如同其他工程学科一样,除了生产经验总结以外,实验研究是学科建立和发展的重要基础。多年来,化工原理在发展过程中形成的研究方法主要有直接实验法、因次分析法和数学模型法三种。

### 1.1 直接实验法

直接实验法是一种解决工程实际问题的最基本的方法,对特定的工程问题直接进行实验测定,所得到的结果也较为可靠,但它往往只能适用条件相同的情况,具有较大的局限性,工作量大且烦琐。例如,过滤某种物料,已知滤浆的浓度,在某一恒压条件下,直接进行过滤实验,测定过滤时间和所得滤液量,根据过滤时间和所得滤液量二者之间的关系,可以作出该物料在某一压力下的过滤曲线。但如果滤浆浓度改变或过滤压力改变,所得过滤曲线就将有所不同。

对于一个多变量影响的工程问题,要通过实验研究过程的规律,往往首先要规划实验,以减少工作量,并做到由此及彼、由小到大,使得到的结果具有一定的普遍性。

### 1.2 因次分析法

因次分析法是化工原理广泛使用的一种研究方法。

### 1.2.1 因次、基本因次、导出因次及无因次数

因次(又称量纲)就是物理量(测量)单位的种类。例如长度可以用米、厘米、尺、哩等不同的单位测量,但这些单位均属于同一类,即长度类,所以测量长度的单位具有同一因次,以 L 表示。其他物理量,如时间、速度、加速度、密度、力、温度等也具有不同种类的因次。

在力学中常取长度、时间及质量(或者力)这三种量为基本量。它们的因次相应的以 L、T、M(或 F)表示,称为基本因次。其他力学量可由这三个量通过某种公式导出,称为导出量,它们的因次则称为导出因次。导出量的因次既然是由基本因次经公式推导而出,那么它必然由基本因次组成,一般可以把它写为各基本因次的幂指数乘积的形式。例如,某导出量 Q 的因次为  $\text{dim}Q = M^a L^b T^c$ , 这里, 指数 a、b、c 为常数。几种常见的因次导出如下。

面积 A: 面积是两个长度的乘积, 所以它的因次就是两个长度因次相乘, 即长度因次的平方,  $\text{dim}A = L \cdot L = L^2$ 。写为一般形式为  $A = M^a L^b T^c$ , 其中  $a=c=0$ ,  $b=2$ 。同理可得体积 V 的因次为  $V=L^3$ 。

速度 u: 定义为距离对时间的导数, 即  $u=\frac{ds}{dt}$ , 它是当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  的极限。长度增量  $\Delta s$  的因次仍为 L, 而时间增量  $\Delta t$  的因次为 T。因此, 速度的因次为

$$u = L/T = M^0 LT^{-1}$$

加速度 a: 定义为  $\frac{du}{dt}$ , 具有  $\frac{\Delta u}{\Delta t}$  的因次, 即

$$a = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

力 F: 由方程  $F=ma$  定义, 所以 F 的因次为质量因次和加速度因次之乘积, 即  
 $F = MLT^{-2}$

应力 σ: 定义为  $F/A$ , 所以应力的因次为力 F 的因次除以面积 A 的因次, 即

$$\sigma = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1} T^{-2}$$

速度梯度: 按定义应为速度 u 的因次除以长度 L 的因次, 即

$$LT^{-1}/L = T^{-1}$$

黏度 μ: 按牛顿黏性定律, μ 的因次应为切应力除以速度梯度的因次, 即

$$\mu = ML^{-1} T^{-2} / T^{-1} = ML^{-1} T^{-1}$$

以上的讨论都是取 L、M、T 为基本因次的, 但是也可以取力 F 作为基本因次, 这样, 上各量的因次就不同了。例如, 黏度  $\mu = FL^{-2} T$ , 而质量的因次成为导出因次, 即  $M = FL^{-1} T^2$ 。

