



高职基础课系列教材

实用高等数学

主编◎吴方庭

SHIYONG GAODENG SHUXUE

本教材力求贯彻“以应用为主，以够用为度”的原则。其特点是：结合目前我国高职高专生源的特点及编者多年从事一线教学的经验 and 体会，在保持数学体系基本完整的前提下，降低数学理论，淡化抽象理论的推导；例题设置由浅入深，分析准确、清晰，突出直观教学。教学内容留有一定的弹性空间，以方便不同专业和学有余力的学生灵活选用或自学。

本教材可作为高职高专各专业高等数学课程的教材或参考书，也可供成人教育相关专业和自学考试的考生学习参考。

中国科学技术大学出版社



高职基础课系列教材

实用高等数学

SHIYONG GAODENG SHUXUE

主 编 吴方庭

副 主 编 周晓梅

编写人员 (以姓氏笔画为序)

许 伟 刘 群 李小珍

吴方庭 周晓梅 梁继会

主 审 赵建中

内 容 简 介

全书共分2篇、13章.上篇内容为:函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分,为必学内容;下篇内容为:行列式,矩阵,空间解析几何简介,二元函数微积分,无穷级数,常微分方程,拉普拉斯变换及其应用,离散数学简介,供不同专业选用.书后附有基本初等函数表、积分表.

本教材力求贯彻“以应用为主,以够用为度”的原则.其特点是:结合目前我国高职高专生源的特点及编者多年从事一线教学的经验 and 体会,在保持数学体系基本完整的前提下,降低数学理论,淡化抽象理论的推导;例题设置由浅入深,分析准确、清晰,突出直观教学.教学内容留有一定的弹性空间,以方便不同专业和学有余力的学生灵活选用或自学.

本教材可作为高职高专各专业高等数学课程的教材或参考书,也可供成人教育相关专业和自学考试的读者学习参考.

图书在版编目(CIP)数据

实用高等数学/吴方庭主编. —合肥:中国科学技术大学出版社,2010.5
ISBN 978-7-312-02664-5

I. 实… II. 吴… III. 高等数学—高等学校—教材 IV. O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第056467号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路96号,230026
<http://press.ustc.edu.cn>
印刷 中国科学技术大学印刷厂
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 710 mm × 960 mm 1/16
印张 17
字数 330 千
版次 2010年5月第1版
印次 2010年5月第1次印刷
定价 26.00 元

前 言

根据高等职业技术教育数学教学的特点,为适应高素质、高技能型人才培养的需要,突出高职办学特色,达到专业培养目标与“工学结合”培养模式相适应,满足不同专业类别对数学教学的具体要求,结合多年来的教学实践,我们编写了这本具有一定特色、优化配套的高职高专数学教材。

本教材力求贯彻“以应用为主,以够用为度”的原则。其特点是:结合目前我国高职高专生源的特点及编者多年从事一线教学的经验和体会,在保持数学体系基本完整的前提下,降低数学理论,淡化抽象理论的推导;例题设置由浅入深,分析准确、清晰,突出直观教学;通过有机地渗透实用例题,培养学生的应用意识,提高学生学高等数学的兴趣;在保证科学性的基础上,精讲多练,注重学生基本运算能力和分析问题、解决问题能力的培养,把素质教育与能力培养有机地结合起来。教学内容留有一定的弹性空间,以方便不同专业和学有余力的学生灵活选用或自学。

全书共分2篇、13章。上篇内容为:函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分,为必学内容;下篇内容为:行列式,矩阵,空间解析几何简介,二元函数微积分,无穷级数,常微分方程,拉普拉斯变换及其应用,离散数学简介,供不同专业选用。书后附有基本初等函数表、积分表。本教材可作为高职高专各专业高等数学课程的教材或参考书,也可供成人教育相关专业和自学考试的读者学习参考。

我们在本书的编写上,下功夫、花力气,努力做好与高中课程的衔接,防止内容过多、过难,真正做到深入浅出。

为了更好地适应现阶段高职高专数学课程的教学需要,本书在整体编写上有一定的创新。具体来说,有如下几个特点:

- (1) 以实例引入知识点,加强学生对数学的应用意识、兴趣及能力培养。
- (2) 准确把握教学内容的深度和广度,遵循基础课理论知识以必需够用为度

的教学原则,不追求理论上的严密性,注重应用,培养能力.

