

高等院校光信息科学与技术专业系列教材

# 激光原理

## Principle of Laser

盛新志 娄淑琴 编著  
Sheng Xinzhi Lou Shuqin

清华大学出版社

高等院校光信息科学与技术专业系列教材

# 激光原理

# Principle of Laser

盛新志 娄淑琴 编著  
Sheng Xinzhi Lou Shuqin

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书主要阐述激光器的基本原理和相关理论。内容主要包括光和物质作用经典理论、速率方程理论、光学谐振腔理论,以及对连续激光器工作特性的分析。对激光放大器、激光器性能改善技术也做了简要介绍。

本书可作为高校激光原理课程的教材,也可供从事激光工作的研究人员、技术人员以及高校有关专业的研究生参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

激光原理/盛新志, 娄淑琴编著. —北京: 清华大学出版社, 2010. 6  
(高等院校光信息科学与技术专业系列教材)

ISBN 978-7-302-22501-0

I. ①激… II. ①盛… ②娄… III. ①激光理论—高等学校—教材 ②激光技术—高等学校—教材 IV. TN241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 068315 号

责任编辑: 陈志辉

责任校对: 焦丽丽

责任印制: 王秀菊

出版发行: 清华大学出版社

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175

邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62795954, jsjjc@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者: 北京国马印刷厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185×260 印 张: 13 字 数: 309 千字

版 次: 2010 年 6 月第 1 版 印 次: 2010 年 6 月第 1 次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 23.00 元

---

产品编号: 023066-01



# 前言

本书是在北京交通大学近十年激光原理课程授课讲义的基础上编写而成的。配有完整的电子教案。扩充原授课讲义之后、交给出版社之前，本书又经过北京交通大学光信息科学与技术专业三届本科学生的试用和授课教师的修改。

使用本书讲授激光原理的参考学时为 48 学时，不包括研究性教学研讨部分，实验课程单独开设。本书内容共分 5 章。第 1 章激光概述，介绍激光的由来及产生激光的基本条件，重点在于阐明激光光子简并度高的特性。第 2 章光和物质近共振相互作用，介绍基于电子谐振子模型的经典理论，并结合激光器中常见的谱线加宽介绍均匀、非均匀及综合加宽的形成机制。第 3 章速率方程理论，首先结合典型激光器的具体工作能级，抽象出激光三、四能级系统，进而建立速率方程组，然后结合速率方程组的稳态解，对均匀、非均匀加宽介质的增益饱和特性进行了分析，并讨论激光放大器的工作特性。第 4 章光学谐振腔理论，首先根据光线传输矩阵导出光学谐振腔稳定性判据，然后介绍光学谐振腔的损耗描述和自再现模式思想，并基于光衍射理论导出光学谐振腔衍射积分本征方程，进而介绍衍射积分本征方程的平行平面腔迭代数值解法和对称共焦腔解析解法。在对称共焦腔解析解的基础上，本章还讨论谐振腔内高斯光束特性、球面镜稳定腔的等价对称共焦腔，以及薄透镜对高斯光束的变换和高斯光束变换的应用技术。第 5 章连续激光器工作特性，在建立激光器速率方程组的基础上，通过方程组的稳态解，分析均匀加宽介质激光器的纵模振荡和竞争、非均匀加宽介质激光器的多纵模振荡和兰姆凹陷现象，分析激光器振荡阈值、激光极限线宽、最佳输出耦合和激光器输出功率。第 1、3、4 章及附录由盛新志执笔编写，第 2、5 章由娄淑琴执笔编写。

在激光原理这样一个稍显经典实则日新月异的领域，编新教材是一件很吃力的事。工科院校多开设有该课程，已经有太多杰作树立了一个又一个不可超越的标杆。但是，为适应光信息科学与技术新专业的建设，激光原理作为专业主干课程，不可能完全照搬其他专业的教材，要求结合专业知识结构特点编写。首先感谢北京交通大学光信息科学与技术科 04~06 级三届学生的试用，尤其是 04~06 级的刘晓东、尹国路、付星星、张松、郝健、王颖、鹿文亮、陈宝琴、邢雨辰等同学的认真纠错；感谢邓振波、吴重庆等老师提出的中肯批评意见；还要感谢导师马祖光院士，正是马院士将作者引入激光这一灿烂的研究领域。最后，将最真诚的谢意送给现在的读者您，感谢您的使用，欢迎提出批评意见。