根据同样的方法可以导出常见力学量的因次。

由上述可见,一个量的因次没有绝对的表示方法,因为它取决于基本因次如何选择。导出因次和基本因次并无本质上的区别,但要指出的一点是,在 L、T、M、F 四个因次中,仅能选择三个作为独立的基本因次,另一个因次则由  $F=ma$  导出。

某些物理量的因次的指数可以为零,因此成为无因次的量。一个无因次数可以通过几个有因次数乘除组合而成,只要组合的结果是各个基本因次的指数为零即可,例如,反映流体流动状况的特征数——雷诺数  $Re = \frac{du\rho}{\mu}$ ,其中各物理量的因次(以 M、L、T 为基本因次)为:速度  $u$  因次为  $LT^{-1}$ ;管径  $d$  因次为  $L$ ;密度  $\rho$  因次为  $ML^{-3}$ ;黏度  $\mu$  因次为  $ML^{-1}T^{-1}$ 。

将上述各量的因次分别代入  $Re$  的表达式中,得

$$\dim Re = \dim \frac{du\rho}{\mu} = \frac{LT^{-1}LML^{-3}}{ML^{-1}T^{-1}} = M^0 L^0 T^0$$

注意因次和单位是不同的。因次是指物理量的种类,而单位则是比较同一物理量大小所采用的标准。同一因次可以有不同种单位同一物理量采用不同的单位,其数值不同。如一长度为 3 米,可以说是 300 厘米或 0.003 千米,但其因次不变,仍为 L。因次不涉及量的方面,不论这一长度是 3 还是 300 或是 0.003,也不论其单位是什么,它仅表示量的物理性质。

### 1.2.2 物理量的组合,物理方程的因次一致性

我们知道,不同种类的物理量之间不能相加减,不能列等式,也不能比较它们的大小。例如,速度可以和速度相加,但决不可以加上黏度或压力。当然不同单位的同类量是可以相加的,例如 3 寸加上 5 厘米,仍为某一长度,只要把其中一个单位稍加换算即可。

既然不同种类的物理量(因次)不能相加减,也不可相等,那么反之,能够相加减和列入同一等式中的各项物理量,必然有相同的因次。也就是说,一个物理方程,只要它是根据基本原理进行数学推演而得到的,那么它的各项在因次上必然是一致的,这叫做物理方程的因次一致性(或均匀性),这种方程称为完全方程。

例如,在物理学中质点运动学有自由落体运动公式

$$S = u_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

检验它的各项因次是否一致。等号左边 S 代表距离,因次为 L;右边第一项  $u_0 t$  为质点在时间  $t$  内以速度  $u_0$  所经过的距离,因次为  $\frac{L}{T}T = L$ ;右边第二项为  $\frac{1}{2} g t^2$ ,是时间  $t$  内由于加速度  $g$  所经过的附加距离,因次为  $\frac{L}{T^2}T^2 = L$ 。因此,方程的三项都具有同样的因次 L,因次是一致的。

“由理论推导而得出的物理方程必然是因次一致的方程”这一结论非常重要，它是因次分析方法的理论基础。

事实上，从化工原理各章节推导基本公式的过程就可以更好地理解这一点。例如，推导连续方程时，取一体积微元，分析在微小时段流进这一体积的质量及从这一体积流出的质量，求出二者之差（仍是质量），然后分析该体积内的质量变化。根据质量守恒原理，它应与进出该体积质量的差相等。可见，整个推导过程中，始终是质量之差，质量变化及质量相等。这就是说，推导过程中已经保证了它的因次一致性。又如欧拉方程，它是分析微元体积上的受力——压力、重力、“惯性力”，然后列成等式而形成的。实际上就是使所有外力之和等于“惯性力”，这里是“力”和“力”相加减和相等的关系。对于能量方程，则是“功”和“能”的相加减和相等的关系。其他方程也是如此。由此可见，所谓一个物理方程的推导过程，无非是找出一些同类型的不同形式，根据其中原理把它们列成等式的过程。

