全国高等学校配套教材

供基础、临床、预防、口腔医学类专业用

医学物理学
学习指导与习题集

第3版

主　编　胡新珉

人民卫生出版社

医学物理学
学习指导与习题集

全国高等学校配套教材
供基础、临床、预防、口腔医学类专业用

医学物理学学习指导与习题集

第 3 版

主　编　胡新珉

副主编　周建莉　王章金　屈学民

编　者（以姓氏笔画为序）

王　岚（哈尔滨医科大学）
王　磊（四川大学）
王章金（华中科技大学）
龙开平（第四军医大学）
吉　强（天津医科大学）
刘新纯（辽宁医学院）
张秀梅（辽宁医学院）
幸浩洋（四川大学）
周建莉（昆明医学院）
屈学民（第四军医大学）
欧阳俊（中南大学）
胡新珉（四川大学）
郭嘉泰（长治医学院）
符维娟（复旦大学）
盖立平（大连医科大学）
盖志刚（山东大学）
童家明（青岛大学）
魏　杰（蚌埠医学院）

人民卫生出版社

图书在版编目（CIP）数据

医学物理学学习指导与习题集/胡新珉主编．—3版．—北京：人民卫生出版社，2008.6
ISBN 978-7-117-10157-8

Ⅰ．医…　Ⅱ．胡…　Ⅲ．医用物理学-医学院校-教学参考资料　Ⅳ．R312

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第057910号

医学物理学学习指导与习题集

第3版

主　　编： 胡新珉
出版发行： 人民卫生出版社（中继线 010-67616688）
地　　址： 北京市丰台区方庄芳群园3区3号楼
邮　　编： 100078
网　　址： http://www.pmph.com
E - mail： pmph @ pmph.com
购书热线： 010-67605754　010-65264830
印　　刷： 北京市文林印务有限公司
经　　销： 新华书店
开　　本： 787×1092　1/16　**印张：** 12.75
字　　数： 294千字
版　　次： 2002年5月第1版　2008年6月第3版第9次印刷
标准书号： ISBN 978-7-117-10157-8/R・10158
定　　价： 20.00元
版权所有，侵权必究，打击盗版举报电话：010-87613394
（凡属印装质量问题请与本社销售部联系退换）

第3版前言

医学物理学是全国高等医药院校中一门重要的基础理论课程。为了更好地贯彻少而精的原则，让学生能用较少的时间掌握较多的现代医学所需的物理知识，提高学生的自学能力和分析问题、解决问题的能力，我们根据医学物理学课程的基本要求和高等医药院校的实际，编写了《医学物理学学习指导与习题集》（第3版），与胡新珉主编的全国高等医药院校规划教材《医学物理学》（第7版）配套使用。

本书分章编写，每章均由以下部分组成：本章内容提要；解题指导——典型例题；思考题和习题解答；自我评估题。

“本章内容提要”部分，引导学生复习每章的基本内容；“解题指导——典型例题”部分，则通过典型例题的分析和解算，总结解题的方法，讨论解题技巧，但解题步骤未作统一要求，以便学生根据自己的实际选用；“思考题和习题解答”部分，给出每题的详细参考解答，供学生与自己所作解答对比使用；“自我评估题”部分，只给答案，未给出解算过程，供学生自我评估使用。有人会担心：“既然思考题和习题均给出了详细解答，学生就懒于做习题和思考题了”。这种情况也许会在少数学生身上发生，但要相信绝大多数学生的自觉性，他们是会精心地做每一道思考题和习题的，因为他们深知，学习知识、探求真理的有效途径是自己动手、动脑，实践获真知。

书末附录中，有一些著名物理学家的简介，供学生和教师学习用，我们在学习物理学理论的同时，要追根溯源，学习物理学家“独创”的思维方式和奇特的研究方法。爱因斯坦曾说过：“对真理的追求比真理本身更重要。”

