



北京文登学校辅导系列 考研数学手册

北京文登学校 编

中国财政经济出版社

北京文登学校辅导系列

考研数学手册

北京文登学校 编

中国财政经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学手册 / 北京文登学校编. — 北京: 中国财政经济出版社, 2004.3
(北京文登学校辅导系列)

ISBN 7-5005-7120-8

I. 考… II. 北… III. 高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 自学参考资料
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 016010 号

北京文登学校辅导系列

考研数学手册

北京文登学校 编

中国财政经济出版社出版发行

URL: <http://www.cfeph.com.cn>

E-mail: cfeph @ drc.gov.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100036

发行处电话: 88190406 财经书店电话: 64033436

清华大学印刷厂印刷 各地新华书店经销

850 × 1168 毫米 64 开 2.875 印张 60000 字

2004 年 6 月第 1 版 2005 年 3 月北京第 2 次印刷

定价: 10.00 元

ISBN 7-5005-7120-8 / G·0113

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

前 言

在大学生考研和期末考试中,我们看到不少同学数学考不好的一个原因,是公式记不住。为了帮助同学们记住繁多的公式,节省从厚厚的辅导书或教科书中查阅公式的时间,我们特意编写了这本携带方便、查阅快捷的《考研数学手册》。其中除了有常见的各种公式,还有一些解题方法。

本手册也可以说是帮助所有大学生学好数学的《大学生数学手册》。我们相信本手册的出版,会给同学们的复习提供方便,为同学们在期末考试和考研中数学考高分助上一臂之力。

编 者

2005 年 3 月

目 录

第一章 初等数学	(1)
一、初等代数	(1)
二、平面几何	(8)
三、平面三角	(10)
第二章 解析几何	(13)
一、基本问题	(13)
二、直线与平面方程	(15)
三、点线与点面距离	(17)
四、空间直线方程	(18)
五、直线间、平面间、直线与平面间	

关系	(19)
六、重要曲线与重要曲面	(21)
第三章 矢量代数	(35)
一、定义	(35)
二、矢量的运算	(36)
第四章 高等数学	(39)
一、极限	(39)
二、导数	(45)
三、中值定理	(48)
四、不定积分	(53)
五、定积分	(60)
六、常微分方程	(67)
七、一元微积分的应用	(77)
八、无穷级数	(83)

九、多元函数微分学	(98)
十、重积分	(108)
十一、曲线、曲面积分及场论初步 ...	(125)
第五章 线性代数	(130)
一、行列式	(130)
二、矩阵	(132)
三、向量	(135)
四、线性方程组	(137)
五、特征值、特征向量	(138)
六、二次型	(140)
第六章 概率论与数理统计	(142)
一、随机事件与概率	(142)
二、一维随机变量及其概率分布	(148)
三、二维随机变量及其概率分布	(152)

四、随机变量的数字特征	(157)
五、大数定律和中心极限定理	(162)
六、数理统计的基本概率	(164)
七、参数估计	(167)
八、假设检验	(168)

第一章 初等数学

一、初等代数

1. 乘法公式与因式分解

$$(1) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(2) (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(3) a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(4) (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(5) a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$(6) a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 \\ \dots\dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

2. 比例 $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$

(1) 合比定理 $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

(2) 分比定理 $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

(3) 合分比定理 $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

(4) 若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, 则令 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = t$.

于是 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$

(5) 若 y 与 x 成正比, 则 $y = kx$ (k 为比例系数)

(6) 若 y 与 x 成反比, 则 $y = \frac{k}{x}$ (k 为比例系数)

3. 不等式

(1) 设 $a > b > 0, n > 0$, 则 $a^n > b^n$

(2) 设 $a > b > 0$, n 为正整数, 则 $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$

(3) 设 $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, 则 $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

(4) 非负数的算术平均值不小于其几何平均值. 即

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab},$$

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc},$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n}$$

(5) 绝对值不等式

$$1) |a+b| \leq |a| + |b| \quad 2) |a-b| \leq |a| + |b|$$

$$3) |a-b| \geq |a| - |b| \quad 4) -|a| \leq a \leq |a|$$

4. 二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

$$(1) \text{ 根: } x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(2) 韦达定理: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

(3) 判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ $\begin{cases} > 0, \text{方程有两不等实根} \\ = 0, \text{方程有两相等实根} \\ < 0, \text{方程有两共轭虚根} \end{cases}$