(3) 在内容的选择上,着力体现数学在不同领域中的应用,例如在工程技术、经营管理等方面的有关计算等.同时,书中编写了新颖的例题和习题,有助于开阔学生的视野,启迪学生的思维,激发学生学习数学的兴趣.针对学生数学基础较差的现状,一方面降低了知识起点,另一方面又注重了培养学生分析和解决问题的能力.

(4) 每章前附有本章教学的目标要求,有利于学生有针对性的学习.

(5) 本书章节划分较细,便于不同专业教学时选用.

(6) 每节后基本上都安排有一定量的概念练习题,意在加强学生对本节知识尤其是概念的掌握.

(7) 习题成册,易教易学.本书打破每节后附习题的传统做法,而是另行编制练习册,按节编制,重要章节后安排除练习 A 外,还有练习 B,内容由浅入深,方便学生做,教师改.同时,每章后附有自测题,每篇后附有模拟题.

本书由吴方庭副教授任主编,周晓梅副教授任副主编,参加编写的人员有李小珍(第 1~3 章)、周晓梅(第 4~5 章)、许伟(第 6~8 章)、梁继会(第 9~10 章)、刘群(第 11~12 章)、吴方庭(第 13 章).皖西学院赵建中教授认真审阅了全书并提出了许多有价值的建议.在本教材的编写过程中,得到了安徽国防科技职业学院领导和中国科学技术大学出版社的大力支持,在此我们表示衷心的感谢.同时,在本书编写过程中还参阅了大量的文献资料,在此向文献资料的作者致以诚挚的谢意.

由于编写时间仓促及编者水平有限,书中难免有错误和不妥之处,恳请广大读者批评指正.

编 者

2009 年 10 月

目 次

前言	(I)
绪论	(1)

上篇 · 公共篇

第 1 章 函数、极限与连续	(9)
1.1 函数	(9)
1.1.1 区间与邻域	(9)
1.1.2 函数的概念	(10)
1.1.3 函数的四种特性	(10)
1.1.4 分段函数与复合函数	(11)
1.1.5 初等函数	(12)
1.2 函数的极限	(13)
1.2.1 函数极限的概念	(13)
1.2.2 函数极限的四则运算法则	(16)
1.2.3 两个重要极限	(17)
1.2.4 无穷小量与无穷大量	(19)
1.3 函数的连续性	(24)
1.3.1 函数的连续性定义	(24)
1.3.2 初等函数的连续性	(26)
第 2 章 导数与微分	(29)
2.1 函数的导数	(29)
2.1.1 两个实例	(29)
2.1.2 导数的概念	(30)

2.1.3 可导与连续的关系	(33)
2.2 导数的运算	(34)
2.2.1 导数的四则运算法则	(34)
2.2.2 复合函数的求导法则	(35)
2.2.3 反函数的求导法则	(35)
2.2.4 初等函数求导公式	(36)
2.2.5 三个求导法则	(37)
2.2.6 高阶导数	(39)
2.3 函数的微分	(40)
2.3.1 微分的概念	(40)
2.3.2 微分的运算	(42)
2.3.3 微分在近似计算中的应用	(42)
第3章 导数的应用	(45)
3.1 中值定理	(45)
3.1.1 罗尔中值定理	(45)
3.1.2 拉格朗日中值定理	(46)
3.1.3 柯西中值定理	(47)
3.2 洛必达法则	(47)
3.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式	(47)
3.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	(48)
3.2.3 其他类型不定式	(50)
3.3 函数的单调性	(51)
3.3.1 单调性的判定	(51)
3.3.2 求单调区间举例	(52)
3.4 函数的极值与最值	(53)
3.4.1 函数的极值	(53)
3.4.2 函数的最大最小值	(55)
3.5 曲线的凹凸性和拐点及函数图像描绘	(57)

