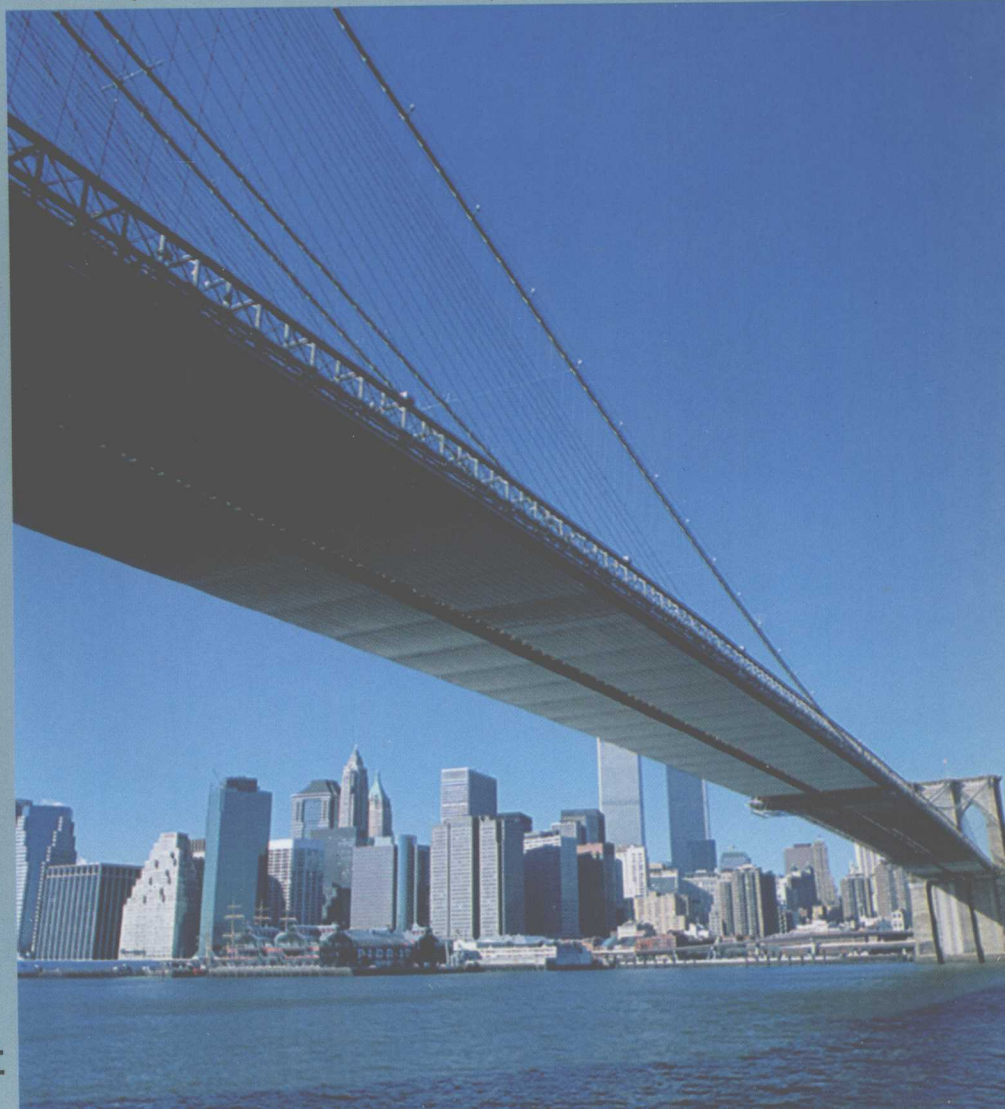


An aerial photograph of a dense urban skyline, likely New York City, with numerous skyscrapers and buildings. The Empire State Building is prominent on the right side. The image is in a muted, blue-toned color scheme.

结构力学

主 编 郭少华 刘奇言
副主编 肖勇刚 刘 杰



中南大学出版社

高等学校土木工程专业教材

结 构 力 学

主 编 郭少华 刘奇言

副主编 肖勇刚 刘 杰

中南大学出版社

结构力学

郭少华 刘奇言 主编

☐责任编辑 秦瑞卿

☐出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路 邮编:410083

发行科电话:0731-8876770 传真:0731-8710482

电子邮件:csucbs @ public. cs. hn. cn

☐经 销 湖南省新华书店

☐印 装 核工业 230 研究所印刷厂

☐开 本 787×1092 1/16 ☐印张 16.25 ☐字数 409 千字

☐版 次 2002 年 7 月第 1 版 ☐2003 年 9 月第 2 次印刷

☐书 号 ISBN 7-81061-522-X/O · 025

☐定 价 25.00 元

图书出现印装问题,请与经销商调换

前 言

本教材是根据国家教育委员会批准的《结构力学课程教学基本要求》(修订稿)所规定的教学内容,并结合中南大学、长沙交通学院和株洲工学院等院校多年讲授这门课程的实际教学经验编写而成的。它适用作为建筑工程、交通工程、岩土工程、水利工程、建筑管理、环境工程等专业的结构力学教材使用,同时也可作为有关工程技术人员的参考用书。

本教材在精简内容、深入浅出的基础上,注重阐明基本概念和基本理论,突出计算方法的实践。讲授完全书内容约需80~120学时。书中带星号章节,可视学时安排酌情取舍。

全书共十章。编写工作的分工是:第一、十章由刘杰编写,第二章由何运柏编写,第三、四、五章由郭少华编写,第六、七章由刘奇言编写,第八章由陈星烨编写,第九章由肖勇刚编写。全书由郭少华、刘奇言担任主编;肖勇刚、刘杰担任副主编;李耀庄担任主审;王青娥担任全书插图的计算机绘制工作。