由于编写时间仓促，编者水平有限，书中难免有不妥之处，请读者批评指正。

编　者

2008年2月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章

力学基本定律

一、本章内容提要

1. 位移　质点在一段时间内位置的改变称之为在这段时间内的位移；位移是矢量。

2. 速度　质点的位移与所经历的时间的比值；速度是矢量。

3. 加速度　质点的运动速度随时间的变化率，称之为质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度。

4. 牛顿第一定律　物体（质点）如果不受外力的作用，它将保持原有的静止状态或作匀速直线运动（惯性定律）。

5. 牛顿第二定律　作用在物体上的合外力 F 等于物体动量的时间变化率；即 $F=\dfrac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$。

6. 牛顿第三定律　力总是成对出现的。如果物体 A 以力 $\boldsymbol{F}_A$ 作用在物体 B 上，则物体 B 也必然同时以一个等大反向的力 $\boldsymbol{F}_B$ 作用在物体 A 上，即 $\boldsymbol{F}_A=-\boldsymbol{F}_B$。

7. 量纲　表示物理量如何由基本量组合的式子；量纲可以用来校核等式，也可以定出同一物理量不同单位之间的换算关系。

8. 惯性参照系　适用牛顿运动定律的参照系或牛顿第一定律定义的参照系；在这个参照系中，一个不受力作用的物体将保持静止或做匀速直线运动。

9. 非惯性系　相对于一个已知惯性系做加速运动的参照系。

10. 功　力在位移方向上的分量与该位移大小的乘积，$\mathrm{d}A=F\cdot\mathrm{d}r$。

11. 动能　由各时刻质点的运动状态（以速率表征）决定的，这个表示能量的物理量就是动能，可表示为$\frac{1}{2}mv^2$。

12. 动能定理　质点的动能增量等于合外力对它所做的功。

13. 保守力　力对物体所做的功与物体运动的路径无关，仅由运动物体的始末位置所决定，这样的力叫做保守力。

14. 势能　保守力做功与路径无关，仅取决于物体间的始末位置，由始末位置决定

的函数即势能函数。

15. 功能原理 机械能的增量等于外力与非保守力所做功的代数和。

16. 机械能守恒定律 在只有保守力做功的情况下，质点系的机械能保持不变，或质点系在运动过程中所受外力的功与系统内非保守力的功的总和等于它的机械能的增量。

17. 对称性与对称操作 如果进行一次变动或操作后事物完全复原，则称该事物对所经历的变动或操作具有对称性，而该操作就叫对称操作。

18. 冲量 $F\mathrm{d}t$，表示力在时间 $\mathrm{d}t$ 内的累积量。

19. 动量定理 受合外力的冲量等于物体系动量的改变。

20. 动量守恒定律 当系统所受的合外力为零时，系统的总动量保持不变。

21. 碰撞 指两个物体在运动过程中相互靠近，或发生接触时，在相对较短时间内发生强烈相互作用的过程。

22. 弹性碰撞 在碰撞前后两物体总动能没有损失的碰撞。

23. 完全非弹性碰撞 两物体在碰撞后不分开的碰撞。

24. 刚体 物体在任何力的作用下不改变形状和大小。

25. 定轴转动 转动物体的圆心都在一条固定不动的直线上。

26. 角加速度 角速度对时间的变化率。

27. 转动惯量 刚体转动惯性的量度。$J=\int r^2\mathrm{d}m=\int r^2\rho\mathrm{d}v$。

28. 转动定律 转动物体的角加速度与作用的力矩成正比，与物体的转动惯量成反比。

29. 角动量 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$。

30. 角动量守恒定律 封闭系统中的内力矩不改变系统的总角动量。

31. 旋进 自转轴以角速度 Ω 绕竖直轴转动的现象。

二、解题指导——典型例题

[例 1-1] 一质点在半径为 $R=1\mathrm{m}$ 的圆周上按顺时针方向运动，开始时位置在 A 点，如图 1-1 所示。质点运动的路程与时间的关系为 $s=\pi t^2+\pi t$（s 的单位为 m，t 的单位为 s）。试求：

