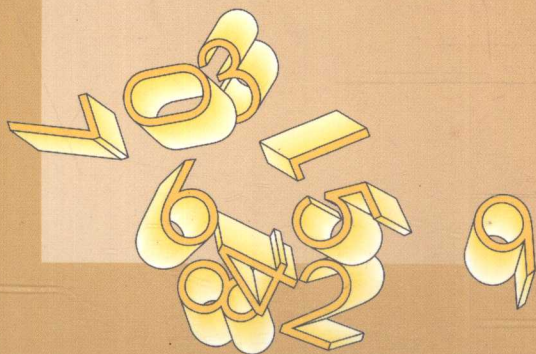


生命保险数学

(下)

**SHENGMING
BAOXIAN SHUXUE**

[日] 二见隆 著
江砚丽 李恒琦 译



西南财经大学出版社
Southwestern University of Finance & Economics Press

生命保险数学

(下)

**SHENGMING
BAOXIAN SHUXUE**

[日] 二见 隆 著
江砚丽 李恒琦 译



西南财经大学出版社
Southwestern University of Finance & Economics Press

图书在版编目(CIP)数据

生命保险数学/[日]二见 隆著;江砚丽,李恒琦译. —成都:西南财经大学出版社,2010.1
ISBN 978-7-81138-592-2

I. 生… II. ①二…②江…③李… III. 保险—经济数学 IV. F840
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 220443 号

生命保险数学(上下)

[日]二见 隆 著 江砚丽 李恒琦 译

责任编辑:向小英
封面设计:穆志坚
责任印制:封俊川

出版发行	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街55号)
网 址	http://www.bookej.com
电子邮件	bookej@foxmail.com
邮政编码	610074
电 话	028-87353785 87352368
印 刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	148mm×210mm
印 张	17.375
字 数	505千字
版 次	2010年1月第1版
印 次	2010年1月第1次印刷
印 数	1—1000册
书 号	ISBN 978-7-81138-592-2
定 价	38.00元(上下册)

1. 版权所有,翻印必究。
2. 如有印刷、装订等差错,可向本社营销部调换。

目 录

第7章 营业保险费	\ 1
§1 年付营业保险费	\ 1
§2 分期付营业保险费	\ 4
§3 高额折价	\ 5
§4 附带返还保险费的保险的营业保险费	\ 7
第7章 练习题	\ 8
第8章 实务上的责任准备金	\ 11
§1 A. Zillmer 式责任准备金	\ 11
§2 初年度定期式责任准备金	\ 15
§3 充足保险费式责任准备金	\ 17
§4 经过小数的情况下的责任准备金	\ 20
§5 事业年度末责任准备金的计算	\ 23
第8章 练习题	\ 25