## 编 者

2009 年 11 月于北京交通大学静园

Email: xzhsheng@bjtu.edu.cn; shglou@bjtu.edu.cn



## 第1章 激光概论

## 第2章 光和物质的近共振相互作用

2.5 光和物质相互作用的近代理论简介 .....	51
2.5.1 量子理论简介 .....	52
2.5.2 半经典理论简介 .....	52
2.5.3 速率方程理论简介 .....	52
思考和练习题 .....	53
<b>第3章 速率方程理论 .....</b>	<b>55</b>
3.1 典型激光器的工作能级 .....	55
3.1.1 红宝石激光器工作介质 .....	55
3.1.2 氩离子激光器工作介质 .....	57
3.1.3 N <sub>2</sub> 分子激光器 .....	58
3.1.4 He-Ne激光器工作介质 .....	59
3.1.5 掺Nd <sup>3+</sup> 激光器工作介质 .....	60
3.1.6 掺钛蓝宝石激光器工作介质 .....	61
3.1.7 CO <sub>2</sub> 激光器工作介质 .....	62
3.2 三能级系统速率方程组 .....	63
3.2.1 激光三能级系统 .....	63
3.2.2 速率方程组 .....	64
3.3 四能级系统速率方程组 .....	67
3.3.1 激光四能级系统 .....	67
3.3.2 速率方程组 .....	67
3.4 小信号光的介质增益 .....	69
3.4.1 反转粒子数与小信号增益系数 .....	69
3.4.2 四能级系统的小信号增益系数 .....	70
3.4.3 三能级系统的小信号增益系数 .....	71
3.5 均匀加宽介质的增益饱和 .....	72
3.5.1 大信号的反转粒子数 .....	73
3.5.2 大信号增益系数 .....	74
3.5.3 增益曲线的均匀饱和 .....	75
3.5.4 增益介质的色散 .....	77
3.6 非均匀加宽介质的增益饱和 .....	79
3.6.1 大信号增益系数 .....	79
3.6.2 增益曲线的烧孔现象 .....	81
3.6.3 气体激光器中的烧孔现象 .....	83
3.6.4 综合加宽工作物质的增益系数 .....	83
3.7 光放大 .....	84
3.7.1 自发辐射放大 .....	85
3.7.2 超辐射的强度和方向性 .....	86

3.7.3 ASE 线宽 .....	88
3.7.4 激光放大器 .....	90
思考和练习题 .....	94
<b>第 4 章 光学谐振腔理论 .....</b>	<b>97</b>
4.1 光学谐振腔的稳定性 .....	97
4.1.1 光学谐振腔的结构、分类和作用 .....	98
4.1.2 光线传输矩阵和 ABCD 律 .....	100
4.1.3 谐振腔稳定性的光线传输矩阵分析 .....	105
4.1.4 不同种类谐振腔的稳定性 .....	108
4.2 光学谐振腔的模式 .....	109
4.2.1 谐振腔的损耗 .....	110
4.2.2 谐振腔的模式简介 .....	115
4.3 光学谐振腔的衍射积分理论 .....	117
4.3.1 惠更斯-菲涅耳原理和基尔霍夫衍射积分 .....	117
4.3.2 谐振腔自在现模积分本征方程 .....	118
4.3.3 本征值 $\gamma$ 的物理意义 .....	120
4.4 平行平面腔 Fox-Li 数值迭代法 .....	121
4.4.1 平行平面镜对称谐振腔积分本征方程 .....	121
4.4.2 Fox-Li 数值迭代法 .....	122
4.4.3 Fox-Li 数值迭代法的重要意义 .....	125
4.5 球面镜对称共焦腔解析解 .....	126
4.5.1 方形球面镜对称共焦腔的模式 .....	126
4.5.2 方形球面镜对称共焦腔的行波场 .....	132
4.5.3 圆形球面镜对称共焦腔 .....	137
4.6 球面镜稳定腔的等价共焦腔 .....	138
4.6.1 共焦腔的等价腔 .....	138
4.6.2 球面镜稳定腔的等价共焦腔 .....	139
4.7 高斯光束变换 .....	140
4.7.1 高斯光束的基本特性 .....	141
4.7.2 高斯光束的复参数 $q$ 表示 .....	141
4.7.3 复参数 $q$ 的变换规律 .....	142
4.7.4 高斯光束薄透镜的变换规律 .....	144
4.7.5 光束远场发散角的检测 .....	145
4.7.6 高斯光束的模式匹配 .....	145
4.7.7 高斯光束的聚焦 .....	147
4.7.8 高斯光束的准直 .....	151
思考和练习题 .....	153