(1) 质点从 A 点出发，绕圆运行一周所经历的路程、位移、平均速度、平均速率；

(2) 质点在 1s 时的瞬时速度、瞬时速率、瞬时加速度。

解：(1) 质点绕行一周所经历的路程为

$$s=2\pi R=6.28(\mathrm{m})$$

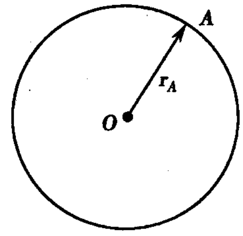

图 1-1 例 1-1 图

质点绕行一周所经历的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_A-\boldsymbol{r}_B=0$$

质点绕行一周所需的时间 t 由

$$s=2\pi R=\pi t^2+\pi t$$

即

$$t^2+t-2=0$$

解得 $t=1\mathrm{s}, t=-2\mathrm{s}$(负值不合题意,舍去)。

质点绕行一周运动的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t}=0$$

质点在一周内的平均速率为

$$\bar{v}=\frac{2\pi R}{\Delta t}=\frac{2\times3.14\times1}{1}\mathrm{m\cdot s^{-1}}=6.28(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

(2) 瞬时速率为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=(2t+1)\pi$$

当 $t=1\mathrm{s}$ 时,瞬时速率为

$$v_1=(2t+1)\pi=(2\times1+1)\pi=9.4(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

此时瞬时速度为 $v=9.4\mathbf{e}_t\mathrm{m\cdot s^{-1}}$,方向沿该点的切线方向。

切向加速度的大小为

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=2\pi=6.28(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

法向加速度的大小为

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{v_1^2}{R}=\frac{9.4^2}{1}\mathrm{m\cdot s^{-2}}=88.9(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

加速度为

$$\boldsymbol{a}=a_t\mathbf{e}_t+a_n\mathbf{e}_n=(6.28\mathbf{e}_t+88.9\mathbf{e}_n)(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{6.28^2+88.9^2}\mathrm{m\cdot s^{-2}}=89.0(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向与 OA 的夹角为

$$\theta=\arcsin\frac{a_t}{a}=4.0^\circ$$

答:(1) 质点从 A 点出发,绕圆运行一周所经历的路程为 6.28m、位移为 0、平均速度为 0、平均速率为 $6.28\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。

(2) 质点在 1s 时的瞬时速度为 $9.4\mathbf{e}_t\mathrm{m\cdot s^{-1}}$、瞬时速率为 $9.4\mathrm{m\cdot s^{-1}}$、瞬时加速度为 $(6.28\mathbf{e}_t+88.9\mathbf{e}_n)\mathrm{m\cdot s^{-2}}$、其加速度的大小 $89.0\mathrm{m\cdot s^{-2}}$、其方向与 OA 的夹角为 $\theta=\arcsin\frac{a_t}{a}=4.0^\circ$。

本题在求解时,一定要注意路程、平均速率、瞬时速率是标量;位移、平均速度、速度

和加速度是矢量；平均速率、平均速度的大小与所取时间间隔有很大关系。

[例 1-2] 有一架飞机由 A 向东飞到 B 处，然后又向西飞回到 A 处，飞机相对空气以不变的速率 ν' 飞行，空气相对地面的速率为 u，A 到 B 的距离为 l。在下列三种情况下，试求飞机飞行一个来回所需的时间。

(1) 空气相对地面静止；

(2) 空气的速度向东；

(3) 空气的速度向北。

解：(1) 由速度变换定理，则飞机相对地面往返飞行的速度大小均为 ν'，飞机飞一个来回所需的时间为

$$t_1=t_{AB}+t_{BA}=\frac{l}{\nu'}+\frac{l}{\nu'}=\frac{2l}{\nu'}$$

(2) 由速度变换定理，飞机相对地面由 A 向东飞到 B 的速度大小为

$$\nu_{AB}=\nu'+u$$

飞机相对地面由 B 向西飞到 A 的速度大小为

$$\nu_{BA}=\nu'-u$$

飞机飞一个来回所需的时间为

$$t_2=t_{AB}+t_{BA}=\frac{l}{\nu'+u}+\frac{l}{\nu'-u}=\frac{2l}{\nu'[1-(u/\nu')^2]}=\frac{t_1}{1-(u/\nu')^2}$$