由于编写水平有限,本书难免存在不当之处,恳请广大读者提出宝贵的意见,以便修订完善。

编 者

2002年5月

目 录

第一章 绪 论

- 1.1 结构力学的研究对象和任务 (1)
- 1.2 结构的计算简图和分类 (1)
- 1.3 荷载的分类 (4)

第二章 平面体系的几何组成分析

- 2.1 基本概念 (5)
- 2.2 刚片、自由度和约束 (5)
- 2.3 几何不变体系的组成规则 (8)
- 2.4 瞬变体系的组成规则 (9)
- 2.5 几何组成分析例题 (11)
- 习 题 (13)

第三章 静定结构的内力计算

- 3.1 静定结构的基本概念 (15)
- 3.2 静定梁的内力计算 (15)
- 3.3 静定平面刚架的内力计算 (24)
- 3.4 静定平面桁架的内力计算 (31)
- 3.5* 静定拱的内力计算 (41)
- 习 题 (46)

第四章 静定结构的位移计算

- 4.1 基本概念 (53)
- 4.2 实功与实功原理 (54)
- 4.3 虚功与虚功原理 (59)
- 4.4 静定结构位移的一般计算公式 (60)
- 4.5 静定结构在荷载作用下的位移计算 (62)
- 4.6 图乘法求位移 (65)
- 4.7 支座移动引起的位移计算 (71)
- 4.8* 温度变化引起的位移计算 (72)
- 4.9 弹性体系的互等定理 (74)
- 习 题 (78)

第五章 力 法

- 5.1 超静定结构的基本概念 (81)
- 5.2 力法的基本原理 (84)
- 5.3 荷载作用下超静定结构的内力计算 (89)
- 5.4 结构对称性的利用 (96)
- 5.5 非荷载因素作用下超静定结构的内力计算 (101)
- 5.6 超静定结构的位移计算 (107)
- 5.7 超静定结构的内力校核 (108)
- 5.8 超静定结构的特性 (108)
- 5.9 两铰拱的计算 (109)
- 习 题 (112)

第六章 位移法

- 6.1 位移法的基本概念 (115)

6.2 等截面直杆的转角位移方程 (117)

- 6.3 位移法的基本未知量和基本结构 (123)
- 6.4 位移法的基本方程 (127)
- 6.5 位移法计算超静定结构 (131)
- 6.6 位移法计算简化 (145)
- 习 题 (150)

第七章 力矩分配法与近似法

- 7.1 力矩分配法的基本概念 (154)
- 7.2 用力矩分配法计算连续梁及无结点线位移刚架 (157)
- 7.3 对称性的利用 (165)
- 7.4 力矩分配法与位移法的联合应用 (167)
- 7.5 无剪力分配法 (171)
- 7.6 近似法计算多跨多层刚架 (175)
- 习 题 (181)

第八章 影响线及其应用

- 8.1 影响线的概念 (185)
- 8.2 用静力法作单跨静定梁的影响线 (185)
- 8.3 用机动法作单跨静定梁的影响线 (188)
- 8.4 影响线的应用 (189)
- 8.5 简支梁的绝对最大弯矩和包络图 (193)
- 8.6* 连续梁的影响线与包络图 (196)
- 习 题 (199)

第九章 矩阵位移法

- 9.1 结构矩阵分析概述 (202)
- 9.2 局部坐标系中的单元刚度矩阵 (202)
- 9.3 整体坐标系中的单元刚度矩阵 (206)
- 9.4 结构刚度矩阵(后处理法) (210)
- 9.5 非结点荷载的处理 (217)
- 9.6 计算步骤与算例 (221)
- 习 题 (228)

第十章* 结构的动力计算

- 10.1 概 述 (230)
- 10.2 单自由度体系的自由振动 (231)
- 10.3 单自由度体系的强迫振动 (234)
- 10.4 有限多自由度体系的振动 (238)
- 10.5 无限多自由度体系的振动 (245)
- 10.6 频率计算的近似法 (248)
- 习 题 (252)

第一章 绪 论

1.1 结构力学的研究对象和任务

所谓结构,是指建筑物中用以支承荷载的骨架部分。例如房屋建筑中的屋架、梁、板、柱、框架等所组成的体系就是房屋结构。结构中,凡是由杆件组成的结构,称为杆件结构,除此之外,还有薄壁结构(如平板、壳体)和块体结构(如挡土墙)等。本课程是以杆系结构为主要研究对象,所以结构力学也称为杆件体系结构力学。

结构力学的研究任务是:

(1) 研究杆件结构的组成规律及其合理的组成形式。

(2) 研究杆件结构在荷载、温度变化和支座沉陷等因素作用下,结构各部分的内力计算,以保证结构有足够的强度。

(3) 研究杆件结构在荷载、温度变化和支座沉陷等因素作用下,结构各部的位移计算,以保证结构有足够的刚度。

(4) 研究杆件结构的稳定性,以保证结构不会丧失稳定性。

总之,结构力学的中心任务是研究各种结构内力的计算方法。它既要用到理论力学和材料力学的基础知识,也为后续的专业课程(如钢结构,钢筋混凝土)的设计提供计算方法。

1.2 结构的计算简图和分类

1.2.1 结构的计算简图

实际的建筑结构一般都很复杂,要完全按照结构的真实情况进行分析和计算,往往是不可能的,同时也是不必要的。因此,在进行分析之前,必须将真实结构加以简化,用一个简化的图形来代替实际结构,以进行计算。这种简化的计算图形称为结构的计算简图或结构的计算模型。