<b>第5章 连续激光器的工作特性</b>	157
5.1 均匀加宽介质激光器速率方程	157
5.1.1 激光器单模运转速率方程	157
5.1.2 激光器多模运转速率方程	159
5.2 激光振荡阈值	160
5.2.1 振荡阈值条件	160
5.2.2 四能级系统的阈值泵浦功率密度	161
5.2.3 三能级系统的阈值泵浦功率密度	163
5.3 均匀加宽介质激光器中的纵模振荡和竞争	164
5.3.1 纵模数目	164
5.3.2 均匀加宽介质激光器中的单模振荡	166
5.3.3 振荡频率牵引	167
5.3.4 空间烧孔	170
5.4 非均匀加宽介质激光器的多纵模振荡	172
5.4.1 多模振荡	172
5.4.2 兰姆凹陷	173
5.4.3 非均匀加宽介质的模竞争	176
5.5 连续激光器输出特性	177
5.5.1 单模激光器的线宽极限	177
5.5.2 均匀加宽数模稳态运转的输出功率	180
5.5.3 输出耦合率的优化	184
5.5.4 非均匀加宽数模稳态运转的输出功率	185
思考和练习题	187
<b>附录 A 常用物理常数表</b>	189
<b>附录 B 激光大事记及在国内发展足迹</b>	190
<b>参考文献</b>	195

早在 1917 年,爱因斯坦就预言了受激辐射现象的存在,那是他在研究黑体辐射时的副产品。一些研究者注意到这一预言的潜在价值,开始寻求它的实际应用,首先在微波段实现了受激辐射放大。紧接着,将受激辐射放大移植到光波段的研究,形成了科技界一场声势浩大的世界竞赛。随着红宝石激光器的研制成功,各种新型激光器接二连三地出现。无论在结构上还是在输出性质上,它们具有很多共同特征,这使得激光器工作原理研究成为一门专门的学问。

## 1.1 激光诞生的历史

爱因斯坦提出受激辐射概念 40 年后的 1957 年,是一个不寻常的年份。那一年,苏联发射世界上第一颗人造地球卫星。也是在那一年的一个秋日,在美国贝尔实验室附近的一个餐馆里,两个人正在探讨如何实现光波段的受激辐射放大。

这两个人,一个是美国哥伦比亚大学教授,贝尔实验室顾问汤斯(C. Townes),他因研究微波受激辐射放大而闻名于世;另一个是贝尔实验室作超导研究的博士后肖洛(A. Schawlow)。两个人既有亲戚关系又曾有师生之谊,这也是他们这时坐在一起吃饭的原因。

汤斯正在考虑如何把受激辐射放大由微波波长压缩到红外光波长,肖洛说他也正考虑这一问题。汤斯的设想是:使用一个玻璃盒,在盒中充满铊蒸汽,铊灯在盒外照射铊蒸汽激励铊原子发光;像金属波导对微波一样,玻璃盒壁可以对铊原子发出的光波起反射作用,进而可能引起受激励铊蒸汽的受激辐射放大。肖洛认为使用钾蒸汽效果会更好一些。另外,他还认为没必要去照搬微波放大器的结构。光传播的方向性要比微波强得多,是不是只用两块相对放置的反射镜就可以了?在他们的设想里,已经揭示出激光器所必备的三个组成部分:工作物质、激励源和光学谐振腔。激励源对工作物质进行激励,将能量沉积其中,工作物质的发光为光学谐振腔所选择、约束、正反馈,最终,形成激光输出。

他们可能没有想到,他们这一席对话对当今世界产生了多么大的影响!

缺乏伯乐眼光的当权者往往并不少见,在科技企业界也不例外。对于光辐射放大器的专利申请报告,贝尔实验室领导的意见是:“光波从没有对通信有过重大作用,该项发明对

贝尔系统的利益几乎没有意义”,不支持他们去申请专利。最后,只是由于汤斯的坚持,才在1960年3月获得专利权。当然,这一专利权也让他们在激光广泛应用后发了大财。

1958年,肖洛和汤斯的构想发表在 *Physics Review* 杂志1958年12月期上。尽管第一台激光器的工作物质既不是汤斯所说的铊,也不是肖洛所说的钾,但是他们所提出的实现激光器的基本方案(如图1.1.1所示)被公认为在激光领域具有划时代意义。公正地说,其他国家的科学家在促使激光出现方面也作出了卓越的贡献。差不多同时,苏联的巴索夫(Nikolai Basov)和普罗霍罗夫(Alexander Prokhorov)也提出了几乎相同的光受激辐射放大方案。1964年,与激光相关的第一个诺贝尔奖被授予苏联的巴索夫、普罗霍罗夫和美国的汤斯。当然,这是第一个,而不是最后一个。实际上,截止到2009年,已有近十个诺贝尔奖被授予了与激光直接相关的研究。