当然，也有一些方程是因次不一致的，这就是没有理论原则指导，纯粹根据观察所得的公式，即所谓经验公式。这种公式中各个变量采用的单位是有一定限制的，并有所说明。如果用的不是所说明的那个单位，那么方程中出现的常数必须作相应的改变。这一点正是它和因次一致方程的区别所在。不过应当指出，任何经验公式，只要引入一个有因次的常数，也可以使它的因次一致。

### 1.2.3 $\pi$ 定理及因次分析

根据白金汉(Buckingham)的  $\pi$  定理，如果在某一物理现象中有几个独立自变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，因变量  $y$  可以用因次一致的关系来表示，即

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

或

$$f(y, x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

那么由于方程中各项因次是一致的，函数  $f$  与其作为  $n$  个独立变量  $x$  间的关系，不如改为函数  $f$  与  $(n-m)$  个独立的无因次参数  $\pi$ （可以看做一组新的变量）间的关系。因后者所包含的变量数目较前者减少了  $m$  个，而且是无因次的。 $\pi$  定理可以从数学上得到证明，此处从略。下面首先阐明应用  $\pi$  定理进行因次分析的步骤，然后举一实例说明。

应用  $\pi$  定理进行因次分析的具体步骤如下。

(1) 确定对所研究的物理现象有影响的独立变量，设共有  $n$  个： $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，写出一般函数表达式

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

这一点要求对该物理过程有充分的认识。

(2) 选择  $n$  个变量所涉及的基本因次。对于力学问题，可能是 M、L、T（或 F、L、T）的全部或者其中任意选两个。

(3) 用基本因次表示所有各变量的因次。

(4) 在  $n$  个变量中选择  $m$  个变量作为基本变量 ( $m$  一般等于这  $n$  个变量所涉及的基本因次的数目, 对于力学问题,  $m$  一般不大于 3), 条件是它们的因次应能包括  $n$  个变量中所有的基本因次, 并且它们是互相独立的, 即一个变量不能由另外几个变量导出。通常选一个代表某一尺寸的量, 一个表征运动的量, 另一个则是与力和质量有关的量。

(5) 列出无因次参数  $\pi$ 。根据  $\pi$  定理, 可以构成  $(n-m)$  个无因次参数  $\pi$ 。它的一般形式可以表示为

$$\pi_i = x_i x_A^a x_B^b x_C^c$$

式中:  $x_i$  ——除去已选择的  $m$  个基本变量  $x_A, x_B, x_C$  以后所余下的  $(n-m)$  个变量中的任何一个。 $a, b, c$  为待定指数。把  $x_i, x_A, x_B$  及  $x_C$  的因次代入上式, 根据  $\pi$  为无因次参数的要求, 利用因次分析法可求得指数  $a, b$  和  $c$ , 从而得到  $\pi_i$  的具体形式。

(6) 该物理现象可用  $(n-m)$  个  $\pi$  参数的函数  $F$  来表达。注意, 无因次参数  $\pi$  可以取倒数或取任意次方或互相乘除, 以尽可能使各项成为一般熟悉的无因次数 (如  $Re$  等) 的形式。

(7) 根据函数  $F$  中的无因次数, 进行实验, 以求得函数  $F$  的具体关系式。

#### 1.2.4 因次分析法在流体阻力中的应用

有一空气管路直径为 300 mm, 管路内安装一孔径为 150 mm 的孔板, 管内空气的温度为 200 °C, 压强为常压, 最大气速为 10 m/s, 试估计孔板的阻力损失为多少?

为测定孔板在最大气速下的阻力损失, 可在实验设备直径为 30 mm 的水管上进行模拟实验, 为此需确定实验用孔板的孔径, 应为多大? 若水温为 20 °C, 则水的流速应为多少? 如测得模拟孔板的阻力损失读数为 20 mmHg (1 mmHg = 133.3 Pa), 那么孔板的实际阻力损失为多少?