(3) 当空气的速度 u 向北时，飞机相对地面的飞行速度 ν 及飞机相对空气的速度 ν' 与 u 间，由相对运动关系有

$$\boldsymbol{\nu}=\boldsymbol{\nu}'+\boldsymbol{u}$$

因此，飞机相对于地面的飞行速度的大小为

$$\nu=\sqrt{\nu'^2-u^2}$$

飞机飞一个来回所需的时间为

$$t_3=t_{AB}+t_{BA}=\frac{2l}{\nu}=\frac{2l}{\sqrt{\nu'^2-u^2}}=\frac{t_1}{\sqrt{1-(u/\nu')^2}}$$

答：(1)空气相对地面静止时，飞机飞行一个来回所需的时间为 $\frac{2l}{\nu}$；(2)空气的速度向东时，飞机飞行一个来回所需的时间为 $\frac{t_1}{1-(u/\nu')^2}$；(3)空气的速度向北时，飞机飞行一个来回所需的时间为 $\frac{t_1}{\sqrt{1-(u/\nu')^2}}$。

求解相对运动问题时，应注意三个问题：一是运动物体，二是选取绝对参照系，三是选取相对参照系。

在本题中，飞机为运动物体，选取地面为绝对参照系，空气相对于地面的运动，选取与空气固定的坐标系为相对参照系。明确这三者之间的关系，即可由速度变换关系，方便的求解。

［例 1-3］ 如图 1-2 所示，一根均匀的轻质细绳，一端拴一质量为 m 的小球，在铅直平面内，绕定点 O 做半径为 R 的圆周运动。已知 $t=0$ 时，小球在最低点以初速度 v_0 运动，如图所示。试求：(1)小球速率与位置的关系；(2)小球在任一点所受绳子的张力与速率的关系。

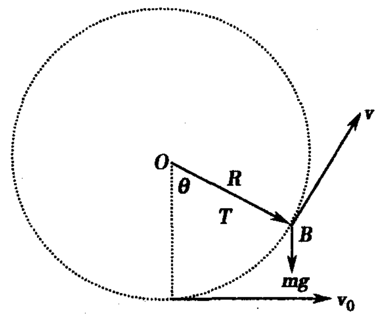

图 1-2 例 1-3 图

解：(1) 小球在任一点 B 的受力如图所示，取自然坐标系

切向：
$$-mg\sin\theta=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

法向：
$$T-mg\cos\theta=m\frac{v^2}{R} \tag{2}$$

由式(1)

$$-g\sin\theta=\frac{v}{R}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}$$

即

$$v\,\mathrm{d}v=-Rg\sin\theta\,\mathrm{d}\theta \tag{3}$$

对式(3)积分，并由已知条件 $\theta=0$ 时，$v=v_0$ 得

$$v^2=v_0^2-2gR(1-\cos\theta) \tag{4}$$

(2) 由式(4)得

$$g\cos\theta=g+\frac{v^2-v_0^2}{2R}$$

代入式(2)得

$$T=mg+\frac{m(3v^2-v_0^2)}{2R}$$

答：(1)小球速率与位置的关系是 $v^2=v_0^2-2gR(1-\cos\theta)$；(2)小球在任一点所受绳子的张力与速率的关系是 $T=mg+\dfrac{m(3v^2-v_0^2)}{2R}$。

本题在于加强对牛顿运动定律瞬时性的理解。解题时为了方便，有时需做变量带换，如$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}\cdot\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\omega\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}=\dfrac{v}{R}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\theta}$等。

［例 1-4］ 质点沿 x 轴正向作直线运动，其加速度与位置的关系为 $a=-mx$(m 为正常量)，且已知当 $t=0$ 时，$x=0$，$v=v_0$，试问该质点在什么位置时会停止运动？