光受激辐射放大理论和实现基本结构的公开发表,在科技界引起了轰动,众多研究小组争相开展这一研究,形成了一场世界范围的竞赛,看谁能研制出第一台激光器。

制成第一台激光器的荣誉属于梅曼(T. H. Maiman),当时他在美国休斯敦实验室开展这一工作。汤斯在哥伦比亚大学使用钾和铯进行实验研究,肖洛在贝尔实验室也开展了实验研究,不幸的是他们自己的理论并没有引导他们在实验中取得成功。

梅曼对红宝石很熟悉,在读到肖洛和汤斯的文章后,他并不同意肖洛对红宝石的分析,而是认为红宝石应能产生激光。他把两端镀上反射镜的红宝石棒插入一个螺旋形氙气航空摄影闪光灯,为让氙灯的光能集中在红宝石棒上,又在外面加上一个内表面镀反射膜的圆筒(如图1.1.2所示)。1960年5月16日,经过9个月的探索和改进,梅曼第一个观察到激光现象,赢得了研制成功第一台激光器的荣誉。

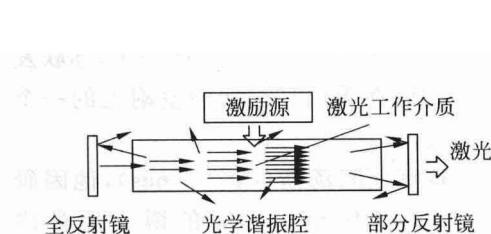


图 1.1.1 激光器的三个基本组成部分示意图

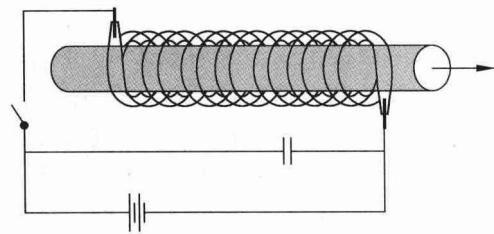


图 1.1.2 梅曼红宝石激光器实验装置示意图

自此以后,激光的发展非常迅速,现在已有半导体(GaAs、InP等)激光器、固体(Nd;YAG、Nd:YLF等)激光器、气体原子(He-Ne等)激光器、气体离子( $\text{Ar}^+$ 等)激光器、气体 $\text{CO}_2$ 分子激光器、气体准分子(XeCl、KrF等)激光器、金属蒸气(Cu等)激光器、可调谐染料及钛宝石激光器、激光二极管泵浦激光器、光纤激光器、光学参量振荡与放大器、超短脉冲激光器、自由电子激光器、极紫外及X射线激光器等。

在研制出如此品种繁多的激光器后,人们惊奇地发现,激光并不是人类的发明,在自然界中早已存在。1965年,美国国家航空航天局(NASA)戈达德实验室的迈克尔·穆马(Michael Mumma)已经完全可以确认,火星 $\text{CO}_2$ 大气反射的太阳红外光会稍微获得一些放大,也就是说激光在自然界中早已存在。尽管如此,人们还是把激光作为20世纪的一项划时代成就。这是因为自从人们研制出激光器,它给予人们的惊喜不断,应用领域不断扩展。

早在 1969 年人类第一次登月的时候,阿姆斯特朗在月球上安置了一个朝向地球的小型发射器阵列。一束红宝石激光直刺长天,当光束旅行 38.6 万公里照射到宇航员们设置的发射器时直径也只有 910 米宽,为测量地月距离提供了误差小于 2.54 厘米的测量精度。后来,宇宙飞船在月球上架设了摄像机,摄影图像清晰地显示出那只有 1 瓦强度的红宝石激光,而功率到达千兆瓦的洛杉矶盆地灯光却了无踪迹。