第9章 解约及其他诸变更的计算 \ 27

§1 解约返还金 \ 27

§2 保险费转账贷付 \ 29

§3 缴清保险 \ 29

§4 延长保险 \ 30

§5 保险期间的变更及保险种类的变更 \ 32

§6 转换 \ 33

第9章 练习题 \ 34

第10章 剩余的分析 \ 36

§1 决算报告 \ 36

§2 利益的来源 \ 42

§3 范例式利源分析 \ 44

§4 对事业年度的利源分析 \ 50

第10章 练习题 \ 52

第11章 剩余的还原 \ 53

§1 分红方法的比较 \ 53

§2 不同利源分红 \ 56

§3 终止时分红 \ 57

§4 变额保险 \ 59

第11章 练习题 \ 61

第12章 与联合生命相关的生命保险及年金 \ 63

§1 联生生命概率 (2人的情况) \ 63

§2 联生生命概率 (3人以上的情况) \ 69

§3 附带条件的联生生命概率 \ 72

第12章 练习题 (1) \ 77

§ 4 联生保险及联生年金	\ 80
§ 5 最终生存者联生保险以及最终生存者联生年金	\ 85
第 12 章 练习题 (2)	\ 89
§ 6 遗族年金、复归年金	\ 92
§ 7 附带条件的联生年金	\ 97
第 12 章 练习题 (3)	\ 99
§ 8 附带条件的联生保险	\ 103
第 12 章 练习题 (4)	\ 110
第 13 章 对不能就业 (以及要介护) 的诸给付	\ 115
§ 1 死亡・不能就业脱退残存表	\ 116
§ 2 与不能就业相关的各种年金现值	\ 125
§ 3 对不能就业的诸给付	\ 127
§ 4 复杂的遗族年金	\ 132
第 13 章 练习题	\ 135
第 14 章 有关灾害和疾病的保险	\ 138
§ 1 有关灾害的保险	\ 138
§ 2 疾病住院给付	\ 140
§ 3 医疗费给付	\ 142
第 14 章 练习题	\ 144
第 15 章 团体定期保险	\ 145
§ 1 数理的构成	\ 145
§ 2 营业保险费	\ 149
§ 3 分红	\ 151
第 15 章 练习题	\ 154

第 16 章 退职年金保险 \ 156

- § 1 从业人员在职残存表 \ 156
- § 2 退职年金额的确定方法和保险费的计算 \ 161
- § 3 附随给付的保险费率 \ 165
- § 4 关于财政方式 \ 169
- § 5 给付建制度的财政方式 \ 172
- § 6 综合保险费方式 \ 177
- 第 16 章 练习题 \ 182

练习题解答 \ 184

- 第 7 章 练习题 \ 184
- 第 8 章 练习题 \ 187
- 第 9 章 练习题 \ 191
- 第 10 章 练习题 \ 194
- 第 11 章 练习题 \ 196
- 第 12 章 练习题 (1) \ 198
- 第 12 章 练习题 (2) \ 204
- 第 12 章 练习题 (3) \ 213
- 第 12 章 练习题 (4) \ 222
- 第 13 章 练习题 \ 232
- 第 14 章 练习题 \ 237
- 第 15 章 练习题 \ 238
- 第 16 章 练习题 \ 240

参考文献 \ 244

第7章 营业保险费

§ 1 年付营业保险费

从签约者那里实际收入的保险费称为营业保险费。如同第4章记述的一样，它常常比纯保险费大，其差额称为附加保险费。生命保险公司管理保险合同所需要的经费，以及将责任准备金用于投资以增值所需要的经营费用，即附加保险费，其大部分都是从签约者那里收入的。营业保险费中除上述附加保险费外，还包括为防备经营危险的安全加价和约定分红的负担额等。总之，决定营业保险费时，不能只考虑公司所必需的经费，还必须考虑经营和销售上的要素。

本书中纯保险费的记号采用在 P 和 A 的右肩上标 * 号，即 P^* 和 A^* 来表示营业保险费（有的书中用 P^1 , A^1 表示营业保险费，本书前面的章节已使用了这一记号，所以这里使用 * 号）。在初期时，决定营业保险费常常采用的公式是

$$P^* = P(1+k) \quad (7.1.1)$$

$$P^* = P(1+k) + C \quad (7.1.2)$$

例如 (7.1.1) 中， $k=0.2$ ，增加的纯保险费的 2/10 就是营业保

保险费。但是这样一来,例如全期缴纳的养老保险,在保险期较短的情况下附加保险费变得极高,在保险期较长的情况下又变得过低。所以要根据保险期的长短变更 k 的值。(7.1.2) 就是解决这一问题的一个手段。(7.1.2) 称为比例和常数法。

这是来自 T. B. Sprague 的提案的方法,即按照经费的实际支出形态来考虑附加的基准,然后将其代入收支相等的保险费算式的方法。现在日本主要采取这种方法。以下试以短期缴纳的养老保险、保险费年付、保险金即时支付的情况为例加以说明,假设现在作为预想的经费有如下情形时:

(1) 新合同费,仅限于新签合同时计算,对保险金额 1,其金额是 α ,例如 $\alpha = 0.25$ 。

(2) 集经费,于每次缴纳保险费时计算,对营业保险费 1,其金额是 β ,例如 $\beta = 0.03$ 。

(3) 维持费包括:①保险费缴纳中,每年初对保险金额 1,其金额是 γ ,例如 $\gamma = 0.003$;②缴清保险费后,每年初对保险金额 1,其金额是 γ' ,例如 $\gamma' = 0.002$ 。

对保险金额 1 根据收支相等的原则,下式成立

$${}_m\bar{P}_{x:\overline{n}}^*\ddot{a}_{x:\overline{m}} = \bar{A}_{x:\overline{n}} + \alpha + \beta {}_m\bar{P}_{x:\overline{n}}^*\ddot{a}_{x:\overline{m}} + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{m}} + \gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}} - \ddot{a}_{x:\overline{m}}) \quad (7.1.3)$$

