

相對律之由來及其概念

周昌壽著

DER
URSPRUNG UND BEGRIFF
VON DER
RELATIVITÄTSTHEORIE

相對律之由來及其概念

周昌壽著



1933 · 商務印書館發行

鑒原諒有下忱統祈至鑒

上海商務印書館謹啓

日刷附公十家三同版印九
意艱需用書製裝荷

版 權 所 有 翻 印 必 究

中華民國十二年六月初版

民國廿二年一月印行 國難後第一版

(一五四五)

學藝相對律之由來及其概念一冊

每冊定價大洋叁角伍分

外埠酌加運費匯費

0.30

著 者 周 昌 壽

發 行 者 兼 印 刷 者 上海河南路商務印書館

發 行 所 上海及各埠商務印書館

序

愛因斯坦的相對性原理，完全是由數學的推理得出來的結果，所以一般沒有數學修養的人，無由觀其門徑。我國研究相對律的人固然很少，但是介紹他的重要的論文，雜誌裏面，却有幾篇；不過這些論文，大概僅將那些由數學推出的幾個結果，摘錄出來罷了。至於他的詳細的內容，和萬壑千流，不得不歸宗於這個大原理的理由，却未曾提及，的確是一大憾事。但是由一方面說來，這個原理的堅深程度，和他的價值的高遠程度，恰成一個正比例。若要想真正了解他的價值，除却耐心忍性，向着他那堅而且深的一條路上走去，別無他法，歐几里得的名言說：“幾何學中無王道” (There is no royal road in geometry)，真可謂一語破的。本書第一篇之作，即本此意，全文曾在學藝雜誌第三卷中發表，因限於體裁，未能作詳細之說明，不過其中最重要而又最基礎的概念，及其數學的演繹，却略為介紹一下。又第二篇的主旨，在將相對性原理的內

容，摘要錄出，使讀者既將相對性原理的概念明白了解之後，即可進一步研究相對論中的問題。但是要着手研究之前，至少總得要將已成就的發展，得一個梗概。這一篇就是以這個目的作的。原文已在東方雜誌上發表過。末尾所附的相對律文獻，聊備不作“royal road”妄想的讀者稍資參考。今值改印單行本之機，綴此數言，尙望同志，有以教之！

民國十一年國慶日，著者識。

目次

序

相對律之由來及其概念

1. 總說	1
2. <u>噶刺略牛頓</u> 的時空觀	3
3. 能媒說的時空觀	10
4. <u>羅倫徹</u> 轉換	15
5. 新宇宙觀	26
6. 萬有引力新說	40
7. 結論	53

相對性原理概觀

1. 總說	55
2. 相對性原理的起源	58
3. 特殊相對性原理	62
4. 普遍相對性原理	71
5. <u>愛因斯坦</u> 的宇宙觀	82
6. <u>愛因斯坦</u> 的能媒觀	85
7. <u>外爾</u> 相對論的新擴張	87
8. 結論	88

附錄：相對律的文獻	91
-----------------	----

相對律之由來及其概念

1. 總說

自從 1905 年 愛因斯坦 的特種相對性理論(註 1)發表以來,物理學的根本思想,大為震動。牛頓 的動律,是歷來奉為萬古不滅的金科玉律。受了這個打擊,立覺百孔千創,在在都有可疑的餘地了。十九世紀的末年,一般的人都苦心孤詣的去求那小數下六位數字的計算;以為舍此而外便沒有他們用武的地方。那裏會料得到還有這樣驚天動地的大革命呢? 從此以後,大家都聚精會神,從事研究起來,要想在這新開拓的天地中,求一個最普遍最確切的原則,來支配自然界的一切現象。最初是物理學家提倡出來,證明從前種種與實驗不符的議論的錯謬,後來推廣出去,範圍就一天比一

註 1. A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Ann, d. Phys. 17, 891, 1905.