3.5.1 曲线的凹凸性与拐点	(57)
3.5.2 函数图像的描绘	(59)
3.6 曲率	(61)
3.6.1 曲率的概念	(61)
3.6.2 曲率的计算	(62)
第4章 不定积分	(64)
4.1 不定积分的概念与性质	(64)
4.1.1 原函数与不定积分	(64)
4.1.2 不定积分的性质	(65)
4.1.3 不定积分基本积分公式	(66)
4.2 不定积分的积分方法	(67)
4.2.1 直接积分法	(67)
4.2.2 换元积分法	(68)
4.2.3 分部积分法	(72)
4.2.4 简易积分表及其使用	(74)
第5章 定积分	(76)
5.1 定积分的概念与性质	(76)
5.1.1 两个实例	(76)
5.1.2 定积分的定义	(78)
5.1.3 定积分的几何意义	(79)
5.1.4 定积分的性质	(79)
5.2 定积分的计算	(81)
5.2.1 微积分基本公式	(81)
5.2.2 定积分的换元积分法	(83)
5.2.3 定积分的分部积分法	(84)
5.3 广义积分	(86)
5.3.1 积分区间为无限的广义积分	(86)
5.3.2 无界函数的广义积分	(87)
5.4 定积分的应用	(89)

5.4.1 定积分的微元法	(89)
5.4.2 平面图形的面积	(89)
5.4.3 旋转体的体积	(91)
5.4.4 其他应用举例	(93)

下篇·选学篇

第6章 行列式	(97)
6.1 行列式的概念	(97)
6.1.1 二阶和三阶行列式	(97)
6.1.2 高阶行列式	(100)
6.2 行列式性质	(101)
6.3 克莱姆法则	(104)
第7章 矩阵	(107)
7.1 矩阵的概念	(107)
7.1.1 矩阵的定义	(108)
7.1.2 特殊矩阵	(109)
7.2 矩阵的运算	(110)
7.2.1 矩阵的加法与减法	(111)
7.2.2 数乘矩阵	(111)
7.2.3 矩阵的乘法	(112)
7.2.4 方阵的行列式	(115)
7.3 矩阵的初等变换与逆矩阵	(116)
7.3.1 矩阵的初等变换	(116)
7.3.2 逆矩阵的概念	(117)
7.3.3 逆矩阵的性质	(118)
7.3.4 逆矩阵的求法	(118)
7.3.5 逆矩阵的应用	(119)
7.4 矩阵的秩	(120)
7.4.1 矩阵秩的定义	(120)

7.4.2 用初等变换求矩阵的秩	(121)
7.5 线性方程组	(123)
第8章 空间解析几何简介	(130)
8.1 空间直角坐标系	(130)
8.1.1 空间直角坐标系的概念	(130)
8.1.2 向量的概念及其运算	(131)
8.2 两向量的向量积	(133)
8.3 平面与直线方程	(135)
8.3.1 空间平面的方程	(135)
8.3.2 空间直线的方程	(137)
8.4 曲面与曲线方程	(141)
8.4.1 曲面方程的概念	(141)
8.4.2 常见曲面的方程	(141)
8.4.3 空间曲线	(145)
第9章 二元函数微积分	(147)
9.1 二元函数的基本概念、极限与连续	(147)
9.1.1 二元函数的定义	(148)
9.1.2 二元函数的定义域	(148)
9.1.3 二元函数的几何意义	(149)
9.1.4 二元函数的极限	(150)
9.1.5 二元函数的连续性	(151)
9.1.6 有界闭区域上连续函数的性质	(152)
9.2 偏导数	(152)
9.2.1 偏导数的概念	(152)
9.2.2 偏导数的计算	(153)
9.2.3 二阶偏导数	(154)
9.3 二元函数的极值与最值	(155)
9.3.1 二元函数的极值	(155)
9.3.2 二元函数的最值	(157)