解此式得到下面的营业保险费的算式。

$${}_m\bar{P}_{x:\overline{n}}^* = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n}} + \alpha + \gamma\ddot{a}_{x:\overline{m}} + \gamma'(\ddot{a}_{x:\overline{n}} - \ddot{a}_{x:\overline{m}})}{(1-\beta)\ddot{a}_{x:\overline{m}}} \quad (7.1.4)$$

$$= \frac{1}{1-\beta} \left\{ {}_m\bar{P}_{x:\overline{n}} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}}} + \gamma + \gamma' \frac{\ddot{a}_{x:\overline{n}} - \ddot{a}_{x:\overline{m}}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}}} \right\} \quad (7.1.5)$$

全期缴纳的情况下, $m = n$, 所以没有 γ' 的项。另外,如果想要求出保险金不是即时支付而是年末支付时的营业保险费 ${}_m\bar{P}_{x:\overline{n}}$, 把 (7.1.3), (7.1.4), (7.1.5) 中的 $\bar{A}$, $\bar{P}$ 换成 A , P 即可。

(7.1.5) 右边括弧内的第 1 项是纯保险费,第 2 项以后的内容表

示了各经费是如何进入到年付保险费中的。 α , β , γ , γ' 是在考虑了预定死亡率、预定利率之后, 还需考虑的第3 计算基础, 称预定事业费率。另外, α 被称为预定新合同费率、 β 被称为预定集金经费率、 γ 和 γ' 被称为预定维持费率。观察 (7.1.5), 这时和 (7.1.2) 相同, 也可以写成如下式子

$$P^* = P(1+k) + C$$

通常, 趸缴保险费的营业保险费中没有 β 和 γ , 采用下式表示

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|}^* = \bar{A}_{x:\overline{n}|} + \alpha + \gamma' \ddot{a}_{x:\overline{n}|} \quad (7.1.6)$$

根据这个方法, 只要明白把预定事业费率代入收支相等式的原则, 不管多复杂的情况下, 也能容易地推导出营业保险费的算式。例如新合同费不按保险金额的比例而按照营业保险费的比例支付, 而且不仅仅限于新签约时, 而是以合同的持续为条件的长期支付。如 n 年到期的养老保险 ($n \geq 10$), 签约时的新合同费, 如果对年付营业保险费而言是 α_1 (如0.5); 由于持续向募集者支付手续费, 第2年的新合同费是 α_2 (如0.1), 第3年至第10年是 α_3 (如0.03), 第11年以后是 α_4 (如0.02)。设保险金支付经费 (β 、 γ 除外) 中, 于死亡或到期时需要集中支付的金额为 γ_1 (如0.005), 这种情况的收支相等式如下

$$\begin{aligned} \bar{P}_{x:\overline{n}|}^* \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = & \bar{A}_{x:\overline{n}|} + \{ \alpha_1 + \alpha_2 (\ddot{a}_{x:\overline{2}|} - \ddot{a}_{x:\overline{1}|}) + \\ & \alpha_3 (\ddot{a}_{x:\overline{10}|} - \ddot{a}_{x:\overline{2}|}) + \alpha_4 (\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{10}|}) \} \bar{P}_{x:\overline{n}|}^* + \\ & \beta \bar{P}_{x:\overline{n}|}^* \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \gamma \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \gamma_1 \bar{A}_{x:\overline{n}|} \end{aligned} \quad (7.1.7)$$

解此式得到

$$\bar{P}_{x:\overline{n}|}^* = \frac{(1 + \gamma_1) \bar{A}_{x:\overline{n}|} + \gamma \ddot{a}_{x:\overline{n}|}}{(1 - \beta - \alpha_4) \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (\alpha_3 - \alpha_4) \ddot{a}_{x:\overline{10}|} - (\alpha_2 - \alpha_3) \ddot{a}_{x:\overline{2}|} - (\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (7.1.8)$$

对于定期保险等其他的保险种类, 即使其费率 α 或 γ 等的值和养老保险的情况不同, 也都可以按上述的原则算出营业保险费。另外像 (4.16.6) 那样的年金保险, 通常按年金额1的比例确定年金开始后