5. 一元三次方程的韦达定理:

若 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ 的三个根分别为 x_1, x_2, x_3 , 则

$$x_1 + x_2 + x_3 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_1 = q$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -r$$

6. 指数

$$(1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

$$(2) a^m \div a^n = a^{m-n}.$$

$$(3) (a^m)^n = a^{mn}.$$

$$(4) (ab)^m = a^m b^m.$$

$$(5) \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

$$(6) a^{-m} = \frac{1}{a^m}.$$

7. 对数 $\log_a N$, ($a > 0, a \neq 1, N > 0$)

(1) 对数恒等式 $N = a^{\log_a N}$, 更常用 $N = e^{\ln N}$

$$(2) \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$(3) \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$(4) \log_a(M^n) = n \log_a M$$

$$(5) \log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

$$(6) \text{换底公式 } \log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$$

$$(7) \log_a 1 = 0$$

$$(8) \log_a a = 1$$

8. 数列

(1) 等差数列

设 a_1 —首项,

a_n —通项,

d —公差,

S_n —前 n 项和.

$$1) a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$2) S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} d$$

$$3) \text{ 设 } a, b, c \text{ 成等差数列, 则等差中项 } b = \frac{1}{2}(a+c).$$

(2) 等比数列

设 a_1 —首项. q —公比, a_n —通项, 则

$$1) \text{ 通项 } a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$2) \text{ 前 } n \text{ 项和 } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}$$

(3) 常用的几种数列的和

$$1) 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2} n(n+1)$$

$$2) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

$$3) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{1}{2} n(n+1) \right]^2$$

$$4) 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$$

$$5) 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1)(n+2)$$

$$= \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$$

9. 排列、组合与二项式定理

(1) 排列

$$P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots[n-(m-1)]$$

$$(2) \text{ 全排列 } P_n^n = n(n-1)\cdots 3\cdot 2\cdot 1 = n!$$

(3) 组合

$$C_n^m = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

组合的性质:

$$1) C_n^m = C_n^{n-m} \quad 2) C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$$

(4) 二项式定理

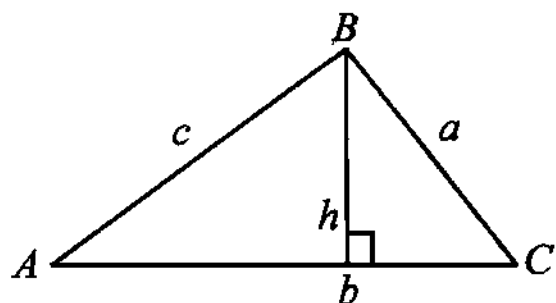
$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \cdots \\ + \frac{n(n-1)\cdots[n-(k-1)]}{k!}a^{n-k}b^k + \cdots + b^n$$

二、平面几何

1. 图形面积

(1) 任意三角形

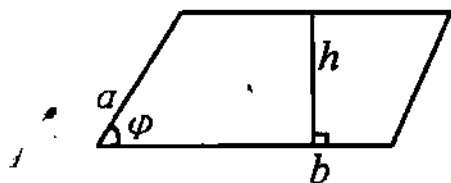
$$S = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}ab \sin C$$



$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ 其中 } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

(2) 平行四边形

$$S = bh = ab \sin \varphi$$



(3) 梯形 $S = \text{中位线} \times \text{高}$

(4) 扇形 $S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r^2\theta$



2. 旋转体

(1) 圆柱

设 R —底圆半径, H —柱高, 则

1) 侧面积 $S_{\text{侧}} = 2\pi RH,$

2) 全面积 $S_{\text{全}} = 2\pi R(H + R)$

3) 体积 $V = \pi R^2 H$

(2) 圆锥 ($l = \sqrt{R^2 + H^2}$ 母线)

1) 侧面积 $S_{\text{侧}} = \pi Rl$

2) 全面积 $S_{\text{全}} = \pi R(l + R)$

3) 体积 $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

(3) 球

设 R —半径, d —直径, 则

1) 全面积 $S_{\text{全}} = 4\pi R^2$

2) 体积 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

(4) 球缺 (球被一个平面所截而得到的部分)

1) 面积 $S = 2\pi Rh$ (不包括底面)

2) 体积 $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$