9.3.3 条件极值	(158)
9.4 二重积分	(160)
9.4.1 二重积分的概念	(160)
9.4.2 二重积分的性质	(162)
9.4.3 二重积分的计算方法	(163)
第10章 无穷级数	(167)
10.1 常数项级数的概念与性质	(167)
10.1.1 常数项级数的概念	(167)
10.1.2 收敛级数的基本性质	(170)
10.2 正项级数及其审敛法	(171)
10.2.1 比较审敛法	(171)
10.2.2 比值审敛法	(174)
10.2.3 根值审敛法	(174)
10.3 任意项级数	(175)
10.3.1 交错级数及其审敛法	(175)
10.3.2 绝对收敛与条件收敛	(176)
10.4 幂级数	(177)
10.4.1 函数项级数的一般概念	(177)
10.4.2 幂级数及其收敛性	(179)
10.4.3 幂级数的四则运算及性质	(181)
10.5 函数的幂级数展开及应用	(183)
10.5.1 麦克劳林公式	(183)
10.5.2 函数展开成幂级数	(184)
10.6 傅里叶级数	(187)
10.6.1 三角级数及其正交性	(187)
10.6.2 函数展开成傅里叶级数	(188)
10.6.3 奇函数和偶函数的傅里叶级数	(191)
第11章 常微分方程	(194)
11.1 微分方程的基本概念	(194)

11.1.1	两个引例	(194)
11.1.2	微分方程的定义	(195)
11.1.3	微分方程的阶、解、通解与特解	(195)
11.2	一阶微分方程	(197)
11.2.1	可分离变量的微分方程	(197)
11.2.2	齐次微分方程	(199)
11.2.3	一阶线性微分方程	(200)
11.3	二阶微分方程	(205)
11.3.1	可降阶的二阶微分方程	(205)
11.3.2	二阶线性微分方程解的结构	(208)
11.3.3	二阶常系数线性齐次微分方程	(209)
11.3.4	二阶常系数线性非齐次微分方程	(211)
第 12 章	拉普拉斯变换及其应用	(216)
12.1	拉氏变换的概念	(216)
12.1.1	拉氏变换的定义	(216)
12.1.2	几种常用函数的拉氏变换	(217)
12.1.3	拉氏变换的性质	(218)
12.2	拉氏变换的逆变换及应用举例	(221)
12.2.1	拉氏变换的逆变换	(221)
12.2.2	拉氏变换的应用举例	(224)
第 13 章	离散数学简介	(226)
13.1	图的概念	(226)
13.1.1	图与网络	(226)
13.1.2	最短路问题	(230)
13.1.3	最小树问题	(230)
13.1.4	最大流问题	(232)
13.2	逻辑初步	(234)
13.2.1	命题及其符号化	(234)
13.2.2	命题公式与公式等值	(237)

13.2.3 命题逻辑基本推理	(239)
13.2.4 谓词逻辑及其应用	(240)
13.2.5 与量词有关的推理	(244)
附录 A 基本初等函数表	(246)
附录 B 积分表	(249)
参考文献	(258)

绪 论

数学在人类生活、生存、科学与文化发展中一直发挥着至关重要的作用. 我们从幼儿园到高中一直在学数学, 但很多人都认为学习那么多数学没什么用, 认为只要会加减乘除, 会算账就可以了, 其实不然. 下面让我们来了解一下数学.

1. 什么是数学

数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的科学. 简单地说, 就是研究数和形的科学.

我们可以说, 在人类早期数学知识积累过程中, 由于计数物件的需要, 产生了自然数, 随着记数法的产生和发展, 逐渐形成了运算, 导致算术的产生; 由于计量实物的需要, 产生了简单的几何, 随着农业、建筑业、手工业及天文观测的发展, 逐渐积累了有关这些问题的基本性质和相互关系的经验知识, 于是几何学萌芽了; 由于商业计算、工程计算、天文计算的需要, 在算术计算技巧的基础上, 逐渐积累起代数学基本知识. 这些都是以常量间的代数运算和不同几何体内部及相互间的关系为主要研究对象的, 我们一般称之为初等数学.

相对于初等数学而言, 高等数学研究的“数”主要是变数或变量, 即在某一运动过程中不断变化, 可取不同数值的量, 即函数; 研究的“形”也不再是规则的图形, 而是诸如曲线、曲面、曲面体等不规则的几何体.

高等数学的内容非常广泛, 针对高职高专以培养高技能应用型人才为教育目标, 本书选取了一元函数微积分、二元函数微积分、矩阵和行列式、常微分方程、空间解析几何、级数、拉普拉斯变换等实用内容.