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

解：由直线运动中加速度的定义，并进行变量代换有

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=-mx$$

分离变量后有 $$v\,\mathrm{d}v=-mx\mathrm{d}x$$

对其积分，并代入初始条件可得

$$\int_{v_0}^{v}v\,\mathrm{d}v=\int_0^x -mx\,\mathrm{d}x$$

$$v^2-v_0^2=-mx^2$$

则质点的速率与位置关系为

$$v=\sqrt{v_0^2-mx^2}$$

质点停止运动时满足 $v=0$，即

$$v=\sqrt{v_0^2-mx^2}=0$$

此时质点的位置为 $x=\frac{v_0}{\sqrt{m}}$

答：该质点在 $x=\frac{v_0}{\sqrt{m}}$ 时会停止运动。

本题属于已知加速度与位置的函数关系的运动学问题，但在处理这类问题时一般不能直接积分，需要做变量代换 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$，分离变量后进行求解。

[例 1-5] 如图 1-3(a)所示，一质量为 2kg 的物体以 $3.0\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 的初速率从斜面上 A 点滑下，物体与斜面之间的摩擦力为 6.2N。物体到 B 点时，开始压缩弹簧，当弹簧被压缩了 0.2m 后，物体停止运动，然后又被弹送回去。已知斜面的倾角为 30°，AB 间距离为 5.0m，弹簧一端固定在斜面上，处于自然长度时，其另一端位于 B 点，弹簧的质量不计。试求弹簧的劲度系数和物体被弹回后所能达到的最大高度（g 取 $10\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$）。

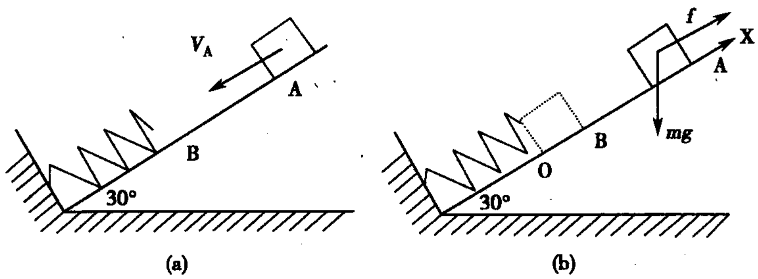

图 1-3 例 1-5 图

解：物体受力如图(b)所示。选择 O 点为重力势能零点，选择 B 点为弹力势能零点。物体由点 A 运动到点 O，由功能原理，有

$$-fx_{\mathrm{A}}=\frac{1}{2}kx_{\mathrm{B}}^2-\frac{1}{2}mv_{\mathrm{A}}^2-mgx_{\mathrm{A}}\sin\theta$$

由此可得弹簧的劲度系数为

$$k=\frac{mv_{A}^{2}+2mgx_{A}\sin\theta-2fx_{A}}{x_{B}^{2}}$$

$$=\frac{2\times3.0^{2}+2\times2\times10\times5.2\times\sin30^{\circ}-2\times6.2\times5.2}{0.2^{2}}$$

$$=1.438\times10^{3}(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1})$$

当物体被弹回时，设物体到达最大高度的坐标为 x，则物体由点 O 运动至最高点，由功能原理，得

$$-fx=mgx\sin\theta-\frac{1}{2}kx_{B}^{2}$$

解得

$$x=\frac{kx_{B}^{2}}{2(mg\sin\theta+f)}=\frac{1.4\times10^{3}\times0.2^{2}}{2\times\left(2\times10\times\frac{1}{2}+6.2\right)}=1.728(\mathrm{m})$$

物体被弹回的最大高度为

$$h_{m}=x\sin\theta=0.86(\mathrm{m})$$

答：弹簧的劲度系数和物体被弹回后所能达到的最大高度 $h_m=x\sin\theta=0.86\mathrm{m}$。

本题不涉及时间，故可利用动能定理或功能原理求解。物体所受的 4 个力，支持力不做功，重力和弹性力是保守力，势能零点可依题意灵活选取。

［例 1-6］ 如图 1-4 所示，一轻绳跨过一轴承光滑的定滑轮，绳的两端分别悬有质量为 m_1 和 m_2 的物体（$m_1<m_2$）。滑轮可视为均匀圆盘，质量为 m，半径为 r。绳与滑轮无相对滑动。试求物体的加速度、滑轮的角加速度和绳中的张力。