测量地月间距只是激光应用展现优异品质的一个例证,今天,除日常生活中常见的激光打印、排版、印刷,以及激光光盘等之外,激光应用已深入到各个领域。在通信的应用中,有光纤通信、大气激光通信、卫星激光通信、水下激光通信等;在基础科学的研究中,有激光荧光光谱、激光冷却原子、激光光化学反应、激光分离同位素、激光飞秒光学、激光测定年代、重力波天线激光干涉仪等;在军事技术的应用中,有激光测距、雷达、激光制导、激光导航、激光武器、战术模拟、光电对抗等;在生物及医学的应用中,有断层摄影、生物体检测、生物体光谱诊断、共焦点显微镜、激光美容等应用,有眼科、皮肤科及整形外科诊断、治疗及理疗的应用;在材料加工领域中,有激光打孔、切割、焊接,有激光 3D 扫描及快速成型和纳米粉材料制备等应用;在测量技术领域中,有激光干涉计量、激光陀螺计量、激光全息照相计量、激光衍射计量、激光准直及多自由度测量等应用;在能源、环境领域中的应用,有核聚变、大气检测、激光引雷、激光驱雾等;在建筑领域中,有激光表面处理及剥离,激光切断及解体,以及激光挖掘等应用。

随着激光器性价比的提高,使用费用的降低,激光应用将会进一步扩展。掌握激光器工作原理和其输出特异性质的产生机制,将是一个新时代科技人员基本素养的重要组成部分。

## 1.2 激光的本质特征

无线电振荡器、微波电子管等相干电磁波源的出现,大大推动了无线电技术的发展。在激光出现之前,光全息技术、相干光学计量技术等科学技术的发展对强相干光源提出了迫切的要求。例如,光全息技术原理早在 1948 年就被提出,在激光出现之前因为没有强相干光源一直没有实际应用。自发辐射光实质上是一种光频“噪声”。一个好的相干光源,应具有尽可能高的相干光强、足够大的相干面积和足够长的相干时间。同时增大相干面积、相干时间和相干光强对普通热光源来说是相互矛盾的要求。只有激光器才克服了矛盾,实现了相干面积、相干时间和相干光强的同步提高。对于激光本质特征的严格分析,需要使用量子电动力学,下面仅以著名的杨氏双缝干涉实验进行举例说明。

### 1. 相干性波动分析

对相干的要求,光波与机械波一样,也是要求同频、同振动方向,以及稳定的相位差,也就是要求同波长、同偏振方向以及相位差稳定。阻碍机械波相干的通常是前两项要求,阻碍光波的却常常是不满足第三项要求。普通热光源是原子、分子或者离子自发辐射发光,同种发光粒子发光的波长可以相同,发光的偏振方向也可以通过技术手段保证相同,但是,发光粒子自发辐射光初始相位和发光时间等方面相互之间没有相关性,造成相位差不稳定,直接进行干涉不能形成稳定的相干图样。

揭示光波动性的著名实验——杨氏双缝干涉实验，当初就是使用的普通热光源。托马斯·杨之所以能够使用普通热光源形成稳定的相干，是他巧妙地使用了三个狭缝，以系统结构保证相位差稳定的结果。

在杨氏双缝干涉实验中，如图 1.2.1 所示，第一个狭缝 S 位于后面两狭缝  $S_1$  和  $S_2$  的对称线上；来自第一个狭缝的光会聚光程到达后面两狭缝，来自两狭缝的光束到达观测屏上一点的光程差完全决定于两路径的光程差。只要来自第一个狭缝的光的相位相同，观测屏上一点处的相位差完全决定于  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝到达观测屏上这一点的光程差  $\delta$ 。尽管普通光源中自发辐射光的初始相位相互之间没有相关性，但同一个发光粒子自发辐射光的初始相位是相同的。一个发光粒子的自发辐射光经过第一个狭缝被  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝分束后打到观测屏上一点时，干涉是相长还是相消完全决定于两路径的光程差  $\delta$ ；同样，另一个发光粒子自发辐射光在观测屏上同一点的干涉效果也是相同的。于是，不同点对应两狭缝分束路径光程差  $\delta$  的不同，在观测屏上呈现出稳定的杨氏双缝干涉图样。

在观测屏上，双缝干涉图样并不是在任意点都是清晰可辨的，随着对  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝对称线的偏离，偏转角  $\theta$  的增大，干涉图样逐渐模糊，不再是干涉图样，逐渐成为非相干光的叠加。之所以如此，是因为普通光源发光粒子自发辐射时间有限，所发出的光波列长度较短，不同光波列的初始相位之间没有相关性，不能形成稳定的相位差。因此，在观测屏上一点，同一个发光粒子发出的不同光波列相遇时干涉是相长还是相消会快速变化，不能形成稳定的干涉图样，更像是非相干光的叠加。