一般说来,选择计算简图时,必须符合以下两个原则:

(1) 尽可能反映实际结构的主要特征;

(2) 尽可能简化结构的计算过程。

1.2.2 结构的简化

对实际结构的简化,一般包括以下四方面内容:

一、结构体系的简化

结构的杆件都用轴线来表示。杆长取两铰之间的距离,而荷载的作用点也移到轴线上。

二、支座的简化

把结构和基础联系起来的装置称为支座。根据实际构造和约束特点,结构支座的简化形式可归纳为四种:

1. 活动铰支座:这种支座只能阻止结构在垂直支承面方向移动,它的计算简图可以用一根杆来表示,如图 1.1(a)。反力的未知数只有一个,即反力的大小。

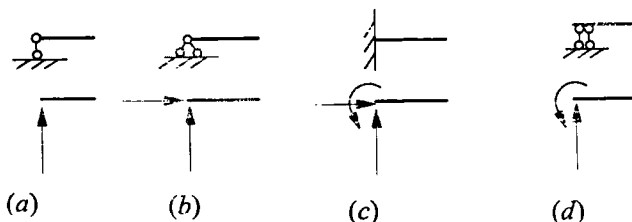


图 1.1

2. 固定铰支座:这种支座允许结构围绕铰中心转动,但不能作任何方向的

移动,它的计算简图可以用两根相交的链杆来表示,如图 1.1(b)。反力的未知数有两个,即反力的大小和方向,或两个互相垂直的分反力的大小。

3. 固定端支座:这种支座不允许结构作任何转动和移动,它的计算简图如图 1.1(c)所示,用三根不平行不相交的链杆表示。反力的未知数有三个,即反力的大小、方向和作用点;或两个互相垂直的分反力的大小和一个力偶的大小。

4. 定向支座(又称滑动支座):这种支座只允许结构在沿支承面方向滑动,它的计算简图可以用两根平行链杆来表示,如图 1.1(d)。反力未知数是两个,即反力的大小和作用点,或一个反力的大小和一个力偶的大小。

三、结点的简化

杆件结构是由若干杆件按一定的联接方式组成的。通常把杆件的汇交点称为结点(或节点)。尽管实际结构的结点构造是复杂的、多样化的,但一般都简化为三类,即铰节点、刚节点和组合节点。如图 1.2(a)、(b)、(c)所示。

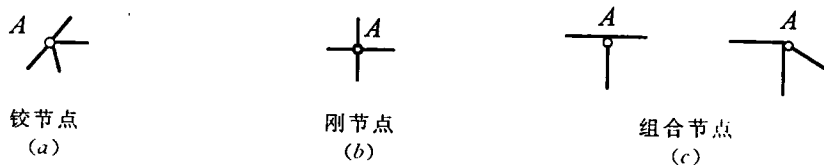


图 1.2

1. 铰节点 图 1.2(a)所示节点的简图常用于平面桁架中。铰节点的几何特征是各杆可以绕该节点自由转动。由于各杆端没有转动约束,相应地无杆端弯矩。

2. 刚节点 图 1.2(b)所示的刚节点常见于刚架中。刚节点的几何特征是各杆不能绕该节点作相对转动,即各杆轴线之间的夹角变形前后保持不变。

3. 组合节点 图 1.2(c)是组合结构中一个节点的计算简图。它同时具有以上两种节点的几何特征。右图左边水平杆与竖杆是刚接,右边斜杆则铰接于该刚节点之上。

四、荷载的简化

作用在一个结构上的荷载通常是很复杂的。一般情况下荷载有四种情况:

1. 直接施加于结构上的力,如风力、设备和人群的荷载等;
2. 构件内各处的体力,如自重;
3. 支座的约束反力;

4. 相联结构给予的反作用力。

这些荷载如果要准确地确定其大小、方向和作用将是困难的,必须适当简化。例如作用面积不大,但给予结构较大荷载的力(如机器重、搁在结构上的梁端传来的荷载),按集中荷载考虑;作用在较大面积上的荷载(如人群、自重和风力等)按分布荷载计算,相联部分给予结构的反作用力视联结处的构造情况按集中力、集中力偶计算。所有荷载最后都简化为作用在结构纵轴线上的三大类型荷载:即线荷载、集中荷载和力偶荷载。

1.2.3 结构的分类

平面杆件结构,按其受力特征划分,其结构计算简图有如下五种类型:

1. 梁 梁是一种受弯杆件,其轴线通常是直线(图 1.3)。

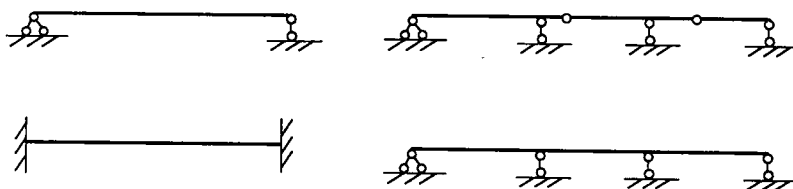


图 1.3

2. 拱 拱的轴线为曲线,其力学特征是在竖向荷载作用下不仅支座处有竖向反力产生,而且有水平反力产生。拱以受轴向压力为主(图 1.4)。

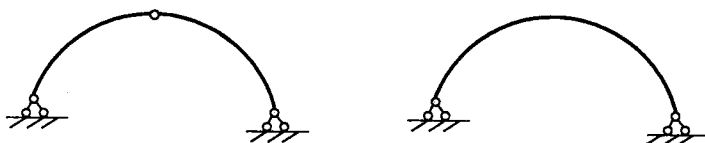


图 1.4

3. 桁架 桁架由直杆组成,所有结点均为铰结点(图 1.5)。当荷载只作用于结点时,各杆为链杆,只受轴力。



图 1.5

4. 刚架 刚架由直杆组成,结点一般为刚结点,也有部分结点为铰结点(图 1.6)。刚架中各杆主要受弯曲。

5. 组合结构 组合结构是链杆和梁式杆的组合物(图 1.7),其中链杆只受轴力,梁式杆主要受弯曲。

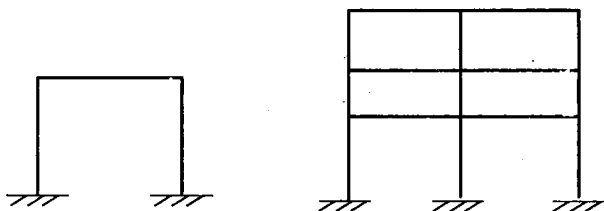


图 1.6

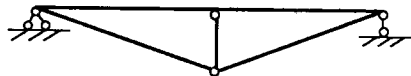


图 1.7

1.3 荷载的分类

荷载是主动作用在结构上的外力,例如结构的自重、货物的重量,风和雪的压力以及其他结构物传来的作用力等。

在结构计算时,必须慎重确定它所受的荷载。通常是查阅国家规定的“结构荷载规范”和“抗震设计规范”。

建筑结构中常遇到的荷载,按其不同特征分类有以下几类:

1.3.1 按荷载作用时间分为恒载和活载

恒载是指作用在结构上不变的荷载,例如结构的自重及固定设备等。

活载是指作用在结构上可变的荷载,例如楼面活荷载、风荷载、雪荷载、吊车荷载等。

1.3.2 按荷载作用性质分为静荷载和动荷载

静荷载是指逐渐地、缓慢地自零开始增至终值的荷载,且荷载的大小、方向和位置不随时间而变。不产生加速度,不必考虑惯性力的影响。动荷载是指急剧施加在结构上的荷载,且其大小、方向和位置都随时间而变,因此产生加速度,必须考虑惯性力的影响。

第二章 平面体系的几何组成分析

2.1 基本概念

2.1.1 几何不变体系和几何可变体系

由若干刚性构件按一定方式互相联接而成杆件结构,称为结构体系。在荷载作用下,这种结构将发生变形,但是,如果它的变形较之结构原尺寸甚小时,就可以不计这种变形而认为其几何形状和位置不发生改变。凡是能够保持自身几何形状或位置不变的几何体系称为几何不变体系,反之称为几何可变体系。

例如,一个由两根主链杆和地基组成的铰接三角形体系(如图 2.1(a)所示),它在外力 P 的作用下是不会改变形状和位置的,所以这个体系是几何不变的。而图 2.1(b)所示四链杆则不然,它在某种很小的干扰力作用下,就会发生改变而为虚线位置。这种体系就是几何可变体系。

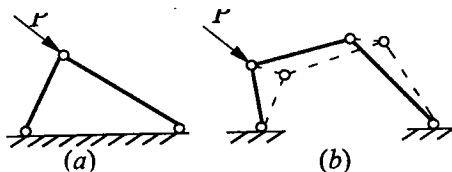


图 2.1

2.1.2 几何组成分析的目的

显然,一般结构必须是几何不变的,才能承受任意意外载荷的作用。一个几何可变的体系是不能用作结构的,因此,在对结构进行受力分析之前,必须对体系的几何组成和机动性质进行分析,简称几何组成分析。其目的有二:

1. 判断一个体系是否几何可变,从而决定它能否作为结构用。
2. 研究几何不变体系的组成规则,以保证结构是几何不变的。

本章只讨论平面结构的几何组成分析。

2.2 刚片、自由度和约束

2.2.1 刚片

在对结构进行几何组成分析时,不考虑材料的变形,所以可以认为各个构件没有变形。因此,把一个构件、一根链杆或体系中已被判定为几何不变的部分,都可以看做一个平面刚体,简称刚片。

2.2.2 自由度

为了对体系进行几何组成分析,必须了解体系的自由度。所谓自由度是指体系作刚体运动

时,可以独立变化的几何参变数的个数,也就是独立确定体系的位置所必需的独立坐标的个数。例如,确定平面坐标 x, y 内一个运动的点,需用 x 和 y 两个坐标,所以一个点的自由度等于 2[图 2.2(a)]。再如,确定平面坐标 x, y 内一个刚片的位置,可由其上面任一点 A 的坐标