的维持费,并且把年金开始时点的现值视为生命保险中的生存保险金,从而确定附加保险费。

§ 2 分期付营业保险费

对于分期付的营业保险费,与第4章 § 17 的情况一样,可以考虑为分期赋付保险费和分期付真保险费。

在前者的情况下,除了要考虑因延迟缴纳原来的年付保险费而产生的利息损失的填补部分外,还必须考虑因缴纳次数的增多而增加的经费部分。考虑到这些因素,日本通常采用的方法是

$$\text{半年付:} \quad \frac{1}{2}P^{(2)*} = \frac{1.04}{2}P^* \quad (7.2.1)$$

$$\text{3个月付:} \quad \frac{1}{4}P^{(4)*} = \frac{1.06}{4}P^* \quad (7.2.2)$$

$$\text{月付:} \quad \frac{1}{12}P^{(12)*} = \frac{1}{11}P^* \quad (7.2.3)$$

各种情况的年间保险费 $P^{(k)*}$ 超过年付保险费 P^* 的部分,可以认为是由上述的填补利息损失的部分和充当增加经费的部分构成的。其中,填补利息损失的部分和 (4.17.2) 相同,是

$$\frac{1}{4}dP^{(2)*}, \quad \frac{3}{8}dP^{(4)*}, \quad \frac{11}{24}dP^{(12)*}$$

余下的充当了增加经费的部分。

在考虑分期付真保险费时,把 (7.1.3) 的 $\ddot{a}_{x:\overline{m}|}$ 换成 $\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)}$ 即可,并将这时的 γ 理解为各缴纳时点使用的预定维持费的年总额。缴清保险费的合同的维持费每年初按 γ' 来考虑。于是,根据收支相等式得

$$\begin{aligned} {}_m\overline{P}_{x:\overline{n}|}^{(k)*} \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)} &= A_{x:\overline{n}|} + \alpha + \beta {}_m\overline{P}_{x:\overline{n}|}^{(k)*} \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)} + \\ &\quad \gamma \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)} + \gamma' (\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}) \end{aligned} \quad (7.2.4)$$

结果得到

$${}_m\bar{P}_{x:\overline{n}|}^{(k)*} = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n}|} + \alpha + \gamma \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)} + \gamma' (\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)})}{(1-\beta) \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)}} \quad (7.2.5)$$

$$= \frac{1}{1-\beta} \left\{ {}_m\bar{P}_{x:\overline{m}|}^{(k)} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)}} + \gamma + \gamma' \frac{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}^{(k)}} \right\} \quad (7.2.6)$$

它表示1年的保险费，所以 $\frac{1}{k}$ 就表示每次的分期付营业保险费。

现在日本用这种方法计算营业保险费时，在计算要素上有若干追加。

(1) 除 α 外，作为教育方面的新合同费对年间营业保险费1追加 δ ；

(2) 以月付为基准，除了 β ， γ 以外，因保险费月付，作为预定集金经费对年间营业保险费1追加 ζ ；

(3) 高度残障的情况下，由于免缴保险费，作为充当保险费的部分对年间营业保险费1追加 ε 。

于是可以用 $1-\beta-\delta-\zeta-\varepsilon$ 替代 $1-\beta$ （年付及半年付的营业保险费，在上述月付营业保险费的基础之上进行计算）。

§3 高额折价

诸多国家在计算营业保险费时，往往采用高额折价的制度。维持和管理保险合同所需的经费，按单项合同计算时费用较多，而按保险金的一定比例计算时所需费用较少。确定附加保险费时，如前所述的方法中，预定事业费是按保险金额的一定比例来确定的，所以高额的保险合同与维持它所需的经费相比，负担了更多的附加保险费。通常把按照一个保险合同实际需要的经费来设定附加保险费的方法称为成本主义（与此相对，从保险合同的效用出发，根据保险的保障种类和

金额来确定附加保险费的方法，称为效用主义)。高额折价遵从成本主义，它是指对于高额合同，根据保险金额的大小，对保险金额1或多或少地从营业保险费中扣除一些金额。根据同样的考虑方法，对于保险金额与标准相比非常低的合同，由于所需的经费远远大于附加保险费，所以在保险费上加价（低额加价）以取得平稳。这样的情况也偶有发生。