杨氏双缝干涉实验干涉图样的逐渐模糊，也提供了光源相干长度的直接测量手段。从杨氏双缝干涉实验原理示意图中可见，一个发光粒子发出的同一个光波列在  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝分束后，只有两路径光程差  $\delta$  等于光波列长度所对应的偏转角处两光波列才能完全搭不上，才能是非相干光的叠加。所以，如图 1.2.1 所示，清晰干涉图样所对应最大偏转角  $\theta_{\max}$  对应的两路径光程差  $\delta_{\max}$  即为光源相干长度

$$L_c = \delta_{\max} = d \sin \theta_{\max} \quad (1.2.1)$$

也是光波列长度。

间歇发光的普通光源，按照傅里叶分析的观点，发出的并不是无限长的谐振波列，不能看作单色光，可以看作是在一窄小频率范围内多个无限长谐振波叠加形成的波包，这一窄小频率范围即为普通光源的线宽  $\Delta\nu$ 。按照傅里叶分析，光波列长度或光源相干长度

$$L_c = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (1.2.2)$$

由光源线宽  $\Delta\nu$  决定。

现在，物理实验室的杨氏双缝干涉实验通常是取消了第一个狭缝的双缝干涉实验。之所以能够如此，是因为光源使用的是激光器，不再是普通自发辐射光源；由于激光相干长度长、亮度高，不单实验装置容易调节，干涉图样清晰，观测屏边缘的干涉图样的模糊现象往往也不再出现了。可悲的是，取消第一个狭缝，既不利于对光波相干长度的感性认识，也不利

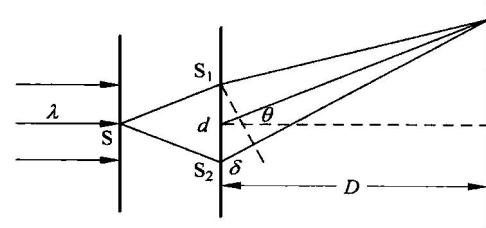


图 1.2.1 杨氏双缝干涉实验

于对空间相干概念的掌握。

如图 1.2.2 所示,若杨氏双缝干涉实验的第一个狭缝不是非常细,而是有相当的宽度  $l$ ,来自第一个狭缝的光就不会等光程的到达下两狭缝,使得来自  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝的光束到达观测屏上一点的光程差不再完全决定于两路径的光程差,结果,来自第一个狭缝不同位置的同一光波列在观测屏上产生的干涉图样清晰度下降,来自第一个狭缝不同位置的不同光波列在观测屏上产生的干涉图样相互错位,也导致清晰度下降。理论和实验都证明,对于相距  $d$  的  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝相对于缝宽为  $l$  的第一个狭缝  $s$  张角  $\Delta\theta$  的情形,只有满足

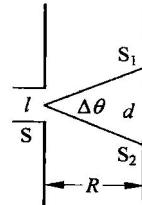


图 1.2.2 第一个狭缝的作用

$$l \leq \frac{R}{d}\lambda \approx \frac{\lambda}{\Delta\theta} \quad (1.2.3)$$

观测屏上才具有明显的干涉图样。

如果以一个光源代替杨氏双缝干涉实验的第一个狭缝,上述相干要求就是对光源空间相干性的要求。光源空间相干性是指光源横截面上多大面积内的光是相干的,通常使用相干面积描述。那么,对于距  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝  $R$  处的光源,相干面积可表示为

$$A_c = l^2 \leq \left(\frac{\lambda}{\Delta\theta}\right)^2 \quad (1.2.4)$$

张角  $\Delta\theta$  之内的光波相干,要求光源面积需小于相干面积。

根据相干体积定义,可得光源的相干体积为

$$V_{cs} = L_c A_c = \left(\frac{\lambda}{\Delta\theta}\right)^2 \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{c^3}{v^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2} \quad (1.2.5)$$

即线宽  $\Delta\nu$  光源在张角  $\Delta\theta$  之内的光波相干。超出这一体积,或者张角超过  $\Delta\theta$  的光不相干。

尽管相干体积的结论是由杨氏双缝实验分析得来的,但是具有普遍意义。对于普通光源来说,为了增大相干体积,可以采用光学滤波方法减小  $\Delta\nu$ 、加光阑缩小光源线度或远离光源等办法,但这一切都将导致光强的减小。这正是普通光源无法成为好相干光源的原因。