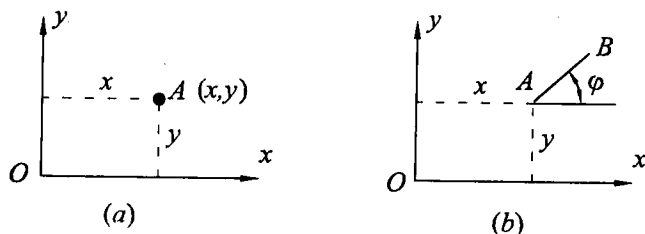


图 2.2

x, y 及通过 A 点的任一条直线 AB 与 x 轴的倾角 φ 才能确定,所以一个刚片在平面内的自由度等于 3[图 2.2(b)]。

2.2.3 约 束

一、约束

对体系施加某种限制的装置,就能减少自由度,这种装置称为约束(也称联系)。凡是能使体系减少一个自由度的装置称为一个约束。因此,对体系施加几个约束,就可使它减少几个自由度。结构中的理想铰和支座链杆就是这种约束。

例如用一根链杆把刚片与地基相连[图 2.3(a)],则此刚片将只有两种运动的可能: A 点沿着以 C 点为圆心, AC 为半径的圆周移动和刚片绕 A 点的转动,刚片的位置可用两个角度 φ_1 和 φ_2 完全确定,故其自由度由 3 变为 2,可见加入一根支座链杆可以减少一个自由度,即一根链杆相当于一个约束。

二、单铰

对于两个彼此毫无联系的刚片, I、II 在平面内各有 3 个自由度,总共 6 个自由度。如果用一个铰把它们联结起来[图 2.3(b)],这种联结两个刚片的铰称为单铰。若刚片 I 的位置由 A 点的坐标 (x, y) 和倾角 φ_1 确定后,刚片 II 就只能绕 A 点作自由转动,其位置由一个倾角 φ_2 就可以完全确定下来。因此,两个刚片用一个单铰联结后,体系的自由度由 6 个减成 4 个。可见,一个单铰相当于两个约束。也就是相当于两根链杆的作用。

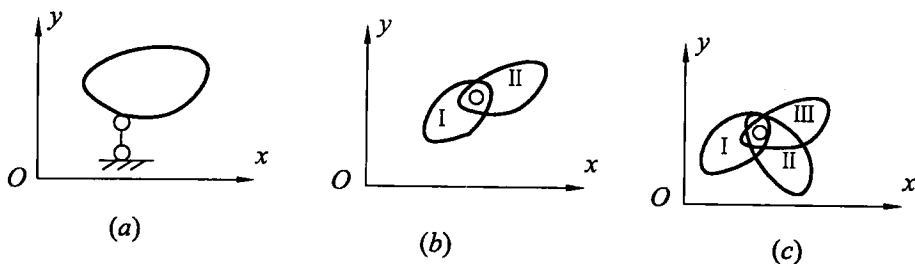


图 2.3

三、复铰

如果用一个铰同时联结三个或三个以上的刚片,这种铰称为复铰,如图 2.3(c)所示。当刚片 I、II、III 用铰 A 相联结时,若刚片 I 的位置由 A 点的坐标 (x, y) 和倾角 φ_1 确定后,刚片 II、

Ⅲ都只需一个坐标 φ_1, φ_3 便可完全确定。因此各减少 2 个自由度(共减少 4 个自由度)。可见,联结三刚片的复铰相当于两个单铰的约束作用。

由此可推知:联结 n 个刚片的复铰相当于 $(n-1)$ 个单铰的作用。例如图 2.4 所示的平面桁架,铰 1 和铰 2 是单铰,而铰 3、4、5 是复铰,折算成单铰数分别为 2、2、3。

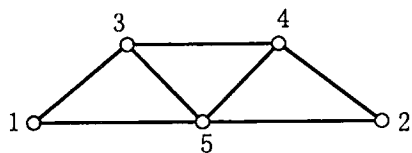


图 2.4

2.2.4 平面体系的自由度计算

一、平面刚片体系的自由度计算公式

一个平面体系通常是由多个刚片组合并用支座链杆与基础联结而成的。这种体系的自由度数为:

$$W = 3m - (2h + r) \quad (2.1)$$

式中 m ——刚片数; h ——单铰数; r ——支座链杆数。

必须注意,式(2.1)中的 h 是不考虑支座时体系具有的单铰数目。如遇复铰,则应换算成单铰数再代入公式。

二、平面链杆体系的自由度计算公式

如果平面体系中,杆件两端全部用铰联结的,这种体系称为铰接链杆体系(如桁架)。由于每个铰结点有两个自由度,在结点未加约束前, j 个结点应有 $2j$ 个自由度,而一个链杆相当于一个约束,若共有 r 根支座链杆, b 根链杆,则 $(b+r)$ 根链杆共减少 $(b+r)$ 个自由度。因此链杆体系的自由度公式为:

$$W = 2j - (b + r) \quad (2.2)$$

式中 j ——桁架的结点数; b ——杆件数; r ——支座链杆数。

三、平面体系内部自由度的计算公式

在工程实际中,有时只需分析体系本身的几何不变性。为此需要计算体系的内部自由度数。由于不变体系可看成是一个刚杆,它有 3 个自由度;因此体系的内部自由度等于总自由度减去 3,即:

$$V = 3m - 2h - 3 \quad (2.3)$$

式中 V ——体系本身的内部自由度;

m ——体系本身的刚片数;

h ——体系本身的单铰数。

这样,若 $V \leq 0$,则体系满足内部几何不变所需的必要条件。

按照公式(2.1)和(2.2)计算的结果,有如下 3 种情况:

1. $W > 0$,表明体系有运动的自由,因而体系是几何可变的;
2. $W = 0$,表明体系有保证几何不变所需的最少约束数目,但不一定就是几何不变的。
3. $W < 0$,表明体系有多余约束存在,但也不一定就是几何不变的。