天的膨脹起來。天文學家拿去解釋數百年來未能了解的現象；數學家拿去創設一科新奇的時空幾何學；哲學家拿去作為經驗界的現象的精確規定。範圍如此磅礴，影響如此重大，古今以來，實在沒有比他更重要的了。前後十六年間，所成文獻已不下一千餘種，（註2）就是麻木不仁的我國，自從羅素在南京演講以後，也就有許多的人，知道他的存在。各種雜誌裏面，也東一篇西一篇的登載不少。雖然說得不完不全，讀去不明不白，究竟總比不聞不問的好多着呢。究竟若要完全，就不能够明白；若要明白，也決不能够完全。二者不可得兼，我這一編也只求一個明白罷了。愛丁頓（A. S. Eddington）曾經說過（註3）：

“The mind is not content to leave Scientific truth in a dry husk of mathematical symbols, and demands that it shall be alloyed with familiar images. The mathematician, who handles x so lightly, may fairly be asked to state, not indeed the inscrutable meaning of x in Nature, but the mean-

註2. 見本誌“相對律之文獻”

註3. A. S. Eddington, Space, Time and Gravitation. An Outline of the general Relativity Theory, Cambridge Press, 1920. 序文。

ing which x conveys to him.”

這句話真算得現在物理學者的頂門一針了！本編的宗旨專在說明概念。所以將那些不可解的 x ，一律避去不用，不過間有一二處實在不得已的地方，方才點綴一下。這也是這一科學間的性質使然，萬不能避免的。

2. 噶刺略牛頓的時空觀

物理學裏面所表的事象 (Event)，第一先要說出他的位置，其次還須說出他的時刻，然後才能知道所表的究竟一件什麼事。表示位置，有空間的三座標軸。只要軸的狀況一定，那麼各點的位置，就不難由他們和座標軸的距離定奪的了。但是座標軸的種類，多得很呢！平常力學和理論物理學裏面用的，有直座標，斜座標，曲座標等。由此移彼，各有一定的規則，到還不難。不過同一的直交軸，也有種種的不同。要是在數學方面，無論什麼樣的軸系，都可以用。但是物理學則不然。其所表的既然為自然界之現象，那麼，他所用為標準的軸系，也就非取之於實有的物體不可。尋常的軸

系,是在剛體內作三直交線作成的。只要合着這個要求,通可以用。要是沒有旁的條件,這樣的軸系不知有若干。拿這種不定的東西,來作標準,還有什麼價值可言呢?好在物理學的目的,並不僅在於此;他的最高尚的目的,是要將外界所有的事象,用一種數學上的公式,表示出來。這些公式,對於座標軸系的選擇上,就有很大的關係。軸系選得適當,得來的數學式子就異常簡單;軸系選得不適宜,得來的公式,就異常複雜。避繁就易,原算不得什麼特別的要求。但是一篇相對律原理,也就是爲這一個目的而成的,譬如牛頓最初用的座標軸,是固定在地球上的,所以得出來的牛頓動律,對於一切地面上的運動,都是一樣的有效,但若用這種座標軸去解釋旁的天體的運動,就不容易了。要圖簡單,除將軸系移在各個天體上面去,別無他法。由一種軸系,移到第二種軸系時,兩種座標間的關係,叫做轉換(Transformation)。未說轉換之前,還有很重要的事不得不先爲略述一下。

物理上的事件,既然要空間的三座標 x, y, z , 和時間的座標 t , 兩種來表。空間座標固然已經

明白了,那時間的座標,究竟應該怎樣測定? 時間又是怎樣的一個界說呢? 照著牛頓的界說,時間是一次的,一向的,一價的連續體 (One-dimensional, uni-directional, one-valued Continuum 註4)。這種界說,是一種抽象的敘述,不能作數量的用。要測數量的時間,當以能够統括一切物理的定律爲標準。一切的定律與時間雖有關係,與某一特別的時刻,却毫不相干。昨天也好,今天也好,千百年前也好,千百年後也好,只要有此環境,一定就有此結果。這是平常所謂的因果律 (Causality)。用數學的語言說起來,普通的物理定律,大概都可以用第二級 (Second Order) 的微分方程式來表。因果律所要求的,是這些微分方程式裏面,不能夠直接含有 t 的關係。譬如有 $p_1, p_2, p_3, \dots$ 等若干的變數,表種種物體的位置狀態等。那麼,這些物體的運動狀況,就是由這些 p 變數造成的一個第二級微分方程式可以支配的。第二級微分方程式,一般可以寫作