2. 为什么要学习数学

为什么要学习数学? 大学新生特别是高职生入学后都有“上了大学为何还要学数学”, “我们是来学技术的, 学数学有什么用”等疑惑. 要解答这个问题, 必须了解高等数学的特点及其地位.

高等数学有三个显著的特点:高度的抽象性,严谨的逻辑性和广泛的应用性.

(1) 高度的抽象性

数学的抽象性在简单的计算中就已经表现出来. 我们运用抽象的数字,却不是每次都把它们同具体的对象联系起来. 在数学的抽象中只留下量的关系和空间形式,而舍弃了其他一切. 它的抽象程度大大超过了自然科学中一般的抽象.

(2) 严谨的逻辑性

数学中的每一个定理,不论验证了多少实例,只有当它从逻辑上被严格地证明的时候,才能在数学中成立. 在数学中要证明一个定理,必须是从条件和已有的数学公式出发,用严谨的逻辑推理方法导出结论. 不过,相对于普通高校而言,高职院校的培养目标更加强调实际动手能力,因此,定理的证明被淡化,所以本特点也就不能充分体现.

(3) 广泛的应用性

高等数学具有广泛的应用性. 例如,掌握了导数概念及其运算法则,就可以用它来刻画和计算曲线的切线斜率、曲线的曲率等几何量,刻画和计算速度、加速度、电流强度等物理量,刻画和计算产品产量的增长率、成本的下降率等经济量……掌握了定积分概念及其运算法则,就可以用它来刻画和计算曲线的弧长、不规则图形的面积、不规则立体的体积等几何量,刻画和计算变速运动的物体的行程、变力所做的功等物理量,刻画和计算总产量、总成本等经济量.

关于高等数学的作用,可以说无处不在. 现代科学如果没有微积分(高等数学的主要内容),就不能称为科学,这就是高等数学的作用. 这里只举一个例子同学们想必就理解了. 大家对计算机都很熟悉,但是如果没有数学原理和方法,计算机可以说是一堆“废铜烂铁”. 因为,从根本上讲,计算机只会做加法,我们常说的多少亿次实际上就是指加法运算. 其他复杂计算必须转化为加法才能够实施,这个转化过程就要用到高等数学的知识. 如对数计算,实际上就运用了微积分的级数理论,把对数函数转换为一系列乘法和加法运算.

高等数学是必修的基础理论课,它对同学们各专业课程的学习,以及毕业后从事各类管理、工程技术工作均起着基础的作用. 尤其是在科学技术日新月异的今天,数学方法已广泛运用到科技的各个领域. 因此,对大学生而言,一个明确的任务就是要学好高等数学这门课程,为以后的学习和工作打下良好的基础.

3. 如何学好高等数学

怎样才能学好高等数学呢? 首先要对高等数学课有正确的认识.

高等数学虽然只是现代数学的基础,但它能完成很多现实的任务. 通过学习高

等数学,能够提高学生分析问题、解决问题的能力,能够掌握良好的学习方法、培养敏锐的科学思维.所以,数学被人们称为“智慧的体操”.

大学阶段的学习不能只为应付考试,重要的是学习每门课程的内涵,即思想方法,尤其是高等数学.高等数学中,为了提出或建立一种思想和方法,总要有基本概念、基本结论作为铺垫.如果对这些概念和基本结论掌握不好,就很难掌握其内在的核心思想和方法.学习高等数学的过程也是新的认识观念的建立过程,如有限数学过渡到无限数学的过程就是认知的一个飞跃.同学们往往认识不到学习基本概念、基本结论的重要性,只从文字表面上理解,忽略思想观念的转变,导致学习吃力,失去兴趣,甚至厌学.其实,高等数学的学习难点在于对基本概念、结论的准确理解和灵活运用,以及动态变化观念的建立,突破了这一难点,很多问题便迎刃而解.