由此可见,一个体系当 $W \leq 0$ 时是保证其几何不变的必要条件,但不是充分条件。因为体系的约束如果安排、布置得不恰当,仍会造成体系的一部分有多余约束而另一部分则约束不足,使整个体系仍然几何可变。为了判定体系的几何不变性,还必须进一步分析几何不变体系的合理组成规则,以便提出保证结构几何不变的充分条件。

2.3 几何不变体系的组成规则

由上节已知,虽然一个体系具有足够数目的约束,但若布置不当,仍会成为几何可变体系。下面介绍几何不变体系的组成规则,以用作判断体系几何可变与否的依据。

2.3.1 三刚片规则

这个规则是这样陈述的:三个刚片,用三个不在同一直线上的三个单铰两两相联,则所组成的体系是几何不变的。

设有三个刚片 I、II、III,用 3 个铰两两相联,构成一个三角形 ABC ,如图 2.5(a)所示。此体系从几何上看,它的几何形状是不会改变的。从运动看,若假定刚片 I 固定不动,则刚片 II 只能绕 A 点转动,其上的 C 点只能在以 A 点为圆心, AC 为半径的圆弧上运动,而刚片 III 只能绕铰 B 转动,其上的 C 点只能以 B 为圆心, BC 为半径的圆弧上运动,但刚片 II 和 III 已被铰 C 固结,可见各个刚片不可能发生任何相对运动,因此这样组成的体系是几何不变的。

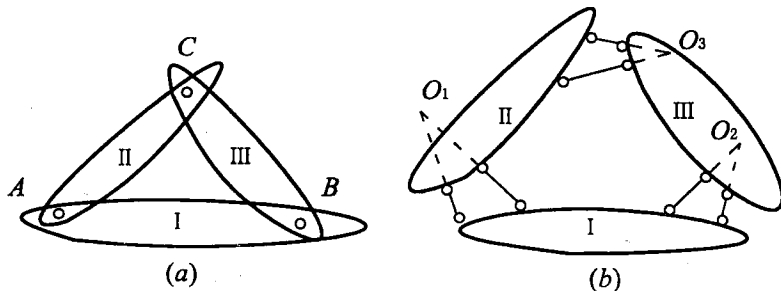


图 2.5

由此可见,三刚片规则是组成几何不变体系的最基本规则。这个规律也可以这样叙述:一个铰接三角形,如果它的三个铰不共线,此铰结三角形是几何不变的,这也称为三角形规则。

现在来分析三个刚片完全用链杆联结的情况。设有三个刚片,用 6 根链杆两两相联结,如图 2.5(b)所示。因为两根链杆的约束作用相当于一个单铰。6 根链杆中两两链杆分别相交于 O_1 、 O_2 、 O_3 。通常把两根链杆的实际交点称为实铰,而把两链杆延线的交点称为虚铰或称瞬铰。虚铰位置是随链杆的位置改变而变动,在实际上并不存在真实的虚铰。

由此可见,这里的 O_1 、 O_2 、 O_3 就是虚铰,只要这三个虚铰不在同一直线上,这个体系就是几何不变的。

2.3.2 二刚片规则

这个规则是这样陈述的:两个刚片用一个单铰和一根不通过该铰的链杆相联,则所组成的体系是几何不变体系;或者,两个刚片用三根既不全平行也不同交于一点的链杆相联,则所组成的体系也是几何不变体系。

设有两个刚片 I、II,用一个单铰 A 和一个不通过铰 A 的杆 BC 相联,如图 2.6(a)所示。若 BC 杆看作刚片 III,则此种体系实际上就是三个刚片 I、II、III 用不在一直线上的三个铰 A 、 B 、 C 两两相联而成,属于几何不变体系。由此可知,两刚体规则中的这条用一个铰和一根不通

过较心的链杆组成规则本质上就是三刚片规则。

现在再分析两刚片用三根链杆联结的情况。设有两刚片 I、II，用不汇交于一点也不完全平行的三根链杆 1、2、3 相联结，如图 2.6(b) 所示。其中 1、2 两杆的延长线相交于虚铰 O，这样刚片 I、II 的联结方式就相当于两个刚片用虚铰 O 和一根不通过铰 O 的链杆 3 相联而成的体系，这种体系是几何不变的。

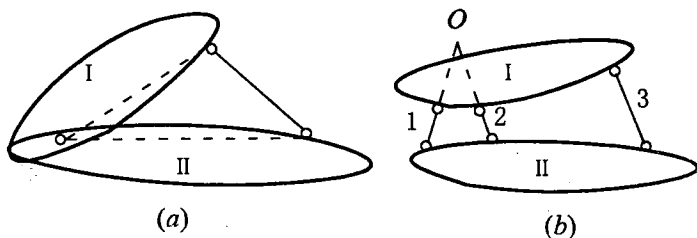


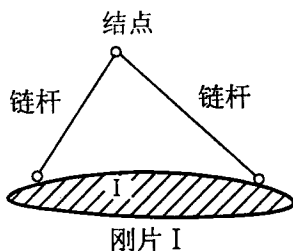
图 2.6

由此可知，两个刚片用三根既不相交于一点也不完全平行的链杆联结，则该体系是几何不变的。

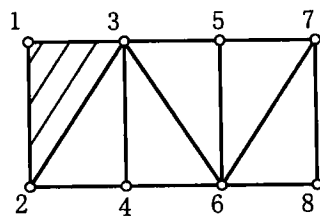
2.3.3 二元体规则

在一个刚片上增加一个二元体后仍为几何不变体系。在一个刚片上用两根不在一直线上的链杆联结一个新结点，按这种方式加上去的两根链杆，称为二元体。

图 2.7(a) 所示体系是按三刚片规则组成的。但也可以这样看：其中的两个刚片看作是链杆，是在一个刚片上增加两个链杆构成的。因此，在一个刚片上增加二元体，仍为几何不变体系。或者说，二元体规则实质上也是三刚片规则。