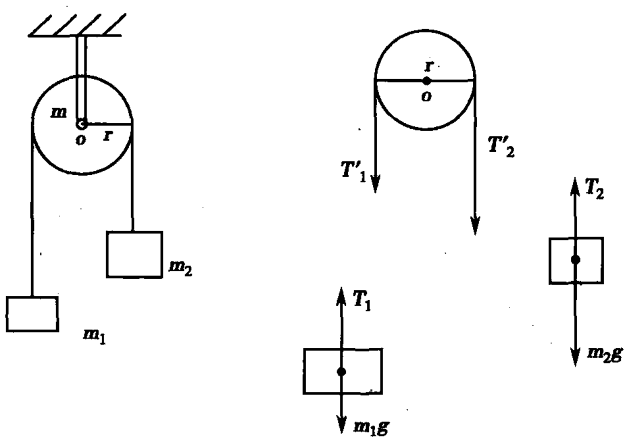

图 1-4 例 1-6 图

解：根据题意，滑轮的质量不能忽略，必须考虑滑轮绕定轴的转动。分别取滑轮、m_1 和 m_2 为研究对象，它们的受力如图所示。因 $m_2>m_1$，m_1 的加速度 a_1 方向向上，m_2 的加速度 a_2 方向向下，且 $a_1=a_2=a$。设滑轮的角加速度为 β，对 m_1 和 m_2 应用牛顿第

二定律，对滑轮应用转动定律，可列出下列方程

$$T_1-m_1g=m_1a$$
$$m_2g-T_2=m_2a$$
$$T'_2r-T'_1r=J\beta$$

由于绳和滑轮无相对滑动，故轮边缘上质点的切向加速度和 m_1、m_2 的加速度大小相等。它们与角加速度 β 的关系是

$$a=r\beta$$

又 $T'_1=T_1$，$T'_2=T_2$，$J=\frac{1}{2}mr^2$，将四个方程联立求解，得

$$a=\frac{(m_2-m_1)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m}$$

$$\beta=\frac{(m_2-m_1)g}{\left(m_1+m_2+\frac{1}{2}m\right)r}$$

$$T_1=\frac{m_1\left(2m_2+\frac{1}{2}m\right)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m}$$

$$T_2=\frac{m_2\left(2m_1+\frac{1}{2}m\right)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m}$$

答：物体的加速度 $\frac{(m_2-m_1)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m}$，滑轮的角加速度 $\frac{(m_2-m_1)g}{\left(m_1+m_2+\frac{1}{2}m\right)r}$ 和绳中的张力

$$T_1=\frac{m_1\left(2m_2+\frac{1}{2}m\right)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m},\quad T_2=\frac{m_2\left(2m_1+\frac{1}{2}m\right)g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m}。$$

当滑轮的质量不能忽略的这类问题时，对滑轮的转动应用问题可以直接运用转动定律。

［例 1-7］ 如图 1-5 所示，质量为 M、长为 l 的均匀细直棒，可绕棒的一端且垂直于棒的水平轴 O 无摩擦的转动，棒原来静止在平衡位置上。现有一质量为 m 的弹性小球飞来，正好在棒的下端与棒垂直相撞。相撞后，使棒从平衡位置摆动到 $\theta=30°$ 的最高处，如图所示。(1)设碰撞为完全弹性碰撞，计算小球碰前速度 v_0 的大小；(2)相撞时，小球受到多大的冲量。