高等数学并非想象的那么不可高攀,最关键的是要注意学习方法.为学好高等数学,同学们应该做到以下几点:第一,课前预习.了解老师即将讲什么内容,相应地复习与之相关的内容,因为数学有很强的逻辑性,特别是微积分部分,一环扣一环,前面的知识学不好,或者学得不扎实,必然影响后续内容的学习,因此一定要有的放矢,主动学习.第二,认真听课.听课是一个全身心投入——听、记、思考相结合的过程.注意老师的讲解方法、思路,以及分析问题和解决问题的过程,同时关注你预习时遇到的问题,必要时做课堂笔记.第三,课后复习,循序渐进.当天必须回忆一下老师的讲课内容,然后结合笔记反复看教材内容,完善笔记,掌握所学内容之间的联系,在复习好并掌握了内容后再做习题,切忌边翻书边看例题,照猫画虎式地完成练习册上的习题,这样做是收不到任何效果的.要用做题来检验自己的学习效果,是真懂了还是没完全懂.对于没有彻底读懂的地方再反复思考,直到完全读懂.同时做作业时从中总结和提炼学过的知识、思想和方法,在比较中构筑知识结构的框架;要经常复习、巩固学过的内容,进行循环学习;学会归纳、总结.第四,整体把握,不能断链.高等数学是一条完整的锁链,一环扣一环.对任何一个环节掌握不好都将影响整个学习进程.特别要注意将要讲到的函数和极限的概念,这是高等数学的“地基”,直接影响后续学习.如果不进行整体掌握,很容易“淹没”于大量概念、结论和题海中.

同学们要是能把握住以上四个环节,真正做到认真学习,不放过一个疑难点,相信一定会学好数学.

4. 什么是数学模型

数学模型现在很热门,让我们一起来了解一下.

(1) 概述

数学是研究现实世界数量关系和空间形式的科学,在它产生和发展的历史长河中,一直是和各种各样的应用问题紧密相连的.

数学的特点不仅在于概念的抽象性、逻辑的严密性、结论的明确性和体系的完整性,而且在于它应用的广泛性.进入 20 世纪以来,随着科学技术的迅速发展和计算机的日益普及,人们对各种问题的要求越来越精确,使得数学的应用越来越广泛和深入.近半个多世纪以来,随着计算机技术的迅速发展,数学的应用不仅在工程技术、自然科学等领域发挥着越来越重要的作用,而且以空前的广度和深度向经济、金融、生物、医学、环境、地质、人口、交通等新的领域渗透,所谓数学技术已经成为当代高新技术的重要组成部分.总之,数学已经成为一种能够普遍实施的技术.培养学生应用数学的意识和能力已经成为数学教学的一个重要方面.

(2) 数学建模的定义

当需要从定量的角度分析和研究一个实际问题时,人们就要在深入调查研究、了解对象信息、作出简化假设、分析内在规律等工作的基础上,用数学的符号和语言,把它表述为数学式子,这就是数学模型,然后用通过计算得到的模型结果来解释实际问题,并接受实际的检验,这个建立数学模型的全过程就称为数学建模.

数学建模是一种数学的思考方法,是运用数学的语言和方法,通过抽象、简化,建立能近似刻画并“解决”实际问题模型的一种强有力的数学手段.

数学建模就是用数学语言描述实际现象的过程.这里的实际现象既包括具体的自然现象,比如自由落体现象,也包括抽象的现象,比如顾客对某种商品所取的价值倾向.这里的描述不但包括外在形态、内在机制的描述,也包括预测、试验和解释实际现象等内容.

(3) 数学建模竞赛

数学建模是在 20 世纪 60 和 70 年代进入一些西方国家大学的,我国的几所大学也在 80 年代初将数学建模引入课堂.经过 20 多年的发展,现在绝大多数本科院校和许多专科学校都开设了各种形式的数学建模课程和讲座,为培养学生利用数学方法分析、解决实际问题的能力开辟了一条有效的途径.

大学生数学建模竞赛最早是 1985 年在美国出现的.1989 年在几位从事数学建模教育的教师的组织和推动下,我国几所大学的学生开始参加美国的竞赛,而且积极性越来越高,近几年参赛校数、队数占到相当大的比例.可以说,数学建模竞赛是在美国诞生,在中国开花、结果的.

1992 年由中国工业与应用数学学会组织举办了我国 10 座城市的大学生数学模型联赛,74 所院校的 314 队参加.教育部领导及时发现,并扶植、培育了这一新生事物,决定从 1994 年起由教育部高教司和中国工业与应用数学学会共同主办全