(a)



(b)

图 2.7

对于桁架体系，用二元体规则分析特别方便。如图 2.7(b) 所示桁架，可以先把铰接三角形 123 选作

刚片，以此为基础依次增加一个二元体，联结点 4，得几何不变体系 1234，再增加一个二元体得结点 5，如此方式增加二元体直至最后组成桁架，可知它是一个几何不变体系。

当然，也可以反过来，用拆除二元体的方法来分析体系是否几何可变。从一个体系拆除一个二元体后，并不改变原来体系的几何组成。

总之，在一个体系上增加或拆除二元体，不会改变原体系的几何不变或几何可变化性质。

2.4 瞬变体系的组成规则

2.4.1 瞬变体系的概念

在前面讨论几何不变体系规则时，各条规则中都附有一些限制。例如，联结两刚片的 3 根链杆不能完全交于一点，也不能完全平行；联结三刚片的三个铰不能在同一直线上，等等。

下面来分析,如果不满足上述限制条件时,体系将会出现怎样的结果。

如图 2.8(a)所示的两个刚片 I、II,用链杆 1、2、3 相联结,各杆的延长线交于 O 点,则此体系的两刚片将绕 O 点作微小的相对转动,体系是几何可变的。但是经过相对转动后,3 根链杆就不再交于一点,因此不再继续发生转动,体系变成几何不变的。这种只在某个瞬时可以发生微小相对转动的体系称为瞬变体系。

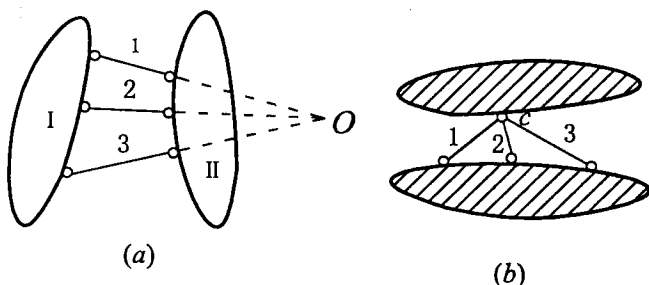


图 2.8

2.4.2 瞬变体系的组成规则

一、三根链杆汇交于一点的体系

除前述图 2.8(a)的体系为瞬变的以外,当刚片 I、II 用三根汇交于一点 C 的链杆 1、2、3 相联结时,此时三杆的交点 C 是实铰,如图 2.8(b)。C 点是刚片 I、II 的转动中心,因而同样是几何可变体系。

二、三根链杆互相平行的体系

图 2.9(a)所示的体系。即两刚片 I、II,用三根链杆相互平行但不等长的链杆相联结。这时刚片 I、II 可绕无穷远处虚铰作相对转动。若三根链杆的顶端产生相等的水平位移,但因三根链杆长度不等,所以转角并不相等(或不全相等)。三根链杆也不再相互平行而构成瞬变体系。

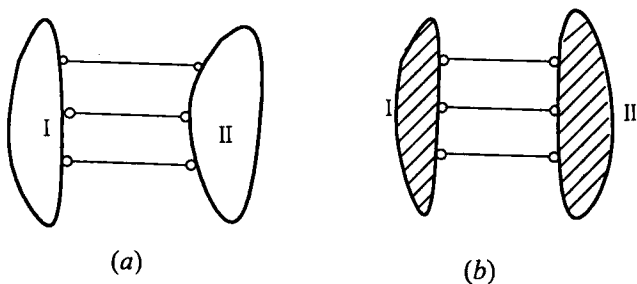


图 2.9

同样,刚片 I、II 用三根相互平行且等长的链杆相联结,如图 2.9(b)所示的体系。

当刚片 I、II 产生相对运动后,三链杆仍相互平行而继续产生相对运动,因此是几何可变体系,又称之为常变体系。瞬变体系和常变体系都属于几何可变体系。

三、联结三刚片的三个铰位于同一直线上的体系

设有刚片 I 和刚片 II 用铰 C 相联,而铰 A、铰 B 分别与地基相联,A、B、C 三铰位于同一直线上,如图 2.10(a)所示。若将地基看作刚片 III,则此体系属于三个刚片用 3 个铰两两相联结。由于刚片 I 和刚片 II 可以分别绕 A、B 作微小移动。由于 3 个铰移动后就不再位于同一直线上,所以移动停止,体系变成几何不变的。由此可知,此体系是几何瞬变体系。另一种情况是,刚片 I 和刚片 II 用一个铰和一根其轴线通过该铰的链杆 BC 相联结的,如图 2.10(b)所示。由于铰 A 相当于两根链杆的作用,链杆 BC 的轴线又通过 A 点,所以此体系相当于三根链杆交于一点的情况(此交点也是一个虚铰),故该体系是瞬变体系。