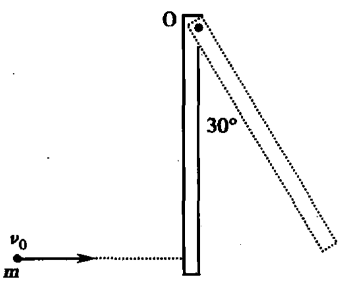

图 1-5 例 1-7 图

解：小球碰前的速度为 v_0，棒经小球碰撞后得到的角速度为 ω，碰后小球的速度变为 v。按题意，小球和棒做完全弹性碰撞，所以，碰撞过程遵守角动量守恒定律和机械能守恒定律，可列方程如下

$$mv_0 l = J\omega + mvl \tag{1}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}J\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \tag{2}$$

由于相撞后，棒从竖直位置上摆到最大角度 $\theta = 30°$，按机械能守恒定律可列式

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}Mgl(1-\cos 30°) \tag{3}$$

由式(3)得

$$\omega = \left[\frac{Mgl}{J}(1-\cos 30°)\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{3g}{l}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

由式(1)得

$$v = v_0 - \frac{J\omega}{ml}$$

由式(2)得

$$v^2 = v_0^2 - \frac{J}{m}\omega^2$$

所以

$$\left(v_0 - \frac{J\omega}{ml}\right)^2 = v_0^2 - \frac{J}{m}\omega^2$$

求得

$$v_0 = \frac{l\omega}{2}\left(1+\frac{J}{ml^2}\right) = \frac{l}{2}\left(1+\frac{1}{3}\frac{M}{m}\right)\omega = \frac{\sqrt{6(2-\sqrt{3})}}{12}\frac{3m+M}{m}\sqrt{gl}$$

相碰时小球受到的冲量为

$$\int F\mathrm{d}t = \Delta mv = mv - mv_0$$

由式(1)求得

$$\int F\mathrm{d}t = mv - mv_0 = -\frac{J\omega}{l} = -\frac{J}{3}Ml\omega$$

$$= -\frac{\sqrt{6(2-\sqrt{3})}M}{6}\sqrt{gl}$$

答：(1)完全弹性碰撞时，小球碰前的速度为 $\frac{\sqrt{6(2-\sqrt{3})}}{12}\frac{3m+M}{m}\sqrt{gl}$；(2)相撞时，

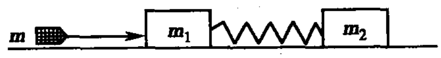

图 1-6　例 1-8 图

小球受到的冲量为$-\frac{\sqrt{6(2-\sqrt{3})}M}{6}\sqrt{gl}$。

在求解问题时，为了计算的方便，可以先假设某一个物理量的方向，当结果正时，说明方向和假设方向一致，为负时，表明小球所受冲量的方向与小球碰前的速度方向相反。

[例 1-8]　如图 1-6 所示，质量分别为 m_1，m_2 的两木块与劲度系数为 k 的弹簧相连，静止地放在光滑地面上，质量为 m 的子弹以水平初速 v_0 射入木块 m_1，设子弹射入过程的时间极短，试求(1)弹簧的最大压缩长度；(2)木块 m_2 相对地面的最大速度和最小速度。

解：在 m 和 m_2 相碰过程中动量守恒。碰撞后，由$(m+m_1)$，m_2 弹簧组成的系统机械能守恒、动量守恒。系统的总机械能和总动量就是碰撞后$(m+m_1)$的初始动能和初始动量。

最大压缩时，$(m+m_1)$与 m_2 的速度相同，相应的弹性势能与动能之和等于总机械能，相应的动量等于总动量，可以求得最大压缩比。

系统的弹性势能为零时，m_2 与$(m+m_1)$具有最大动能，即 m_2 具有最大或最小速度，相应的总机械能和总动量仍不变，由此可以求得最大速度和最小速度。

选择质心参照系，利用质心参照系中，碰撞后的机械能守恒及总动量为零来求解。在质心参照系中，最大压缩相应为零，而 m_2 具有最大、最小速度时弹性势能为零。

取地面为参照系，m 与 m_1 碰撞前、后动量守恒

$$mv_0=(m+m_1)v_{10} \tag{1}$$

取$(m+m_1)$与 m_2 组成的物体系，碰撞后物体系的机械能守恒、动量守恒，总机械能为碰撞后$(m+m_1)$的初始动能，为$\frac{1}{2}(m+m_1)v_{10}^2$，总动量为 $mv_0=(m+m_1)v_{10}$。