## 2. 相干性光子分析

光量子学说认为,光是一种以光速运动的光子流,光子是自旋量子数为整数的玻色子,具有两种可能的独立偏振状态,处于同一状态的光子数目是没有限制,和其他基本粒子一样,光子具有能量  $h\nu$ 、动量  $hk$  和质量  $\frac{h\nu}{c^2}$ ,它的粒子属性和波动属性密切相关。可以证明,同一个光子态的光子是相干的。

光子和其他基本粒子一样,空间坐标测量值越准确,动量测量值偏差越大,遵从测不准关系

$$\begin{cases} \Delta P_x \Delta x \geq h \\ \Delta P_y \Delta y \geq h \\ \Delta P_z \Delta z \geq h \end{cases} \quad (1.2.6)$$

因此,测不准关系决定了光子的运动状态不能用六维相空间  $(x, y, z, P_x, P_y, P_z)$  中的一个几何点来描述,一个光子在六维相空间中的状态只能确定到式(1.2.6)所标示的范围。所以

凡动量和空间坐标偏差满足

$$\begin{cases} \Delta P_x \Delta x \leq h \\ \Delta P_y \Delta y \leq h \\ \Delta P_z \Delta z \leq h \end{cases} \quad (1.2.7)$$

关系的光子没有物理方法能够区分, 属于同一状态。对光子运动状态的测定, 只能达到这样一个范围, 而不能确定其在该范围内部更具体的位置。这样, 在六维相空间( $x, y, z, P_x, P_y, P_z$ )内, 相同状态光子所占据的相空间体积元

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \approx h^3 \quad (1.2.8)$$

这是在六维相空间中用实验手段所能分辨光子的理论极限。在六维相空间占有这样一个体积元的光子, 称作在相同光子态的光子。

同一个光子态的光子, 在三维空间占据的体积元为

$$V = \Delta x \Delta y \Delta z \approx \frac{h^3}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z} \quad (1.2.9)$$

仍以杨氏双狭缝干涉实验为例进行讨论。如图 1.2.2 所示, 面积为  $A_c$  的光源发出动量为  $\mathbf{P}$  的光, 光子偏转角  $\Delta\theta$  射向  $S_1$  和  $S_2$  两狭缝, 按照光子观点, 在垂直光传输方向上光子具有动量测不准量为

$$\Delta P_x = \Delta P_y \approx |\mathbf{P}| \Delta\theta = \frac{h\nu}{c} \Delta\theta \quad (1.2.10)$$

$\Delta\theta$  很小, 在垂直光传输方向上的光子动量分量可忽略不计, 光子动量主要由光传输方向上的动量分量构成

$$P_z \approx |\mathbf{P}| \quad (1.2.11)$$

因此, 光传输方向上光子动量分量的测不准量为

$$\Delta P_z \approx \Delta |\mathbf{P}| = \frac{h}{c} \Delta\nu \quad (1.2.12)$$

若这些来自面积为  $A_c$  的光源发出的光子处于同一个光子态之内, 则这些光子在空间占据的体积元为

$$V = \Delta x \Delta y \Delta z \approx \frac{h^3}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z} = \frac{c^3}{\nu^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2} = V_{cs} \quad (1.2.13)$$

恰好等于光源的相干体积。

可见, 属于同一光子态的光子, 在空间上被包含在相干体积之内。也就是说, 属于同一光子态的光是相干的。

### 3. 光波模式

光波模式是一个重要的物理概念。在初始条件和边界条件确定后, 光波运动情况原则上可通过麦克斯韦方程组求解。一般可得到很多解, 而且这些解的任何一种线性组合都可满足麦克斯韦方程。麦克斯韦方程组的每一个特解, 代表一种电磁场分布, 代表电磁场的一种本征振动状态, 叫做电磁场的一种模式, 处于光频区就叫做光波模式。在自由空间, 具有任意波矢  $\mathbf{k}$  的单色平面波都可以存在。在封闭空间, 只能存在一系列独立的具有特定波矢  $\mathbf{k}$  的平面单色驻波, 光波模式实际上就是存在于该空间内的各种特定波矢  $\mathbf{k}$  的平面单色驻波。

一种模式是电磁波运动的一种类型, 不同模式以不同的波矢  $\mathbf{k}$  区分。考虑到电磁波的

两种独立的偏振,同一波矢  $k$  对应着两个具有不同偏振方向的模式。

在有边界条件限制的空腔  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  内,沿三个坐标轴方向传播的波的驻波条件为

$$\begin{cases} \Delta x = m \frac{\lambda}{2} \\ \Delta y = n \frac{\lambda}{2} \\ \Delta z = q \frac{\lambda}{2} \end{cases} \quad (1.2.14)$$