已知, 经孔板的阻力损失  $h_f$  与管径  $d$ 、孔径  $d_0$ 、流体密度  $\rho$ 、流体黏度  $\mu$  和流体速度  $u$  有关, 即

$$f(h_f, d, d_0, \mu, \rho, u) = 0$$

各量的因次如下表所示。

$h_f$	$d$	$d_0$	$\mu$	$\rho$	$u$
$L^2 T^{-2}$	$L$	$L$	$ML^{-1} T^{-1}$	$ML^{-3}$	$LT^{-1}$

现要求把这个关系式改写为无因次形式, 依上述步骤进行。

(1) 独立变量计有  $h_f, d, d_0, \rho, \mu, u$  共 6 个,  $n=6$ 。

(2) 选基本因次 M、L、T, 计  $m=3$ 。

(3) 用基本因次表示各变量的因次。

(4) 选择  $m$  个基本变量, 它们的因次应包括基本因次。即选  $\rho, d, u$  为三个基本变量。

(5) 列出  $\pi$  参数。共可列出  $n-m=3$  个  $\pi$  参数, 因已选定  $\rho, d, u$  为基本变量, 剩下仅有  $h_f, d_0, \mu$  三个变量, 所以可列出三个  $\pi$  参数:

$$\pi_1 = h_f \rho^{a_1} u^{b_1} d^{c_1}, \quad \pi_2 = d_0 \rho^{a_2} u^{b_2} d^{c_2}, \quad \pi_3 = \mu \rho^{a_3} u^{b_3} d^{c_3}$$

把各变量的因次代入, 得

$$\pi_1 = h_f \rho^{a_1} u^{b_1} d^{c_1} = L^2 T^{-2} (ML^{-3})^{a_1} (LT^{-1})^{b_1} (L)^{c_1} = M^0 L^0 T^0$$

列出指数方程, 并求解如下

$$M: a_1 = 0, \quad a_1 = 0$$

$$T: -2 - b_1 = 0, \quad b_1 = -2$$

$$L: 2 - 3a_1 + b_1 + c_1 = 0, \quad c_1 = 0$$

将  $a_1, b_1, c_1$  代入  $\pi_1$  得

$$\pi_1 = h_f u^{-2} = \frac{h_f}{u^2}$$

同样的方法可得

$$\pi_2 = d_0 d^{-1} = \frac{d_0}{d}$$

$$\pi_3 = \mu \rho^{-1} u^{-1} d^{-1} = \frac{\mu}{\rho u d}$$

(6) 原来的函数关系  $f(h_f, d, d_0, \mu, \rho, u) = 0$  可化简为

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = F\left(\frac{h_f}{u^2}, \frac{d_0}{d}, \frac{\mu}{\rho u d}\right) = 0$$

最后待定函数的无因次表达式为

$$\frac{h_f}{u^2} = F'\left(\frac{d_0}{d}, \frac{\mu u d}{\mu}\right)$$

(7) 按上式进行模拟实验。由上式可知, 不论水管还是气管, 只要  $\frac{d_0}{d}$  和  $\frac{\mu u d}{\mu}$  相等, 等式左边的  $\frac{h_f}{u^2}$  必相等。因此, 模拟实验所用孔板开孔直径应保证几何相似, 即

$$d'_0 = \frac{d_0}{d} d' = \frac{150}{300} \times 30 \text{ mm} = 15 \text{ mm}$$

水流的流速应保证  $Re$  相等, 即

$$u' = \frac{\rho u d}{\mu} \frac{\mu'}{\rho' d'}$$

空气的物性为

$$\rho = \frac{29}{22.4} \times \frac{273}{273 + 200} \text{ kg/m}^3 = 0.747 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 2.6 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

20 °C 水的物性为

$$\rho' = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu' = 1 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