通常把保险金额分成几个等级进行折价（加价），例如可以考虑如下方法（这只是一个例子，而非实际运作）：

(1) 保险金额未满100万日元，增1.50‰；

(2) 保险金额在100万日元以上、未满1000万日元，按通常费率；

(3) 保险金额在1000万日元以上、未满5000万日元，减1.00‰；

(4) 保险金额在5000万日元以上、未满1亿日元，减1.50‰；

(5) 保险金额在1亿日元以上，减2.00‰。

这个制度的难点是不容易应对通货膨胀。例如在某一时刻，保险金额300万日元的合同的附加保险费能够和实际经费取得平稳，但遇到通货膨胀时，固定经费增大，保险金额不到1000万日元的合同的附加保险费也许就不能和固定经费取得平稳。这样一来就必须变更保险金额的标准和等级，可是已经签订合同的营业保险费已不可能变更了。为了避免这种情况，后面介绍的按不同的保险金额确定费用分配率的方法也许是一个解决问题的办法。

另外，国外也有这样的例子，为了让单笔合同的成本反映在保险费中，将单笔合同对应的一定金额，加在与保险金额成比例的保险费中，以此来确定营业保险费。

现在日本的个人保险没有采用高额折价制度；团体定期保险或企业年金，视团体的规模采用折价保险费率的作法。

§ 4 附带返还保险费的保险的营业保险费

(4.16.4) 或 (4.16.7) 计算的是附带返还纯保险费的保险的纯保险费。实务中返还的往往不是纯保险费,而是营业保险费。这时的计算首先要确定营业保险费。如同本章 §1 所述,一般营业保险费由下式给出。

$$P^* = P(1+k) + C \quad (7.4.1)$$

这时对于投保人中途死亡的情况,如果作为返还不计利息的已付营业保险费的生存保险处理,计算年付纯保险费的收支相等的式子就是把 (4.16.3) 右边的 P 换成 P^* , 即

$$\begin{aligned} P\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= P^* (IA)_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}^1 \\ &= \{P(1+k) + C\} (IA)_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}^1 \end{aligned}$$

于是得到

$$P = \frac{A_{x:\overline{n}|}^1 + C (IA)_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - (1+k) (IA)_{x:\overline{n}|}^1} \quad (7.4.2)$$

$$= \frac{D_{x+n} + C (R_x - R_{x+n} - nM_{x+n})}{(N_x - N_{x+n} - (1+k) (R_x - R_{x+n} - nM_{x+n}))} \quad (7.4.3)$$

营业保险费如下

$$\begin{aligned} P^* &= P(1+k) + C \\ &= \frac{(1+k) D_{x+n} + C (N_x - N_{x+n})}{(N_x - N_{x+n}) - (1+k) (R_x - R_{x+n} - nM_{x+n})} \quad (7.4.4) \end{aligned}$$

如果按年息 $j\%$ 返还已付营业保险费,收支相等的式子是把 (4.16.6) 右边的 P 换成 $P^* = P(1+k) + C$, 所以把 $\sum_{t=1}^n \dot{s}_{\overline{t}|} v_{t-1}^i q_x$ 代入 (7.4.2) 的右边取代 $(IA)_{x:\overline{n}|}^1$, 得到计算纯保险费 P 的式子, 再把得到的 P 代入 (7.4.1) 便可求得 P^* 。

趸缴营业保险费按年息 $j\%$ 返还的情况下, 可进行同样的计算。这时设营业保险费的式子如下

$$A^* = A(1+k) + C \quad (7.4.5)$$

使纯保险费的收支相等的式子是

$$\begin{aligned} A &= \sum_{t=1}^n A^* (1+j)^{-t} v_{t-1}^j | q_x + A_{x:\overline{n}|} \frac{1}{1+j} \\ &= \{A(1+k) + C\} \sum_{t=1}^n (1+j)^{-t} v_{t-1}^j | q_x + A_{x:\overline{n}|} \frac{1}{1+j} \end{aligned} \quad (7.4.6)$$