当弹簧达到最大压缩长度 x 时，$(m+m_1)$与 m_2 的速度相同，设 v，由机械能守恒得

$$\frac{1}{2}(m+m_1)v_{10}^2=\frac{1}{2}(m+m_1+m_2)v^2+\frac{1}{2}kx^2 \tag{2}$$

由动量守恒得

$$mv_0=(m+m_1+m_2)v \tag{3}$$

式(1)、(2)、(3)联立，可得

$$x=mv_0\sqrt{\frac{m_2}{(m+m_1)(m+m_1+m_2)k}}$$

弹性势能为零时，设$(m+m_1)$和 m_2 的速度分别为 v_1 和 v_2，则 v_2 将是 m_2 的最大或最小速度。

$$\frac{1}{2}(m+m_1+m_2)v_{10}^2=\frac{1}{2}(m+m_1)v_1^2+\frac{1}{2}m_2x_2^2 \tag{4}$$

由动量守恒

$$mv_0=(m+m_1)v_1+m_2v_2 \tag{5}$$

式(1)、(4)、(5)联立,可得

最小速度为 $v_2=0$

最大速度为 $v_2=\dfrac{2mv_0}{m+m_1+m_2}$

答:(1)弹簧的最大压缩长度为 $x=mv_0\sqrt{\dfrac{m_2}{(m+m_1)(m+m_1+m_2)k}}$;(2)木块 m_2 相对地面的最大速度为$\dfrac{2mv_0}{m+m_1+m_2}$,最小速度为 0。

在碰撞前后,系统的动量、机械能均守恒。

[例 1-9] 如图 1-7 所示,一根质量为 m,长为 $2l$ 的均匀细棒,可以在竖直平面内通过其中心的光滑水平轴 OO'转动。开始时细棒静止在水平位置,如图所示。一质量为 m_1 的小球,以速度 u 垂直落到棒的端点,小球与棒做完全弹性碰撞。试求碰撞后,小球的回跳速率 v 以及棒的角速率 ω 各为多少。

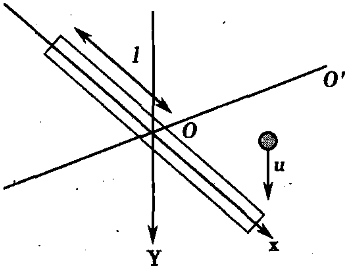

图 1-7 例 1-9 图

解:将棒和小球视为一研究系统。系统所受的外力有:小球的重力 m_1g,棒的重力 mg。碰撞力矩远大于小球所受重力矩,所以小球重力对轴力矩可忽略。

根据以上分析,可以认为系统满足角动量守恒条件。因为碰撞前棒处于静止状态,所以碰前系统的角动量大小为 m_1ul,碰后,小球以速率 v 回跳,其角动量大小为 m_1vl;棒获角速度 ω,棒的角动量是$\dfrac{1}{12}m\,(2l)^2\omega^2=\dfrac{1}{3}ml^2\omega^2$。所以,碰后系统的角动量是 $lm_1v+\dfrac{1}{3}ml^2\omega^2$。由于角动量守恒,故有

$$lm_1u=lm_1v+\frac{1}{3}ml^2\omega \tag{1}$$

取碰前小球运动的方向为正,即 $u>0$ 那么,碰后小球回跳,v 与 u 的方向相反,故 $v<0$。又因为是完全弹性碰撞,碰撞前后系统的动能守恒,即

$$\frac{1}{2}m_1u^2=\frac{1}{2}m_1v^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ml^2\right)\omega^2 \tag{2}$$

将式(1)和式(2)联立,解得

$$v=\frac{3m_1-m}{3m_1+m}u$$

$$\omega=\frac{6m_1u}{(3m_1+m)l}$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com