代入得水的流速为

$$u' = \frac{0.747 \times 0.3 \times 10}{2.6 \times 10^{-5}} \times \frac{1 \times 10^{-3}}{1000 \times 0.03} \text{ m/s} = 2.87 \text{ m/s}$$

模拟孔板的阻力损失为

$$h'_f = \frac{\Delta p'}{\rho} = \frac{13600 \times 9.81 \times 0.02}{1000} \text{ J/kg} = 2.67 \text{ J/kg}$$

因次  $\frac{h_f}{u^2}$  相等, 故实际孔板的阻力损失为

$$h_f = \frac{h'_f}{u'^2} u^2 = \frac{2.67}{2.87^2} \times 10^2 \text{ J/kg} = 32.4 \text{ J/kg}$$

从上述步骤可见, 第一步是选定与该现象有关的变量。既不能把重要的变量丢掉, 使结果不能反映实际情况, 也不能把关系不大的变量考虑进来, 使问题复杂化, 这样所得结论同样不能反映实际情况。一般来说, 宁可考虑得多些, 也不要遗漏掉重要因素, 因为前者虽然可能给分析过程带来麻烦, 但所产生的次要  $\pi$  参数最终将由实验结果加以修正。当然, 要做到这一点, 经验是很重要的。此外, 在方程中有时会出现有因次常数, 而在分析因次时, 这些常数可能被疏忽掉, 从而导致不正确的结果。因次分析不能区别因次相同但在方程中有着不同物理意义的量。最后, 在第四步中, 对于如何构成无因次参数并未加以明确的限制, 而且基本变量的选择也有一定的任意性。

从这个例子看出, 原来  $h_f$  与 5 个变量之间的复杂关系, 通过因次分析的方法, 可简化为只有两个无因次变量的函数关系, 且只要保持  $\frac{d_0}{d}$  和  $\frac{\rho u d}{\mu}$  相等, 所得实验结果在几何尺寸上可以由小见大, 在流体种类上可以由此及彼。如前所述, 无因次变量关系式可以帮助我们指导安排实验, 并简化实验工作。

应该指出, 因次论指导下的实验研究方法, 虽然可以起到由此及彼、由小见大的作用, 但是影响因素太多, 实验工作量仍会非常之大, 对于复杂的多变量问题的解决仍然困难重重。解决这类问题的方法是过程的分解, 即将待解决的问题分解成若干个弱交联的子过程, 使每个子过程变量数大大减少。这种分解方法是研究复杂问题的一种基本方法, 有关这一方面的内容可参考相关文献。

## 1.3 数学模型法

### 1. 数学模型法概述

数学模型是针对或参照某种事物系统的特征或数量依存关系,采取数学语言,概括地或近似地表述出的一种数学结构。数学模型是利用数学解决问题(实际问题或理论问题)的主要方式之一。利用数学模型解决问题的方法叫做数学模型法。这时,常把数学模型狭义地理解为联系一个系统中各变量间内在关系的数学表述体系。

利用数学模型解决实际问题的思想可追溯到中国古代,《九章算术》早在公元1世纪就利用数学为当时社会生活各个领域提供了系统的数学模型。例如,“盈不足”、“勾股”、“方程”等章就提供了用“盈不足术”、直角三角形、线性方程组为数学模型解决各种实际问题的方法和实例。

古希腊学者托勒密(公元2世纪)提出了“地心说”,采用几何模型研究天文学,这也是数学模型法的早期应用之一。1300年后,哥白尼认为托勒密的模型不能很好地解释行星运动的物理实质,他给出新的几何模型并且定量地考察了它,从而得出著名的“日心说”,数学模型法在此学说的建立过程中有着重要的作用。