综上所述,从几何组成分析看,结构体系可分为几何不变体系和几何可变体系两种类型,而几何可变体系又可分为常变和瞬变两类。对于工程结构,显然不能采用几何可变体系,而只能采用几何不变体系。

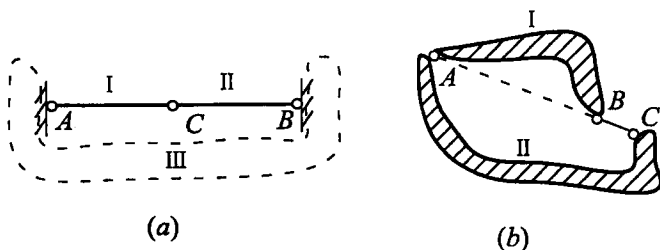


图 2.10

2.5 几何组成分析例题

2.5.1 几何组成分析方法

根据体系的几何组成,分析它是否几何可变,称为体系的几何组成分析。

体系几何组成分析的一般方法是:

对一般体系作几何组成分析时,可以不必计算其自由度而直接根据几个简单组成规则作几何组成分析;对于较复杂体系的几何组成分析,则应先计算其自由度,以判断它是否具有足够维持几何不变的约束,再用简单几何组成规则进行几何组成分析。如果用简单几何组成规则无法直接判定是否几何不变,则可以找出体系的几何不变部分,把它作为刚片,再按组成规则逐次扩大刚片的范围,以对整个体系作出判别。为简化分析,可先拆除体系的二元体,然后再做分析。

2.5.2 几何组成分析例题

下面,举几个体系几何组成分析的例子。

例 2.1 试分析图 2.11 所示多跨静定梁的几何组成。

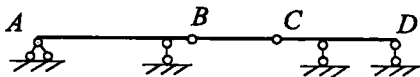


图 2.11

解 将地基看作一个刚片,分析它与各段梁的联结情况。首先看 AB 部分,它与地基用三根不汇交于一点又不互相平行的三根链杆相联结,符合二刚片规则,因而是几何不变的。我们再把 AB 部分和地基看作是扩大了刚片。这个刚片与 CD 部分又是用三根既不汇交于一点又不互相平行的链杆相联结,也符合二刚片规则。因而整个体系是几何不变的,并且没有多余联系。

例 2.2 试分析图 2.12 所示体系的几何组成。

解 将折杆 AC、BD 及地基各看作一个刚片。折杆 AC 与 BD 之间用链杆 CD 和 EF 相联结,两根链杆构成虚铰 G;折杆 AC、BD 与地基之间分别用铰 A、B 相联结;A、B、G 三个铰不在

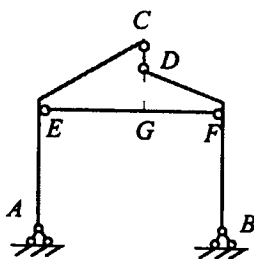


图 2.12

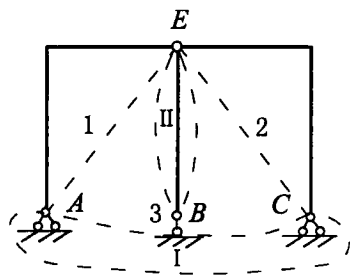


图 2.13

同一直线上,符合三刚片规则。故整个体系是几何不变的,并且没有多余联系。

例 2.2 试对图 2.13 所示体系作几何组成分析。

解 1. 此体系的自由度 $W=0$;

2. 几何组成分析

取地面作为刚片 I, EB 为刚片 II, AE 、 CE 视为链杆 1、2, 刚片 I 与 II 由 1、2、3 三根链杆联结, 但因链杆 1、2、3 均相交于 E 点。因此, 该体系为几何瞬变体系。

例 2.3 分析图 2.14 所示体系的几何组成。

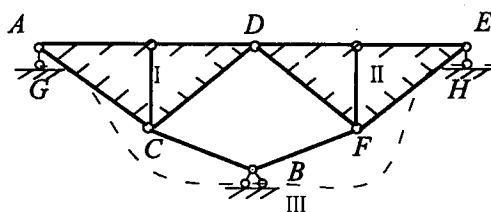


图 2.14

解 1. 自由度计算

由公式(2.2)得

$$W=2j-(b+r)=2 \times 8-(12+4)=0$$

故满足几何不变的必要条件, 该体系可能是几何不变的。

2. 组成分析

将 ACD 和 EFD 看成刚片 I 和刚片 II, 将地基视为刚片 III, 该三刚片用一个实铰 D 和两个虚铰 G 和 H 相联, 三个铰 D 、 G 、 H 不在同一直线上, 满足三刚片联结规则, 因此, 该体系是几何不变的, 且无多余约束。

例 2.4 分析图 2.15(a)所示体系的几何组成。

解 图中的体系有不交于一点的三根支杆在铰 A 与 B 处与地基连接; 所以, 可以排除支杆与地基的部分, 来分析体系内部[图 2.15(b)]的几何不变性。如果此体系是内部几何不变的, 则整个体系也必是几何不变的。

对图 2.15(b)中体系进行分析时, 首先可以看出刚片 AD 、 DF 与 AC 由三个不共线的铰 D 、 F 与 A 组成了一个无多余约束的大刚片, 称为刚片 I。同样, 刚片 CB 、 BE 与 GE 由铰 B 、 F 、和 G 组成大刚片 II。大刚片 I 和 II 之间有铰 C 与一链杆 DE 相连, 且铰与链杆不在同一直线