式中  $m, n, q$  为正整数。因此,波矢  $k$  的三个分量应满足

$$\begin{cases} k_x = m \frac{\pi}{\Delta x} \\ k_y = n \frac{\pi}{\Delta y} \\ k_z = q \frac{\pi}{\Delta z} \end{cases} \quad (1.2.15)$$

每一组正整数  $m, n, q$  对应一种包含两个偏振方向的光波模式。

在以波矢分量  $k_x, k_y, k_z$  为直角坐标轴的波矢空间中,相邻光波模式的间隔为

$$\begin{cases} \Delta k_x = \frac{\pi}{\Delta x} \\ \Delta k_y = \frac{\pi}{\Delta y} \\ \Delta k_z = \frac{\pi}{\Delta z} \end{cases} \quad (1.2.16)$$

因此,在空腔  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  内,一个光波模式在波矢空间占有的体积元为

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} \quad (1.2.17)$$

考虑到一波矢  $k$  对应着两个不同偏振方向的模,一个光波模式在波矢空间占有的体积元为

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{8\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} \quad (1.2.18)$$

波矢与光子动量有关系

$$\mathbf{P} = \hbar \mathbf{k} \quad (1.2.19)$$

因此

$$\begin{cases} \Delta k_x = \frac{\Delta P_x}{\hbar} = \frac{2\pi \Delta P_x}{h} \\ \Delta k_y = \frac{\Delta P_y}{\hbar} = \frac{2\pi \Delta P_y}{h} \\ \Delta k_z = \frac{\Delta P_z}{\hbar} = \frac{2\pi \Delta P_z}{h} \end{cases} \quad (1.2.20)$$

有

$$\frac{8\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{2\pi \Delta P_x}{h} \frac{2\pi \Delta P_y}{h} \frac{2\pi \Delta P_z}{h} \quad (1.2.21)$$

可见,在六维相空间内,一个光波模式占有的体积元为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z = h^3 \quad (1.2.22)$$

恰好与一个光子态占有相同大小的体积。这表明,光波模式与光子态是等价的。

同一个光子态的光相干,同一个光波模式的光也应相干。

激光器中只有少数几个光波模式振荡,在单模激光器中只有一个模式振荡,因此激光器输出的相干性非常好。

## 1.3 光子简并度

光子属于波色子,允许两个或两个以上的光子处于同一种量子状态,或者说处于同一光子态。相干光强是描述光相干性的一个重要参数,它取决于相干光子的数目,或同态光子的数目。处于同一光子态的光子数,称为光子简并度。光子简并度具有以下几种相同的含义:同态光子数、同一模式内的光强度、处于相干体积内的光源总强度。

### 1. 光波模式数

在波矢空间内,对于体积为  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  的光源,一个光波模式占有的体积元为

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{8\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{8\pi^3}{V} \quad (1.3.1)$$

则在  $|k| \sim |k| + d|k|$  区间内的模式数为

$$M = 4\pi |k|^2 d|k| / \frac{8\pi^3}{V} \quad (1.3.2)$$

因

$$\begin{cases} |k| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \\ d|k| = \frac{2\pi}{c} d\nu \end{cases} \quad (1.3.3)$$

代入上式,同时考虑到对应同一波矢  $k$  有两种不同的偏振方向,模式数应乘 2,则在体积为  $V$  的空腔内,频率在  $\nu \sim \nu + d\nu$  区间内的光波模式数为

$$M = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu \quad (1.3.4)$$

当然,光源的光波模式数也会因使用情况不同而不同。可以结合不同应用情形,对光波模式数给出另一种推导。

在偏振和频率一定的情况下,只应用于有限传播方向,讨论可能存在的光波模式数。由于衍射是分辨极限,对于尺度为  $d$  的单色单偏振光源,根据瑞利判据,光源发出的任何两个光波模式在传输方向上至少相差一个衍射角

$$\delta\theta = \frac{\lambda}{1.22d} \quad (1.3.5)$$

对于应用所张立体角为  $\Omega$  情形,可能存在的光波模式数为

$$M = \frac{\Omega}{\delta\theta} = \frac{1.22\Omega d}{\lambda} \quad (1.3.6)$$

应用张角越小,光波模式数越少。