于是得到

$$A = \frac{A_{x:\overline{n}|} \frac{1}{1+j} + C \sum_{t=1}^n (1+j)^{-t} v_{t-1}^j | q_x}{1 - (1+k) \sum_{t=1}^n (1+j)^{-t} v_{t-1}^j | q_x} \quad (7.4.7)$$

$$A^* = \frac{(1+k) A_{x:\overline{n}|} \frac{1}{1+j} + C}{1 - (1+k) \sum_{t=1}^n (1+j)^{-t} v_{t-1}^j | q_x} \quad (7.4.8)$$

$j=i$ 时, (7.4.7), (7.4.8) 中的 $\sum$ 项全部变成 $\sum_{t=1}^n v_{t-1}^i | q_x = {}_nq_x$, 计算也更加简略。

第7章 练习题

(1) 计算基础为第5回全会社表, 按 5.5% 的比例确定预定事业费。其他各项费用按如下各比例确定:

①新合同费及募集机构经费

- 按初次收入保险费时的 30% 和保险金额的 15‰;
- 按第2次收入保险费时的 10%;
- 按第3次至第5次收入保险费时的 5%。

②集金经费

按营业保险费的 3%。

③维持费

按每年初保险金额的 $3‰$ ；缴清保险费后按 $1.50‰$ 。

对于 35 岁签合同、缴纳 20 年保险费、30 年到期的养老保险（保险金即时支付），求保险金额为 1000 万日元的营业保险费。

(2) 35 岁的男子加入了由保险金额 200 万日元、缴纳 20 年保险费、30 年到期的养老保险和保险金额 800 万日元的 20 年定期保险组成的组合保险（称为附带定期的养老保险）。死亡保险金即时支付，保险费为 20 年间的月付真保险费。计算基础采用第 5 回全会社表，按 5.5% 确定预定事业费率，费用的分配比率如表 7-1 所示。求此合同的月付营业保险费。

表 7-1

	养老部分	定期部分
α	保险金额的 $25‰$	保险金额的 $8‰$
β	营业保险费的 3%	营业保险费的 3%
γ	每次随月付保险费一起征收，按年额的 $3.50‰$ 计算	每次随月付保险费一起征收，按年额的 $2.50‰$ 计算
γ'	每年初征收，按年额的 $2.00‰$ 计算	—

(3) x 岁的被保险者签订了 f 年缴纳保险费、 f 年后开始的期初付 n 年有期生命年金合同。

(a) 设年金开始后的维持费是年金年额的 1%，问年金开始时点的年金原资 F （即时开始年金的趸缴保险费）对于年金年额 1 是多少？请写出式子。

(b) 保险费缴纳中，设预定事业费率如下：新合同费是 F 的 $20‰$ ，集经费是保险费的 3%，维持费是 F 的 $3‰$ 。年付保险费对于年金年额 1 是多少？请写出式子。

(c) $x = 40$ ， $f = 20$ ， $n = 15$ ，用第 5 回全会社表，按 5.5%，求

(a), (b) 的值。

(4) 通常年付营业保险费的算式由 $P^* = P(1+k) + C$ 给出。被保险人签订了附带死亡指数 $(1+a) \times 100$ 条件的保险合同 (参照 (4.16.8)), 又附带签订了被保险人到期如果生存则返还收入的特别保险费合同 (设原来的保险是保险金即时支付的养老保险), 求这种情况的特别保险费 (参照 (4.16.9))。

(5) x 岁的被保险人签订了如下合同: $f+n$ 年后生存或最后的 n 年间死亡, 则支付保险金; 如果最初的 f 年间死亡, 则返还已付保险费后合同终止。支付均在保险年度末进行。设在最初的 f 年间缴纳保险费, 年付营业保险费对纯保险费有如下关系

$$P^* = (P + C)(1 + k)$$

(a) 用计算基数表示年付营业保险费的式子。

(b) 用计算基数表示 $f+t$ ($t < n$) 年后, 过去法和将来法下的责任准备金, 并证明两者一致。

(6) 60 岁的人购买了即时开始、每年 1 次期末支付、保险费趸缴、年金年额为 1 的终身年金。如购买人死亡时已付年金总额没有达到购买金额时, 则向受益人即时支付其差额。

购入价格的 $1/10$ 是附加保险费, 用第 5 回全会社表, 按 5.5% 计算趸缴营业保险费。

(7) 前问中如果购买的是每年 k 次支付的完全年金又将如何? 请考虑计算方法。