近代的伽利略(1564—1642)是在实际的科学的研究中开创实验方法与数学方法相结合的第一人。他将比率和三角形相似理论作为数学模型,并以之推导出著名的自由落体运动规律,从而开创了数学模型法在近代科学中应用的先河。笛卡儿的“万能方法”所揭示的方法论原则(见关系映射反演方法)也是采用数学模型法解决“任何问题”的方法论原则。从此,在解决各种科学理论和实际问题时,数学模型法成为首选方法之一。笛卡儿在数学研究中也采用了数学模型法,他为几何学建立了代数模型,并通过模型推导解决了原型(几何)的问题,从而创立了解析几何学。他的这种在数学研究中采用数学模型的方法又叫做关系映射反演方法,所以关系映射反演方法可以视为数学模型法在数学中应用的具体发展。但是反过来,在其他科学或实际问题中应用数学模型法时,也必然要求一个数学和其他科学(或实际领域)的“映射”,当然,这个“映射”只是数学中映射概念的推广,所以数学模型法也可以视为关系映射反演方法在数学之外的应用的推广。

为证明非欧几里得几何学的无矛盾性,采用了解释的方法,一个解释也叫做一个模型。在数学基础研究中,形式系统的意义要靠模型来说明,形式系统的数学性质也要依赖模型才能证明,这是数学模型法的另一个作用方面。

现代数学模型法在两方面都有很大的发展,在其他科学及实际问题中采用数学模型法所涉及的模型的构建、求解、说明等一系列问题的研究已构成了独立的学科。科学基础中模型的构造及模型和作为原型的形式语言的关系构成独立的学

科——模型论。

数学模型法处理工程问题时,同样离不开实验,因为这种简化模型的来源在于对过程有深刻的认识,其合理性需要经过实践的检验,其中引入的参数需由实验测定。

因此,数学模型法解决工程问题的步骤如下:

- (1) 通过预实验认识过程,设想简化模型;
- (2) 通过实验检验简化模型的等效性;
- (3) 通过实验确定模型参数。

## 2. 数学模型法的应用步骤

在流体阻力问题的研究方法这一节,已经简单介绍了这种半经验半理论的数学模型方法,这里将较详细地说明这一方法的应用。

流体通过颗粒层的流动(见图 1-1-1)就其流动过程本身来说,并没有什么特殊性,问题的复杂性在于流体通道所呈现的不规则的几何形状。一般来说,构成颗粒层的各个颗粒,不但几何形状是不规则的,而且颗粒大小也不均匀,表面粗糙。由这样的颗粒组成的颗粒层通道,必然是不均匀的纵横交错的网状通道,倘若仍采用流体通过颗粒层的边界条件,这是很难做到的。为此,处理流体通过颗粒层的流动问题,必须寻求简化的工程处理方法。

寻求简化途径的基本思路是研究过程的特殊性,并充分利用特殊性作出有效的简化。

流体通过颗粒层的流动具有什么样的特殊性呢?不难想象流体通过颗粒层的流动可以有两个极限:一是极慢流动;二是高速流动。在极慢流动的情况下,流动阻力主要来自表面摩擦,而在高速流动时,流动阻力主要是形体阻力。《化工原理》这一章的工程背景是过滤操作,对于难以过滤而需要认真对待的工程问题,其滤饼都是由细小的不规则的颗粒组成的,流体在其中的流动是极其缓慢的。因此,可以抓住极慢流动这一特殊性,对流动过程作出合理的简化。

极慢流动又称爬流。此时,可以设想流动边界所造成的流动阻力主要来自于表面摩擦,因此,其流动阻力与颗粒总表面积成正比,而与通道的形状关系甚小。这样,就把通道的几何形状的复杂问题一举而解决了。

具体步骤如下。

### 1) 建立颗粒床层的简化模型

根据以上分析,对于图 1-1-1 所示的复杂不均匀网状通道可简化为有许多平行排列均匀细管组成的管束(见图 1-1-2),并假定:

- (1) 细管的内表面积等于床层颗粒的全部表面积;
- (2) 细管的全部流动空间等于颗粒床层的空隙容积。

根据上述假定,可求得这些虚拟细管的当量直径  $d_e$ ,即