註4. 見牛頓的格物原論 (Philosophical naturalis Principia Mathematica 1687.

$$\frac{d^2p}{dt^2} = f(t, p_1, p_2, p_3, \dots, \frac{dp_1}{dt}, \frac{dp_2}{dt}, \frac{dp_3}{dt}, \dots)$$

右邊的 f 函數，既然直接含有 t 在裏面，那麼，時刻要是不同，左邊的 $\frac{d^2p}{dt^2}$ ，也就不得不易。這就和因果律衝突了。至於其餘的 $\frac{dp_i}{dt}$ 是表變數 p_i 每經過極短時間所起的變化，只能算是 $t-t_0$ 的函數，不是 t 自身的函數，所以無礙於事。要與因果律相容，總得要使得出來的一切微分方程式裏，只能含 $t-t_0$ 的關係，不能夠單獨含有 t 的關係。這就是我們用來測定時間的標準了。

若果只有一個式子，那麼，由這個式子，自然只不過能求得測時間空間的標準罷了。至於這個式子，究竟正當與否，却無從判斷。好在物理學的定律很多，先將這些定律，全體做成最適合的形式，去測時空的數量；然後用如是得來的數量，方能去判斷各種定律的正當與不正當。譬如現在我們測時的方法，是利用地球的自轉；自轉一週，算是一日。地球的迴轉速度，要是等速，那麼，一週所需的時間，自然一定；迴轉的速度，要是起了變化，那麼，這一週所需的時間，就不能一律。這不能一律的現

象,怎樣作得標準呢? 不過更進一步設想:我們既然以地球自轉一週爲一日,就非格外還有別的測時間標準,來和他比較,絕不能判斷地球的迴轉究竟是速是遲。話雖如此,我們一方面誠然沒有別種測時的標準,但是一方面由海水的運動得來的結論,知道地球自轉的速度,是一天比一天遲緩下去的。這個理由,是因爲我們用這種時間的標準,作出種種物理學的定律,不特要圖定律的形式,整齊簡明,並且要式子裏面,不能直接含有 t 的變數,方與前面所述的因果律不相衝突。如果以地球自轉一週,定爲一日。那麼,加入海水的運動,結果得出來的定律裏面,就有直接的 t 。要除去這直接的 t 的關係,就不能夠再用地球自轉來作標準。用因果律的標準,和用地球自轉的標準比較起來,方有地球自轉的速度漸漸減少的結論。

不僅測時間當立一定的標準,就是測空間也是一樣,譬如前面所舉的微分方程式,左邊的 $\frac{d^2 p_i}{dt^2}$,是表 p_i 方向的加速度。那麼,那右邊的 f 函數,自然和作用的外力爲比例的了。要是只有一個物體存在,就無所謂外力。外力總得要由兩個物體以

上存在,方能表現出來。物體相互作用的力,因彼此相對的位置和狀況等而不同;與絕對的位置,是沒有什麼關係的。所以測力的標準,不能不用這兩物體相互的距離。照這樣說來,凡是表力的式子裏面,只能含有物體相互的距離,決不能夠含有物體的絕對位置了。換句話說,就是上面的微分方程式的右邊的 f 函數,只能含有座標的差,如 $x_i - x_j, y_i - y_j, z_i - z_j$ 等,決不能夠含有單獨的 x_i, y_i, z_i 了。由這樣標準,表示出來的力,無論座標軸設在什麼地點,結果都是一樣的。由平日的經驗,知道不特不管座標軸的位置,就是座標軸有一定的等速運動,也沒有關係。譬如論地球上的運動,不問地球自身的動靜;論太陽系內各天體的運動,也不問太陽系自身的絕對運動。得出來的定律有一定的形勢,不會因座標系而生變異的。要能和這個要求,現象才能不受位置的限制,這就是測空間的標準。

如有任意一系靜止座標 x, y, z , 格外又有一系運動的座標 x', y', z' 。這兩系座標的方向,各各平行。 x', y', z' 系對於 x, y, z 系以常速度 v 沿 x 方

向運動。測時間的起點，係在此兩系相重之時。如此，這兩種座標之間，當有下列的關係：

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z.$$

前面所說測空間的標準，是要使這兩系所表的定律，取同一的形式。譬如就運動的定律說，一般的運動方程式爲：

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = F_y, \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = F_z.$$

式中的 m ，表物體之質量， F_x, F_y, F_z 表 x, y, z 方向的分力。這個定律是對於靜止的座標系求出來的。如今試以 x', y', z' 代式中的 x, y, z 只要這兩系測時間的單位一樣，所用的起點也相同，即是

$$t' = t,$$

那麼，用 x', y', z' 表出來的運動方程式，和原來用 x, y, z 表出來的，完全沒有差別。上面所要求的條件，恰能滿足。這樣的關係是古典力學裏面奉爲金科玉律的“噶刺略轉換” (Galileo Transformation)。凡是力學裏面的定律，用這種轉換，都不會受影響的。

3. 能媒說的時空觀

噶刺略的轉換,對於力學上的定律,固然是一點缺憾也沒有的了。但是物理學的事象,並不止這一端。還有電磁學的現象呢,光學的現象呢,也得要用同一的方法解釋。電磁學的現象和光學的現象,自從馬克斯威爾 (Maxwell) 以來,業已證明是同一的現象,可以用同一的定律來表,即是:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = c \operatorname{rot} \mathcal{H}$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \mathcal{E}$$

式中的 $\mathcal{E}$ 表電力 (Electric Force), $\mathcal{H}$ 表磁力 (Magnetic Force), c 表真空中光波傳播的速度。第一式的意義,是表電力如有時間的變化,則在變化的方向的周圍,一定發生一種旋迴的磁力。這兩者間的數量上及方向上關係,就用第一式的“向量方程式” (Vector Equation) 來表。第二式的意義,也是一樣。這兩個式子,是馬克斯威爾造成的,形式要算最整齊最簡單的了。若果由這兩個式子裏面,無論 $\mathcal{E}$ 也好, $\mathcal{H}$ 也好,內中消去一個,留下一個,得出來的式子,都是一樣。即:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \Delta \psi$$

$$(\psi = \mathbb{E}, \mathbb{S})$$

含有 x, y, z, t 四個變數的二級微分方程式中,要比上式更簡單更整齊的,絕對沒有的了。這個式子,表 $\mathbb{E}, \mathbb{S}$ 在空間中,若是起了變化,這個變化以 c 的速度,四面傳播出去,如波動一般。起這波動的媒質,就是我們所想像的“能媒”(Aether)。這上面的式子,是限於所用的座標系對於能媒絕對靜止,方能有效。

試命 x, y, z 軸系,對於能媒為絕對靜止,別取一種新軸系 x', y', z' , 對於能媒是在運動。那麼,若用這樣的新座標,那馬克斯威爾的方程式,應該怎樣變呢? 前面力學的事象用噶刺略轉換,定律是不變的,現在這種電磁學的事象,要怎樣才能不變呢? 要保持電磁事象的定律,具一定不變的形式,應該用怎樣的轉換呢?

要解決這個問題,須得要先了解能媒的物理的性質。從前假定能媒的時候,想像他是一種理想上的彈性體。用這種彈性體裏面起的波動,來